VISIT…

LANZAROTE
Caliente.COM

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

КЛАССИКИ НАУКИ





Moisei Alexandrovich MARKOV

SELECTED WORKS

Volume I

QUANTUM FIELD THEORY
ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS
NEUTRINO PHYSICS
PHILOSOPHICAL PROBLEMS OF PHYSICS



MOSCOW «NAUKA» 2000

Моисей Александрович

МАРКОВ

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

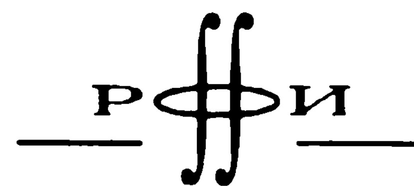
Том I

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ
ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ
ФИЗИКА НЕЙТРИНО
ФИЛОСОФСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ



МОСКВА «НАУКА» 2000

УДК 539.12
ББК 22.31
М 26



Издание осуществлено при поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
по проекту № 99-02-30005

Серия "Классики науки"
Основана академиком С.И. ВАВИЛОВЫМ в 1945 г.

Редакционная коллегия серии:
П.В. СИМОНОВ (председатель), В.А. КАБАНОВ, С.П. КАПИЦА,
Ю.А. ОСИПЬЯН, А.М. ПРОХОРОВ, А.С. СПИРИН, К.В. ФРОЛОВ,
А.Н. ШАМИН

Ответственный редактор
академик В.А. МАТВЕЕВ

Редакторы-составители:

А.М. БАЛДИН, Г.Т. ЗАЦЕПИН, В.Г. КАДЫШЕВСКИЙ,
В.А. РУБАКОВ, А.Н. СКРИНСКИЙ, А.Н. ТАВХЕЛИДЗЕ, А.Е. ЧУДАКОВ,
В.А. БЕРЕЗИН, И.М. ЖЕЛЕЗНЫХ, А.А. КОМАР

Моисей Александрович Марков

Избранные труды: В 2 т. Т. I. Квантовая теория поля, физика элементарных частиц, физика нейтрино, философские проблемы физики. – М.: Наука, 2000. – 505 с. – (Сер. "Классики науки")

ISBN 5-02-002498-8

ISBN 5-02-002535-6 (Т. I)

В настоящее издание вошли избранные труды выдающегося физика, философа, организатора науки и общественного деятеля академика Моисея Александровича Маркова (1908–1994). В том I включены его работы по квантовой теории поля, физике элементарных частиц, физике нейтрино, оказавшие влияние на дальнейшие теоретические исследования в этих областях и на постановку новых экспериментов, а также статьи по философским проблемам физики.

Для специалистов в области теоретической и экспериментальной физики, аспирантов, студентов и всех, интересующихся проблемами философии и историей науки.

ТП-00-II-128
ISBN 5-02-002498-8
ISBN 5-02-002535-6 (Т. I)

© Издательство "Наука", 2000
© Российская академия наук и издательство "Наука", серия "Классики науки" (разработка, оформление), 1945 (год основания), 2000

ПРЕДИСЛОВИЕ

Собранные в настоящих двух томах публикации позволят читателю составить представление о трудах видного отечественного физика-теоретика, крупного организатора науки, хорошо известного мировой общественности борца за солидарность ученых всех стран академика Моисея Александровича Маркова (1908–1994). Они включают в себя практически все научные работы М.А. Маркова, основные его статьи по философским проблемам физики, некоторые научно-популярные и публицистические статьи и, наконец, часть его воспоминаний, посвященных встречам с рядом советских и зарубежных физиков и в некоторых случаях – переписке с последними.

В первый том включены работы по следующим разделам:
1) квантовая теория поля;
2) физика элементарных частиц;
3) физика нейтрино;
4) философские проблемы физики.

Во втором томе собраны работы, составившие разделы:
1) гравитация и космология;
2) публицистические статьи;
3) воспоминания о физиках;
4) автобиографические заметки.

Составители настоящего издания исходили из того, что именно такая широкая подборка трудов М.А. Маркова, не ограничивающаяся чисто научными публикациями, поможет читателю составить впечатление о М.А. Маркове не только как о своеобразно мыслящем ученом, но также как о ярком публицисте и полемисте, тонком стилисте, а также как о человеке, обладавшем несомненным литературным даром.

Основному содержанию томов предпослана вступительная статья, в которой кратко описана творческая биография М.А. Маркова и охарактеризован его вклад в различные разделы физики.

Ряд работ М.А. Маркова в настоящем издании публикуется на иностранных языках (немецком и английском), на которых они первоначально увидели свет. Составители не делали попыток их перевода на русский язык. Надеемся, что это не представит заметных неудобств для читателя.

В ходе подготовки настоящего издания отдельные термины, использовавшиеся в ранних статьях М.А. Маркова, были заменены на современные. Были также исправлены некоторые неточности и опечатки, вкравшиеся в оригинальные публикации. Библиографические ссылки всюду, где это было возможно, уточнены и приведены к современному стандарту.

Для удобства читателя каждый том снабжен авторским указателем, в котором дан перечень авторов, так или иначе упоминавшихся в публикуемых статьях.

Составители

МОИСЕЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ МАРКОВ
(1908–1994)

М.А. Марков родился в 1908 г. в селе Рассказово Тамбовской губернии. В 1921 г. вместе с родителями он переехал в Москву, где и окончил школу. 1926–1930 гг. приходятся на годы учебы Маркова на физическом факультете Московского государственного университета. После окончания университета он был оставлен в аспирантуре у С.И. Вавилова и некоторое время занимался оптическими исследованиями. Эти исследования, однако, не увлекли его, и через короткое время его интересы переместились в область теоретической физики.

До 1934 г. он работал в Физическом институте МГУ. В 1934 г. в связи с организацией в Москве нового Физического института Академии наук (ФИАН) его директор академик С.И. Вавилов пригласил Маркова для работы в этот институт. С этого момента с ФИАН связана практически вся творческая деятельность М.А. Маркова, если не считать перерыва в шесть лет (1956–1962 гг.), когда он работал в Дубне в Объединенном институте ядерных исследований (об этом периоде см. ниже). С 1970 г. он поддерживал также тесные контакты с Институтом ядерных исследований Академии наук, в создании которого принимал деятельное участие.

В 1953 г. М.А. Марков был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР, в 1966 г. – ее действительным членом.

В период с 1967 по 1988 г. М.А. Марков выполнял обязанности академика-секретаря Отделения ядерной физики Академии наук СССР. В последние годы жизни был почетным членом Президиума Российской Академии наук.

Умер М.А. Марков в Москве в 1994 г.

* * *

М.А. Марков вступил в науку в начале 30-х годов. Это был период исключительно бурного развития физики. Предшествующие три десятилетия радикально изменили существовавшие до этого физические представления. Именно в тот период открываются первые элементарные частицы, пересматриваются представления о пространстве и времени (формулируются специальная, а затем и общая теория относительности), выясняется факт нестационарности (расширения) Вселенной, вскрываются квантовые свойства материи и создаются новые научные дисциплины – квантовая механика и квантовая теория поля. Создавалась совершенно новая картина окружающего нас мира.

Произошедший революционный переворот в физических представлениях не мог не оказать серьезного воздействия на молодых ученых, делавших в тот период пер-



Моисей Александрович Марков
(1908–1994)

вые шаги в науке. Не будет большим преувеличением сказать, что эти события оказали достаточно сильное влияние и на молодого М.А. Маркова, определив, с одной стороны, его интерес к самым глубоким и принципиальным проблемам физики, с другой стороны, привив определенную дерзость и смелость суждений, их независимость от мнений признанных авторитетов науки. Влияние той эпохи достаточно четко прослеживается в характере научных интересов М.А. Маркова, его научных пристрастий и проблематике многих его научных работ. Дадим слово самому М.А. Маркову: "Я принадлежу к поколению, во времена которого рождалась и развивалась современная теория элементарных частиц, современная квантовая теория" (2-й Международный симпозиум по нелокальной квантовой теории. Азау, 1970).

Наверное, будет справедливо упомянуть еще об одном факторе, который также сыграл свою роль в возникновении обостренного интереса М.А. Маркова к изучению основных физических закономерностей природы, строения материи, а также мира как целого. Он имеет отношение к его увлечению в студенческие годы философией и теорией познания (тоже, кстати, веяние времени) и связанному с ним штудированию трудов древних и современных философов. Высказывания древних натурфилософов и атомистов своеобразно преломлялись через призму новейших физических открытий и нередко получали совершенно новое освещение.

Сказанное выше дает известное объяснение, почему М.А. Марков на разных этапах своего творчества уделял особое внимание самым сложным и жгучим проблемам квантовой теории поля, физики элементарных частиц, космологии. И хотя эти проблемы далеко не всегда поддавались решению, он каждый раз выдвигал все новые и новые оригинальные предложения, нередко угадывая и предвосхищая дальнейший ход развития исследований (ряд примеров см. ниже). По богатству и глубине идей (еще до сих пор не вполне использованных), относящихся к этим проблемам, по эвристической ценности сделанных им предложений М.А. Марков, пожалуй, занимает особое место среди отечественных физиков-теоретиков.

Эволюцию во времени научных интересов М.А. Маркова можно описать примерно следующим образом: первые 15 лет после окончания университета предпочтение отдавалось исследованиям, связанным с квантовой механикой и квантовой теорией поля. В последующие 15 лет (примерно с первых послевоенных лет) исследования Маркова концентрировались в основном на задачах физики элементарных частиц, включая физику нейтрино. И наконец, начиная с 1965 г. все большее внимание уделялось исследованиям роли гравитации в физике элементарных частиц, а чуть позднее и космологическим проблемам, в частности проблемам ранней Вселенной. Конечно, это очень приблизительное разделение, поскольку интересы нередко переплетались.

В настоящей вступительной статье мы не ставили своей целью дать сколько-нибудь подробное описание работ М.А. Маркова. Скорее мы стремились обозначить направления проводившихся им исследований и сделать ряд замечаний с тем, чтобы привлечь внимание читателя к отдельным полученным результатам, имеющим важную научную или эвристическую ценность.

Первые работы М.А. Маркова относятся к области квантовой химии, доста-

точно модной области исследований в начале 30-х годов. Он начал (1933 г.) с публикации расчета энергии связи бензола, довольно сложной молекулы, где тем не менее ему удалось получить нужный результат путем учета ее внутренней симметрии. Затем (1934 г.) была выполнена работа по построению оператора перестановок орбитальных моментов, которая также была важна для вычисления энергетических уровней молекул.

В середине 30-х годов в литературе шло широкое обсуждение ограничений, накладываемых на измерения принципом неопределенности Гейзенберга. М.А. Марков обратил внимание на неточное замечание самого Гейзенберга, который допускал возможность установления начальных данных для траектории движущейся частицы в прошлом. Поскольку у Маркова в связи с этим возникли серьезные критические замечания, он в 1935 г. обратился с письмом к Н. Бору, обычно выступавшему в качестве арбитра в подобного рода вопросах. В письме он указал, что такое допущение Гейзенберга ведет к противоречию с самим принципом неопределенности. Бор ответил любезным письмом, в котором согласился с замечаниями Маркова. В результате чуть позже (1936 г.) появилась заметка Маркова в ЖЭТФ с изложением своих критических замечаний.

Наверное, следует также упомянуть об интересном обмене письмами между М.А. Марковым и В. Паули, состоявшемся в 1936 г. Марков обратился к В. Паули с посланием в связи с некоторыми своими соображениями по поводу описания электронов и позитронов в рамках уравнения второго порядка для спинорных функций, а также в связи с получением им на основании группового подхода всех законов сохранения, соответствующих дираковской теории (см. статью "Zur Diracschen Theorie des Elektrons"). Вопрос о законах сохранения занимал в ту пору В. Паули, и по обоим пунктам, затронутым в письме, Марков получил подробнейший ответ.

Мы рассказали историю о переписке Маркова с Н. Бором и В. Паули минимум по двум причинам. Во-первых, в этих эпизодах ярко проявилась та смелость в изложении своих точек зрения, то отсутствие робости даже перед общепризнанными авторитетами, которые мы отмечали выше как характерную черту Маркова. Во-вторых, эти эпизоды являются интересными примерами существовавшей в те годы естественности и легкости общения между учеными нашей страны и зарубежными учеными, которые впоследствии были надолго утеряны.

Во второй половине 30-х годов М.А. Маркова все больше привлекает проблема борьбы с расходимостями в квантовой теории поля, которая занимала тогда умы многих физиков. Существование расходимости было очевидным образом связано с точечностью взаимодействия, но все до этого момента предлагавшиеся способы исправления ситуации (начиная с пионерской попытки Г. Ватагина в 1934 г. введения во взаимодействие релятивистски-инвариантного формфактора электрона) оказались неудачными.

В 1940 г. Марков в работе «О "четырехмерно протяженном" электроне...», критикуя попытки непосредственного введения размеров электрона в теорию, выдвигает новое смелое предположение о том, что решение задачи ликвидации

расходимости связано с учетом нелокализуемости самого электромагнитного поля (в малых пространственных областях). Иными словами, он допускает существование некоммутативности поля и координаты аналогично некоммутативности операторов импульса и координаты в квантовой механике.

Идея нелокализуемости физических полей была подхвачена в послевоенные годы Х. Юкава и его последователями и постепенно трансформировалась в теорию так называемых "билокальных полей". В этом варианте она, по существу, свелась к предположению о существовании внутренних (четырехмерных) переменных у элементарных частиц. В этом направлении исследований было сделано немало интересного для физики частиц, но проблема ликвидации расходимости в рамках указанного варианта теории все же не была решена. Поэтому значительно позднее (в 70-е годы) Марков возвращается к идее нелокализуемости физических полей и приходит к выводу, что естественную основу для проявления эффекта нелокализуемости полей создают сильные гравитационные поля и искажения метрики пространства на планковских длинах ($\sim 10^{-33}$ см). Стоит отметить, что первые соображения о роли гравитации в проблеме расходимости можно найти уже в работе Маркова 1947 г.

Гипотеза о существовании внутренних переменных у элементарных частиц в работах Маркова была конкретизирована в форме представления каждой частицы в виде четырехмерного осциллятора (с дополнительными условиями). Быстрое падение волновых функций осциллятора в импульсном пространстве давало необходимое зарезание расходимостей и, по-видимому, не вступало в противоречие с принципом причинности. Тем самым реализовывалась идея свойства частицы, которое в работах Маркова было названо термином "динамически-деформируемый формфактор".

Однако осцилляторное представление частиц давало гораздо больше: оно позволило обсуждать внутренние возбуждения частиц и перекидывало мостик к обсуждению свойств реальных элементарных частиц. Это обстоятельство было использовано Марковым (начало 50-х годов) для интерпретации обнаруженных в те годы первых возбужденных состояний нуклонов. Он предположил, что нуклонные резонансы являются возбужденными состояниями нуклонов. Им было также высказано допущение, что открытые недавно гипероны можно трактовать как возбужденные, но медленно распадающиеся метастабильные состояния нуклонов.

Следующий важный шаг был сделан Марковым в 1955 г. Используя модель Ферми–Янга для представления пионов как составных состояний из нуклона и антинуклона и обобщив ее с учетом возбужденных состояний нуклонов, Марков получил возможность экономно с единых позиций описать как пионы и K-мезоны, с одной стороны, так и нуклоны и гипероны – с другой (см. статью "О систематике элементарных частиц"). По внутренней структуре описанная модель Маркова – близкий аналог известной модели Саката (предложенной позже, в 1956 г.), что не раз отмечал и автор последней. Хорошо известно, что модель Саката проложила дорогу модели кварков. А модель кварков позволила дать реальное описание структуры сильно взаимодействующих частиц. Тем самым можно сказать, что Марков, рассматривая модель динамически-деформируемого формфактора, с

поразительной интуицией нащупал путь, приведший в конце концов к истинной структуре адронов.

Уже упоминалось, что в послевоенные годы научные интересы Маркова на длительный период сосредоточились на проблемах физики элементарных частиц. Среди прочих обстоятельств это было связано с начавшимся в СССР строительством сначала электронных, а затем и протонных ускорителей, введение в строй которых переводило эксперименты в физике частиц на совершено новую основу. Строительство было начато в Физическом институте Академии наук, и, естественно, Марков был среди физиков, вовлеченных в подготовку и планирование экспериментов на этих ускорителях. В ФИАН он отвечал за тематику научных исследований на электронном синхротроне с энергией 250 МэВ и, в частности, инициировал расчеты по фоторождению пионов на ядрах. Их рождение было зарегистрировано в ФИАН в 1949 г., почти сразу после сообщений о зарубежных экспериментах.

В 1956 г. в Дубне был запущен крупнейший в те годы протонный синхротрон на 10 ГэВ. В том же году М.А. Марков переезжает в Дубну и в течение шести лет работает в Объединенном институте ядерных исследований, принимая деятельное участие в обсуждении постановок экспериментов на этом ускорителе. Предметом особого интереса в те годы были свойства незадолго перед тем обнаруженных гиперонов и К-мезонов. Плодом этого периода работы Маркова в Дубне явилась монография "Гипероны и К-мезоны" (1958 г.).

Еще в предвоенные годы Маркова, как и многих других физиков, привлекала загадка необычных свойств мюона. С обнаружением пионов и К-мезонов, распадающихся с участием мюонов и нейтрино, и особенно в связи с первыми результатами по обнаружению реакторных нейтрино (1953–1956 гг.) остро встал вопрос, каков характер нейтрино, вылетающих вместе с мюоном. Марков, анализируя все эти данные, среди первых выдвигает гипотезу о принципиальном отличии мюонного и электронного нейтрино ("Гипероны и К-мезоны". Дубна, 1957). Как известно, эта гипотеза была подтверждена в 1962 г.

Экспериментальное обнаружение нейтрино сделало актуальным вопрос об изучении процесса взаимодействия нейтрино больших энергий с нуклонами, в частности так называемых "атмосферных" нейтрино. Большинство физиков утверждали, что подобные эксперименты не имеют перспективы, так как конечные размеры нуклона резко ограничивают сечение взаимодействия нейтрино с нуклонами. Вопреки этим мнениям Марков приводил физические соображения о том, что сечение нейтринных многочастичных процессов будет расти с увеличением энергии (доклад на семинаре CERN-JINR в Риге, 1967). Он оказался прав. Обнаружение в 1969 г. партонной (фактически кварковой) структуры нуклонов вскрыло причины предсказанного Марковым поведения нейтринного сечения. Его научная интуиция оказалась сильнее формальных доводов.

Вопрос о методах регистрации "атмосферных" и космических нейтрино занимал Маркова с конца 50-х годов. В 1960 г. на Международной конференции в Рочестере он выдвинул неожиданную оригинальную идею использования для регистрации падающих извне на Землю нейтрино больших объемов воды: либо подземных водоемов, либо глубинных слоев океана. Основа предложенного метода

детектирования – регистрация черенковского излучения мюонов, рождаемых приходящими на Землю нейтрино, в громадных водных мишенях, которые своей большой массой компенсируют малость сечения. При этом вышележащие слои земли или воды защищают регистрирующую установку от космического фона.

Идея подземных и подводных нейтринных исследований, выдвинутая Марковым, в настоящее время играет существенную роль в нейтринных экспериментах, в первую очередь в исследовании нейтринного излучения Солнца и других космических источников (например, сверхновых). Эта идея почти буквально была воплощена впоследствии в грандиозной подземной водной установке "Superkamiokande" в Японии, в океаническом проекте DUMAND, в ряде подземных лабораторий, созданных в последнее десятилетие в США и Италии. Однако впервые она была реализована в нашей стране благодаря сооружению на Северном Кавказе (вблизи Эльбруса) Баксанской нейтринной обсерватории. Через некоторое время был введен в строй и другой нейтринный детектор – глубоководный нейтринный телескоп на озере Байкал. Сооружение двух российских нейтринных установок было начато в середине 60-х годов по инициативе М.А. Маркова и при его огромной организационной и научной поддержке. Несмотря на все сложности, оно было успешно доведено до своего логического завершения. Обе они являются составными частями Института ядерных исследований Российской академии наук. Сам институт, созданный в 1970 г., также является детищем М.А. Маркова.

Поворот интересов М.А. Маркова к гравитационной проблематике первоначально был связан с квантовой теорией поля и физикой элементарных частиц. Размышляя о возможной величине фундаментальной длины, которая могла бы ликвидировать расходимости в теории, он пришел к выводу, что наиболее естественным кандидатом могла бы стать планковская длина ($\sim 10^{-33}$ см). Такой длине должна отвечать гипотетическая частица предельной массы ($\sim 10^{-5}$ г), которая была названа им "максимоном" (1965 г.). Это была бы во многих отношениях удивительная частица. Составная система из двух максимонов за счет гигантской энергии связи имела бы ту же массу. Возбуждение такой системы тут же возвращало бы ее (за счет излучения более легких частиц) в исходное состояние. Максимон был бы действительно микрочастицей предельной массы.

К указанному значению предельной массы можно прийти, как показал Марков, с совершенно с другой стороны, рассматривая испарение черных дыр. Он привел аргументы, из которых следовал вывод, что черная дыра не должна исчезать бесследно, но за счет квантовых нулевых колебаний должна сохранять конечную массу, совпадающую с массой максимона. Марков назвал такие образования элементарными черными дырами. Такие реликтовые элементарные черные дыры, или максимоны, могли бы в определенных количествах присутствовать во Вселенной и сыграть роль так называемой "темной" материи, природу которой в последние годы стремятся разгадать астрофизики.

Свойства массивных коллапсирующих объектов и микрочастиц, как показали последующие исследования Маркова, могут быть на самом деле тесно связаны. Например, материя, отвечающая замкнутому фридмановскому миру, при наличии в ней электрического заряда предстает внешнему наблюдателю как микрочастица с

планковскими размерами, т.е. такой мир перестает быть замкнутым. Подобные образования Марков назвал "фридмонами". Внешне "фридмон" выглядит как своеобразная заряженная частица с массой $\sim 10^{-6}$ г. Для внутреннего наблюдателя размеры такой системы могут быть огромными. Это может означать, что наши представления о том, что следует называть микрочастицей, на самом деле могут в дальнейшем подвергнуться серьезной коррекции. Кстати, аналогичное размыкание фридмановского мира (до планковских размеров) происходит и в том случае, когда мир как целое имеет угловой момент (спин).

Рассмотрение возможных физических аспектов при предельно малых пространственных размерах естественно привело Маркова к анализу поведения фридмановского мира в фазе сжатия вблизи точки сингулярности. В качестве рецепта борьбы с сингулярностью Марков выдвигает предположение о существовании предельного значения плотности материи и предельного (планковского) радиуса кривизны. Возможно, когда-нибудь квантовая теория гравитации и оправдает эти предположения. Но на настоящей фазе исследований Марков предпочел проанализировать следствия этих допущений с помощью модифицированного уравнения Эйнштейна. При этом оказалось, что при достижении критической плотности материи Вселенная переходит во Вселенную де-Ситтера, отвечающую постоянной кривизне, и тем самым избегает сингулярности. Марков обращает внимание на то, что при наличии де-Ситтеровской стадии развития мира становится возможным обсуждение моделей, связанных с идеей постоянно осциллирующей Вселенной.

При обсуждении де-Ситтеровской стадии развития Вселенной Марков дополняет уже сделанные предположения еще одним – допущением об асимптотической свободе гравитационных взаимодействий, т.е. допущением об исчезновении на предельном малых размерах. При этом возникает еще одна поразительная возможность: создание совершенно новой Вселенной после прохождения исходной Вселенной де-Ситтеровской стадии.

Выше была упомянута только часть из нестандартных и необычных идей М.А. Маркова, касающихся космологии. Более полную их сводку дал сам Марков в обзоре, помещенном в УФН в 1994 г.

Интерес к философским проблемам физики и философскому осмыслению новых достижений М.А. Марков пронес через всю жизнь. В настоящем издании помещен ряд его статей, связанных с обсуждением отдельных вопросов гносеологического плана, возникавших на различных этапах развития физики микромира.

Прежде всего следует привлечь внимание к его статье "О природе физического знания", опубликованной в журнале "Вопросы философии" в 1947 г. Статья по причинам, указанным ниже, приобрела широкую известность в физических и философских кругах.

В статье для широкой аудитории излагалась привычная для физиков трактовка понятий и представлений квантовой механики. Тем не менее она вызвала ожесточенные нападки на Маркова как в журнале "Вопросы философии", так и в других печатных изданиях с обвинениями его в проповеди идеализма и агностицизма. Это был печально известный период гонений на "буржуазную" науку, и начавшаяся

кампания была тесно связана с готовившейся тогда сессией по осуждению идеализма в физике. По счастью, эта сессия не состоялась.

Совершенно очевидно, что ничего того, в чем обвинялся тогда Марков, статья не содержит. Напротив, в ней присутствует очень ясное и образное изложение тех представлений, которые принесла в физику квантовая механика. Можно полагать, что она будет с интересом прочитана даже по прошествии полувека.

Две статьи "О современной форме атомизма (о понятии элементарной частицы)" (1960 г.) и "О современной форме атомизма (о будущей теории элементарных частиц)" (1960 г.) дают очень живое сопоставление понятий "дискретного" и "непрерывного" на фоне исследований того времени по физике частиц и предлагают скорректированное определение понятия "элементарная частица", отличное от традиционного. К ним примыкает статья "О понятии первоматерии" (1970 г.), в которой критически анализируется понятие "состоит из..." и обсуждаются неожиданные возможности, связанные с трактовкой полузамкнутых миров ("фридмонов") как микрочастиц (см. выше).

В разделе "Публицистические статьи" выделяется своей остротой и полемическим темпераментом статья "Будущее науки (ускорители элементарных частиц следующих поколений)", вышедшая в 1973 г. Это был период, когда обсуждались планы строительства новых, крупнейших по тем временам ускорителей частиц, требовавшего весьма значительных денежных затрат. И в зарубежной, и в русской печати появилось немало критических выступлений, в которых доказывалось, что такие затраты неоправданны и что лучше бы эти средства обратить для развития других наук. Лейтмотивом таких высказываний было утверждение: самый блистательный период в физике микрочастиц уже позади, и ничего важного в ней уже не возникнет. Марков выступил решительным противником таких утверждений и привел немало доводов в пользу того, что решающий прорыв в физике частиц может быть делом недалекого будущего. Поразительным образом он оказался прав, и его правота подтвердилась почти немедленно. Уже через год (1974 г.) был открыт новый тип тяжелого кварка, в 1975 г. – новый тип лептона, в 1977 г. – еще один тип кварка, затем в начале 80-х годов были открыты промежуточные бозоны слабых взаимодействий, и вскоре оформилась структура представлений, которая получила название "стандартная модель" для взаимодействия элементарных частиц.

Другие интересные материалы этого раздела связаны с деятельностью М.А. Маркова в рамках Пагуошского движения, членом Исполкома и Совета которого он был в период 1973–1987 гг. Его размышления на тему борьбы ученых за мир отражены в нескольких материалах, в частности в статье "Научились ли мы мыслить по-новому?.." (1977 г.).

В данной статье мы лишь кратко познакомили читателя с различными аспектами научного творчества М.А. Маркова, а также вскользь упомянули о различных сторонах его научно-организационной и общественной деятельности. Многое осталось за рамками настоящей статьи. Одно обстоятельство, однако, следует обязательно подчеркнуть. При всей загруженности М.А. Маркова среди множества обязанностей главным его делом во все времена было занятие физикой. Именно занятие физикой давало ему необходимую бодрость духа и энергию. У него была

поразительная вера в силу человеческого разума, в то, что разум способен справиться с теми загадками, которые ставит перед нами природа. Если спросить, что прежде всего занимало Маркова, то стоило бы привести высказывание А. Эйнштейна, которое Марков очень любил цитировать: "Что меня действительно интересует, это имел ли Бог выбор в творении мира". Всю свою жизнь Марков пытался найти подходы к ответу на этот вопрос.

Доктор физико-математических наук *А.А. Комар*

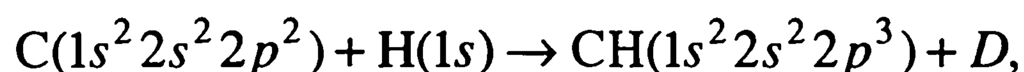
I

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

ON THE QUANTUM MECHANICAL STABILITY OF BENZOL MOLECULE*

At the first attempt to approach the interpretation of the stability of a benzol molecule from the standpoint of Heitler–London's homopolar bending it is natural to start from the simplified model of a benzol molecule, namely, to assume that the benzol ring consists of six nitrogen-like atoms; that is, to take each of the CH groups that enter symmetrically into the structural formula of benzol as a single nitrogen-like trivalent atom.

The indication of the nitrogen-likeness of the CH molecule may be found, for instance, in the work of R.S. Mulliken [3, 4], who gives for the reaction of formation of CH the following formula:



$$C(1s^2 2s^2 2p^2) + H(1s) \to CH(1s^2 2s^2 2p^3) + D,$$

where D is the heat of dissociation and $1s^2$, $2s^2$, ..., etc., are the current notations in the systematics of spectra. Thus, we replace all CH in the benzol molecule by nitrogen atoms in their fundamental states.

Following the usual method for solving such problems it is necessary to start from "eigenvalue problem" in the space of valency functions: $(\lambda - W)_\varphi = 0$. In case of a cyclic chain of six trivalent atoms 1, 2, 3, 4, 5, 6 the operator W is equal to $T_{12} + T_{23} + T_{34} + T_{45} + T_{56} + T_{61}$, and T_{xy} is a differential operator of the kind [1] $T_{xy} = D_{xy}D_{yx} - 3$. In other words, the "exchange integrals" between the neighboring atoms are put equal to 1 and the interaction between the noncontiguous atoms is neglected.

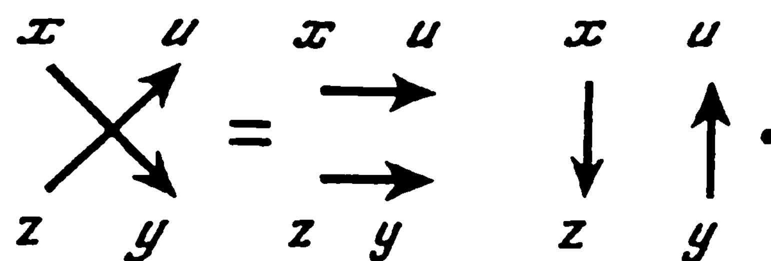
Further, it is necessary to select independent valency functions φ_i; "to build a basis"; i.e., to select a complete set of independent functions φ_i each of them being a product of symbols of the kind ([*xy*]; [*xz*] ...). The symbol ([*xy*]) corresponds to a valency bond between the atoms *x* and *y* and, moreover, to a valency bond having a definite sense (from *x* to *y*); i.e., to a valency arrow.

If one uses the methods developed by G. Rumer the building of the basis does not present any difficulty even in the case of such a complicated system as a benzol molecule. To build the basis one has, according to Rumer [5] to proceed as follows. Atoms are arranged arbitrarily along a circumference[1] and linked up by valency *arrows*; each of the figures of this kind having no intersecting arrows then corresponds to an independent valency state, and all other figures with intersecting arrows (as shown for the general case by

* J. Chem. Phys. 1933. Vol. 1. Nov. P. 784–788.

[1] Generally along the convex side of the closed curve.

Rumer) represent superpositions of independent valency states. For example:



If the brackets of the kind ([xy]) correspond to the valency arrows directed from X to Y, we can write the same in symbols: $[xy][zu] = [xu][zy] + [xz][yu]$.

In our case there are thirty-four independent valency states. They are given in Fig. 1.

Operating on the valency functions by the operator W, using the notations of the valency functions of Fig. 1, and expressing the result by independent valency states, we obtain:

$$Wa_1 = 20a_1 + 18b_1 + 3l_1 - 8c_4 + j_1 + 3k_1,$$

$$Wc_1 = 16c_1 - 2i_2 - 6d_2 - 6d_6 - 18m_2 - 4a_4,$$

$$Wd_1 = 16d_1 + 12m_1 - 4m_2 + i_1 - 2c_2 - 2c_6 - 2l_2 + 6b_3 - 6b_2 + 2k_3,$$

$$Wb_1 = 10b_1 + a_1 - a_4 + 8m_1 - 8m_2 + 2d_3 - 2d_2 + 2d_5 - 2d_6,$$

$$Wl_1 = 22l_1 - 8d_6 + 8d_3 + 2c_1 - 2c_4 + 3a_1 - 3a_4 + 12b_1 + 4m_1 - 4m_2,$$

$$Wk_1 = 22k_1 - 8d_2 + 8d_5 + 2c_1 - 2c_4 + 3a_1 - 3a_4 + 12b_1 + 4m_1 - 4m_2,$$

$$Wj_1 = 30j_1 - 18a_4 + 18a_1,$$

$$Wi = 18i_1 - 9c_4 - 9c_6 - 9c_2,$$

$$Wm_1 = 6m_1 + 4b_1 - 4b_2 + 4b_3 - c_4 - c_6 - c_2.$$

Thus, generally speaking, we get a matrix of the thirty-fourth order. But as the operator W commutes with the cyclic operator Z, there is the possibility of reducing the order of the matrix. By the cyclic operator we understand the operator which acting on any function $\varphi_i(a_i, b_i, c_i, \ldots)$ represented in Fig. 1 changes it into φ_{i+1} if $i < n$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) and into $+\varphi_1$ or $-\varphi_1$ if $i = n$.

Transforming the operator Z to the principal axes, we get ($\sigma^3 = -1$):

$$Z(a_1 + \sigma a_2 + \sigma^2 a_3 + \sigma^3 a_4 + \sigma^4 a_5 + \sigma^5 a_6) = \sigma^5 (a_1 + \sigma a_2 + \sigma^2 a_3 + \sigma^3 a_4 + \sigma^4 a_5 + \sigma^5 a_6),$$

$$Z(a_1 + \sigma^2 a_2 + \sigma^4 a_3 + a_4 + \sigma^2 a_5 + \sigma^4 a_6) = \sigma^4 (a_1 + \sigma^2 a_2 + \sigma^4 a_3 + a_4 + \sigma^2 a_5 + \sigma^4 a_6),$$

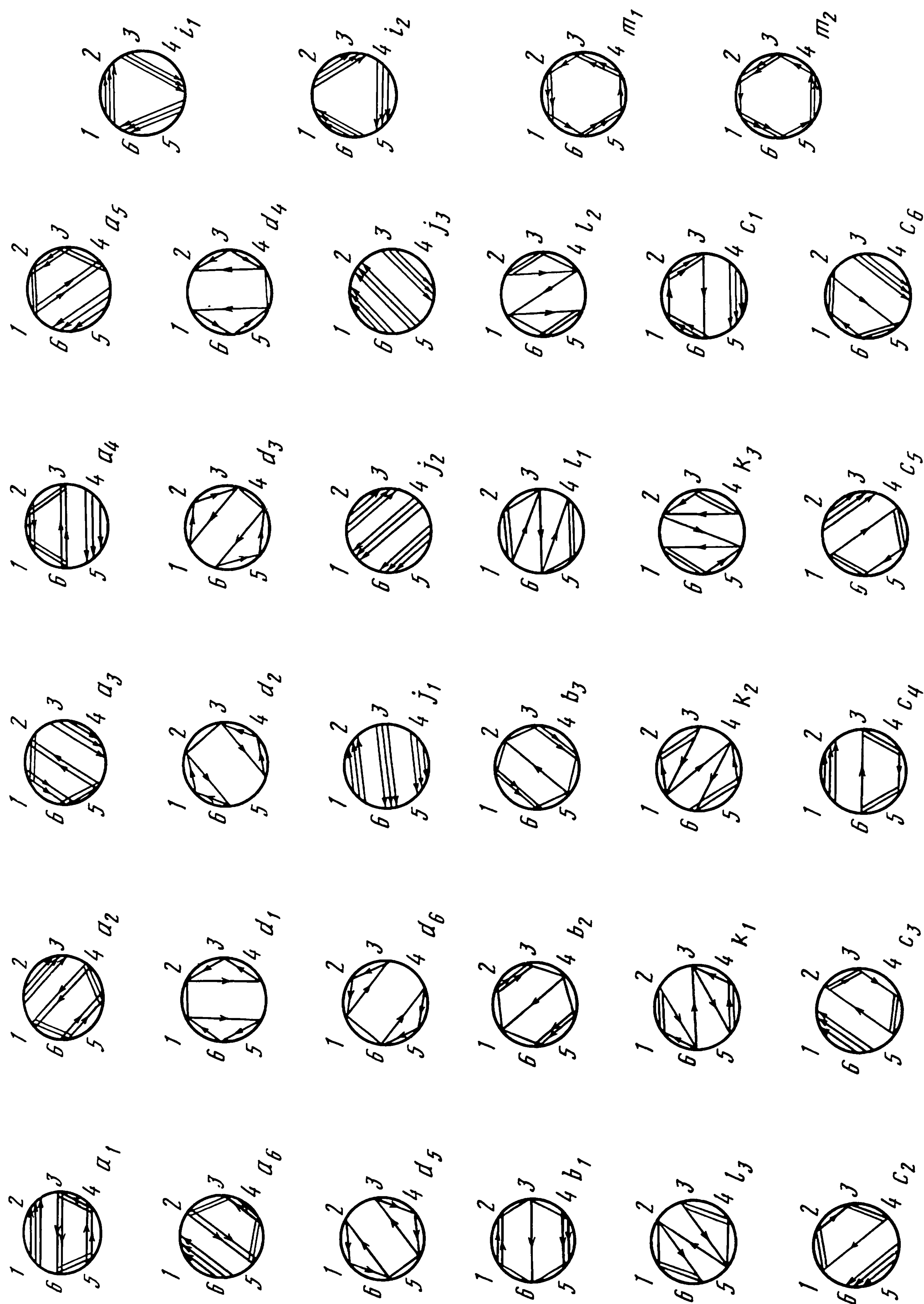


Fig. 1

$$Z(a_1+\sigma^3 a_2+a_3+\sigma^3 a_4+a_5+\sigma^3 a_6)=\sigma^3(a_1+\sigma^3 a_2+a_3+\sigma^3 a_4+a_5+\sigma^3 a_6),$$

$$Z(a_1+\sigma^4 a_2+\sigma^2 a_3+a_4+\sigma^4 a_5+\sigma^2 a_6)=\sigma^2(a_1+\sigma^4 a_2+\sigma^2 a_3+a_4+\sigma^4 a_5+\sigma^2 a_6),$$

$$Z(a_1+\sigma^5 a_2+\sigma^4 a_3+\sigma^3 a_4+\sigma^2 a_5+\sigma a_6)=\sigma(a_1+\sigma^5 a_2+\sigma^4 a_3+\sigma^3 a_4+\sigma^2 a_5+\sigma a_6),$$

$$Z(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6)=1(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6).$$

Denoting linear combinations of the kind a_i by A_i, C_i, etc., we have in case of c_i and d_i also:

$$ZC_1=\sigma^5 C_1,\quad ZD_1=\sigma^5 D_1,$$

$$ZC_2=\sigma^4 C_2,\quad ZD_2=\sigma^4 D_2,$$

$$ZC_3=\sigma^3 C_3,\quad ZD_3=\sigma^3 D_3,$$

$$ZC_4=\sigma^2 C_4,\quad ZD_4=\sigma^2 D_4,$$

$$ZC_5=\sigma C_5,\quad ZD_5=\sigma D_5,$$

$$ZC_6=1C_6,\quad ZD_6=1D_6.$$

In case of b_i:

$$Z(b_1+\sigma b_2+\sigma^2 b_3)=-\sigma^2(b_1+\sigma b_2+\sigma^2 b_3),$$

$$Z(b_1-\sigma^2 b_2-\sigma b_3)=\sigma(b_1-\sigma^2 b_2-\sigma b_3),$$

$$Z(b_1-b_2+b_3)=-1(b_1-b_2+b_3).$$

Denoting the corresponding combinations of the kind b_i by capital letters B_i etc. for l_i; k_i; j_i we get:

$$ZL_1=-\sigma^2 L_1;\quad ZK_1=-\sigma^2 K_1;\quad ZJ_1=-\sigma^2 J_1;$$

$$ZL_2=\sigma L_2;\quad ZK_2=\sigma K_2;\quad ZJ_2=\sigma J_2;$$

$$ZL_3=-1L_3;\quad ZK_3=-1K_3;\quad ZJ_3=-1J_3;$$

and finally:

$$Z(i_1+i_2)=1(i_1+i_2);\quad Z(m_1+m_2)=1(m_1+m_2);$$

$$Z(i_1-i_2)=-1(i_1-i_2);\quad Z(m_1-m_2)=-1(m_1-m_2).$$

Thus our matrix of the thirty-fourth order may be decomposed into six matrices: one of the ninth, two of the seventh, two of the third, and one of the fifth order. Each of these matrices corresponds to a definite eigenvalue λ_i of the operator W. Acting with the operator W on the functions denoted by capital letters we obtain the following matrices:

$$\begin{vmatrix} 6-\lambda & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 18-\lambda & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 20-\lambda & 8 & 0 \\ 54 & 6 & 4 & 16-\lambda & 12 \\ 24 & 3 & 0 & 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{1}$$

$$\begin{vmatrix} 20-\lambda & -8 & 0 \\ -4 & 16-\lambda & 6 \\ 0 & 2 & 16-\lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{2}$$

$$\begin{vmatrix} 20-\lambda & -8 & 0 \\ -4 & 16-\lambda & 6 \\ 0 & 2 & 16-\lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{3}$$

$$\begin{vmatrix} 10-\lambda & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 12 & 22-\lambda & 0 & 0 & 3 & 2 & -8\sigma \\ 0 & 0 & 30-\lambda & 0 & 18 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 0 & 22-\lambda & 3 & 2 & 8\sigma^2 \\ 36 & 6 & 2 & 6 & 20-\lambda & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 16-\lambda & -6 \\ -12 & 4\sigma^2 & 0 & -4\sigma & 0 & -2 & 16-\lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{4}$$

$$\begin{vmatrix} 10-\lambda & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 12 & 22-\lambda & 0 & 0 & 3 & 2 & 8\sigma^2 \\ 0 & 0 & 30-\lambda & 0 & 18 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 0 & 22-\lambda & 3 & 2 & -8\sigma \\ 36 & 6 & 2 & 6 & 20-\lambda & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 16-\lambda & -6 \\ -12 & -4\sigma & 0 & 4\sigma^2 & 0 & -2 & 16-\lambda \end{vmatrix} = 0, \tag{5}$$

$$\begin{vmatrix} 6-\lambda & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 18-\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 24 & 0 & 10-\lambda & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 12 & 0 & 12 & 22-\lambda & 0 & 0 & 3 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30-\lambda & 0 & 18 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & 12 & 0 & 0 & 22-\lambda & 3 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 36 & 6 & 2 & 6 & 20-\lambda & 8 & 0 \\ 54 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 16-\lambda & 12 \\ 48 & 3 & 24 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} = 0. \qquad (6)$$

When using the mirror symmetry K_i and L_i the order of the latter matrix may be lowered by a unit, and we obtain

$$\begin{vmatrix} 6-\lambda & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 18-\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 24 & 0 & 10-\lambda & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 24 & 0 & 24 & 22-\lambda & 0 & 6 & 4 & 16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30-\lambda & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 36 & 6 & 2 & 20-\lambda & 8 & 0 \\ 54 & 6 & 0 & 0 & 0 & 4 & 16-\lambda & 12 \\ 48 & 3 & 24 & 4 & 0 & 0 & 4 & 10-\lambda \end{vmatrix} = 0 \qquad (6')$$

and $\lambda_9 = 22$.

As the energy of three N_2 like molecules is equal to –9 we are interested only in matrices whose roots lie in the region of negative λ and especially in the region lower that –9, for only these values for the energy secure mechanical and (in case $\lambda < -9$) thermodynamical stability of the benzol molecule as well[2].

It is quite evident that all the matrices with the exception of the last one have no roots in the regio $\lambda < -9$. In fact, the proper values $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ of matrices in the general case (in case of complex matrix elements a_{ik}) lie only within a certain closed region (in a complex plane) made up by circles K_i ($i = 1, 2, ..., n$) with centers in a_{ii} and radii:

$$R = \Sigma' \mid a_{ik} \mid,$$

where Σ' means the sum over all k with exception of $k = i$ [2]. Transforming our matrices in a suitable way (by multiplying rows and columns by certain numbers) we can slightly

[2] The minus sign before the "exchange integral" indicates attraction.

narrow the region of proper values of these matrices deduced directly from 1, 2, 3, 4, 5, 6.

The proper values of the transformed matrix of the fifth order lie between $-6 < \lambda_i < 36$, of the third between $6 < \lambda_i < 28$, of the seventh between $-8 < \lambda_i < 40$, of the eighth between $-17 < \lambda_i < 54$. Matrices (2) and (3), (4) and (5) have the same roots. The root in question hence can arise only from the last matrix (6′), which when transformed may be written:

$$\begin{vmatrix} 6-\lambda & 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 18-\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 & 0 \\ 12 & 0 & 10-\lambda & 0 & 0 & 3 & 0 & 12 \\ 2 & 0 & 4 & 22-\lambda & 0 & 3 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30-\lambda & 18 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 12 & 2 & 20-\lambda & 8 & 0 \\ 9 & 6 & 0 & 0 & 0 & 4 & 16-\lambda & 12 \\ 8 & 3 & 8 & 8 & 0 & 0 & 4 & 16-\lambda \end{vmatrix} = 0.$$

The direct substitution of definite values of λ_i shows that the lowest proper value of this matrix lies between –8 and –9; hence in the model chosen by us the benzol molecule is stable mechanically but not thermodynamically.

We may suppose that this thermodynamical instability is the result of the incompleteness of our model of the benzol molecule. We have assumed the nitrogen-like atoms replacing CH in our model of the benzol ring to be in the state ^4S; we have further assumed the benzol model to be flat while we had to refer to it as to a space one, in fact it is known that N does not enter NH_3 in its fundamental state and that NH_3 (as the result of the absence of spherical symmetry of N) has not a plane structure, but a pyramidal one.

In conclusion I wish to offer my best thanks to Professor Rumer for the suggestion of the problem and for his continued help in this work.

REFERENCES

1. *Born M.* // Ergebn. Exakt. Naturwiss, 1931. Bd. 10.

2. *Gerschgorin S.* Über die Abgrenzung der Eigenwerte einer Matrix // Bull. Acad. Sci. USSR. 1931.

3. *Mulliken R.S.* // Phys. Rev. 1932. Vol. 40. P. 55.

4. *Mulliken R.S.* // Ibid. Vol. 41. P. 49.

5. *Rumer G.* Zur Theorie der Spinvalenz // Nachr. Ges. Wiss. Göttingen. 1932. N 27.

A CONTRIBUTION TO DIRAC'S THEORY OF PERMUTATIONS*

Dirac showed that any transposition P^σ, consisting of one transposition of the spins of two certain electrons can be expressed as an algebraic function of spin moments

$$P_{12}^\sigma = \frac{1}{2}\{1 + (\sigma_1 \sigma_2)\}. \tag{1}$$

This expression acquires particular significance since in problems of this type (systems made up of uniform particles) the disturbing term of energy is just expressed in terms of P^σ and exchange integrals V_{rs} (V_1 – Coulomb's interaction; rs – numbers of atoms):

$$V = V_1 + \sum_{r<s} V_{rs} P_{rs}^\sigma. \tag{2}$$

The proper values of operator (2) give, as a first approximation, corrections to the energy levels of the undisturbed problem.

The development of similar mathematical apparatus for the so-called orbital valency becomes at present a matter of considerable interest [3].

For instance, in the problem solved by Bartlett [1] (two hydrogen atoms in the state P) the integrals which may by analogy be called orbital exchange integrals, and which may be written down in a form analogous to that for spin integrals play an essential part on a level with the ordinary Coulomb and spin exchange integrals [2].

General considerations regarding the character of the degeneration of systems made up of atoms in identical states P, D, etc., as well as the part played by transposition – all this makes us believe that it is quite possible for us to attain tangible results if we proceed with the generalisation of the permutation theory (in this case the transposition of orbital moments) according to Dirac's idea.

In the subsequent treatment it is our object to express the transposition operator of the orbital moments of two hydrogenlike atoms which are in any of the identical states P, D, etc. as some function of the scalar product of these moments by analogy with function (1). We have a theorem:

If matrices A and B of the order n commute and if A, for instance, has no multiple proper values, then:

$$B = \alpha_0 + \alpha_1 A + \ldots + \alpha_{n-1} A^{n-1}. \tag{3}$$

In fact:
let ν_i and μ_i be the proper values of A and B, a_i being the proper function, then we can write:

$$V_1 a_i = (\alpha_0 + \alpha_1 \mu_i + \ldots + \alpha_{n-1} \mu_i^{n-1}) a_i; \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

i.e. we obtain a system of n simultaneous equations, since the determinant of the system at

* Acta phys. chim. URSS. 1934. Vol. 1. P. 56–63. Co-author *G. Rumer*.

various μ_i a priori differs from zero (Wandermond's determinant). Therefore equation (3) holds good.

Let us consider the matrix of the scalar product of the orbital moment of atoms a and b: $\theta = M^a M^b$ giving upon expansion

$$\theta = M_x^a M_x^b + M_y^a M_y^b + M_z^a M_z^b.$$

We shall select the coordinate axes in such a way that M_z^a and M_z^b be diagonal. Such axes are the functions φ_m^a for the atom a, and φ_m^b for b, where $m = -l, -l + 1, \ldots, + l$. Then only the following elements of matrix M_x differ from zero: $(m \,|M_x|\, m - 1)$ and $(m \,|M_x|\, m + 1)$, where $a_{m,\,m} = m$ is the diagonal term.

The elements of matrix M_y differ from those of M_x, by the factor $\pm i$

$$-i(m \,|\, M_x \,|m-1); \quad i(m \,|\, M_x \,|m+1).$$

The elements of M_x are expressed in terms of l and m as follows:

$$a_{m,m-1} = \frac{1}{2}\sqrt{(l+m)(l-m+1)}.$$

$$a_{m,m+1} = \frac{1}{2}\sqrt{(l-m)(l+m+1)}. \tag{4}$$

Operator M_z^a acting on the function φ_m^a gives,

$$M_z^a \varphi_m^a = m\varphi_m^a.$$

Operator M_x^a gives:

$$M_x^a \varphi_m^a = (m \,|\, M_x \,|m-1)\varphi_{m-1}^a + (m \,|\, M_x \,|m+1)\varphi_{m+1}^a.$$

Operator M_y^a:

$$M_y^a \varphi_m^a = -i(m \,|\, M_x \,|m-1)\varphi_{m-1}^a + i(m \,|\, M_x \,|m+1)\varphi_{m+1}^a.$$

In the same way we obtain corresponding expressions for φ_m^b.

Let us determine action of the operator $M^a M^b$ on $\varphi_m^a \varphi_k^b$.

Expressing the elements of matrices in terms of l and m we obtain by substitution from equation (4)

$$M^a \cdot M^b \varphi_m^a \varphi_k^b = m \cdot k \varphi_m^a \varphi_k^b +$$

$$+\frac{1}{2}\sqrt{(l-k)(l+m)(l+k+1)(l-m+1)}\,\varphi_{m-1}^a \varphi_{k+1}^b +$$

$$+\frac{1}{2}\sqrt{(l+k)(l-m)(l-k+1)(l+m+1)}\,\varphi_{m+1}^a \varphi_{k-1}^b \tag{5}$$

in every row of matrix θ only three elements differ from zero. The operator θ commutes with the operator of the molecular moment $M_z^a + M_z^b = L$. Consequently θ decomposes into matrices of inferior order, the highest order being $2l + 1$. The axes of the matrix of the latter order are the states with zero molecular moment. The state may occur $2l + 1$ times. The matrix of the lowest order is of the first order, its axis being the state with molecular moment $\pm 2l$. Substituting $k = -m$ in equation (5) we have:

$$M^a M^b \varphi_m^a \varphi_{-m}^b = -m^2 \varphi_m^a \varphi_{-m}^b + \frac{1}{2}(l+m)(l-m+1)\varphi_{m-1}^a \varphi_{-m+1}^b +$$

$$+\frac{1}{2}(l-m)(l+m+1)\varphi_{m+1}^a \varphi_{-m-1}^b.$$

Let us denote this matrix by $\underset{0}{\theta}$.

Its diagonal element is $(m \mid \underset{0}{\theta} \mid m) = -m^2$ where m successively assumes the values $-l$, $-l + 1, \ldots, +l$. Moreover, in every row there are two more elements differing from zero:

$$(m \mid \underset{0}{\theta} \mid m-1) = \frac{1}{2}(l+m)(l-m+1),$$

$$(m \mid \underset{0}{\theta} \mid m+1) = \frac{1}{2}(l-m)(l+m+1). \qquad (6)$$

The matrix $\underset{0}{\theta}$ is expressed in terms of matrices M_x and M_y as follows:

$$\mid \underset{0}{\theta} \mid = \mid M_x^2 - M_y^2 \mid - \mid m^2 \mid$$

where the square does not denote the involution of the matrix as a whole, but of each of its elements; $\| m^2 \|$ is the diagonal matrix.

As may be easily seen, matrix θ is symmetrical not only with regard to the main axis:

$$(m \mid \underset{0}{\theta} \mid m-1) = (m-1 \mid \underset{0}{\theta} \mid m)$$

but with regard to the collateral axis as well. Intorducing a new quantity β satisfying the relation $m = -l + \beta$ where β successively assumes the values $0, 1, 2, \ldots, 2l$, we can see that the elements located symmetrically with regard to the second diagonal are equal. We shall subsequently refer to the matrices possessing such symmetry as bi-symmetrical matrices:

For the state P, $\underset{0}{\theta}$ has the following aspect:

$$\begin{Vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{Vmatrix}$$

Whilst for the state D we have:

$$\begin{Vmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -4 \end{Vmatrix}$$

Let us introduce the operator P of the transpositions of orbits. The matrix of this operator with the same axes as those of the above matrix $\underset{0}{\theta}$ may be characterised as follows:

All the elements of matrix P which differ from zero are equal to unity and are situated only along the collateral axis.

All the elements lying on this axis differ from zero:

$$P = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & - & - & - & 0 & 1 \\ 0 & 0 & - & - & - & 1 & 0 \\ - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - \\ 0 & 1 & - & - & - & 0 & 0 \\ 1 & 0 & - & - & - & 0 & 0 \end{Vmatrix} \begin{matrix} \varphi_m^a \varphi_n^b \\ \varphi_k^a \varphi_e^b \\ - - \\ - - \\ \varphi_e^a \varphi_k^b \\ \varphi_n^a \varphi_m^b \end{matrix}$$

It may be easily seen that the action of the operator P on some function $\varphi_n^a \varphi_m^b$ in which n and m denote the orbital moments of atoms a and b, consists in the transposition of m and n:

$$P\varphi_m^a \varphi_n^b = \varphi_n^a \varphi_m^b, \quad m + n = l$$

Owing to the great simplicity of this matrix, it is at once evident that P commutes with any bi-symmetrical matrix, so that

$$\underset{0}{\theta} P - P \underset{0}{\theta} = 0.$$

Let us write Cayley's equation for the matrix $\underset{0}{\theta} P$

$$(\underset{0}{\theta} P)^n + \alpha_{n-1}(\underset{0}{\theta} P)^{n-1} + \ldots + \alpha_0 = 0.$$

As P^k is equal to unity, when k is even, and is equal to P, when k is odd, so Cayley's equation for $\underset{0}{\theta} P$ will contain $\underset{0}{\theta}^k$ when the exponents are even, and $P\underset{0}{\theta}^k$ when the exponents are odd.

It may be written as follows:

$$B + PD = 0.$$

Where B and D are matrix polynomials consisting of only even (B) or only odd (D) powers of $\underset{0}{\theta}$.

Hence we may write $P = BD^{-1}$.

On the right-hand side of this equation the matrix polynomial containing the powers of $\underset{0}{\theta}$ is generally speaking of a degree higher than n but it may always be reduced to a polynomial of the $n - l$ degree for there remains Cayley's equation for $\underset{0}{\theta}$ by means of which each term in θ^k with an exponent higher than $n - 1$ may be linearly expressed in terms of θ^{n-1} and of lower powers of $\underset{0}{\theta}$. Thus $P = \sum_{\mu=0}^{\mu=n-1} \alpha_\mu \underset{0}{\theta}^\mu$ where $n = 2l + 1$. This argument does not take into account all the conditions of our problem and does not therefore embrace all our real cases (e.g. the case of D being a particular matrix remains open).

But an exhaustive argument may be worked out for $\underset{0}{\theta}$. In fact:

It is not difficult to see that $\underset{0}{\theta}$ has no multiple proper values[1]. Let us denote for the sake of brevity the axes (functions of the type $\varphi_m^a \varphi_{-m}^b$) whose matrix θ has the above arrangement, by i_1, i_2, ..., i_n. We may represent the action of the operator $\underset{0}{\theta}$ on these functions in a general form as follows:

$$\underset{0}{\theta} i_1 = a_{11} i_1 + a_{12} i_2,$$

$$\underset{0}{\theta} i_2 = a_{21} i_1 + a_{22} i_2 + a_{23} i_3,$$

$$\underset{0}{\theta} i_3 = 0 + a_{32} i_2 + a_{33} i_3 + a_{34} i_4. \tag{7}$$

Let us introduce the functions:

$$i_1;\ \underset{0}{\theta} i_1, \underset{0}{\theta}^2 i_1, \dots, \underset{0}{\theta}^{n-1} i_1. \tag{8}$$

All these functions are linearly independent, if $a_{m,m+1}$ ... differ from zero. Then the determinant of the system may be written as a triangular matrix, and it will simply be equal to the product of all $a_{m,m+1}$. As may be seen from equation (6), the elements $a_{m,m+1}$, which are denoted there by $(m \mid \underset{0}{\theta} \mid m+1)$, are never reduced to zero. From (7) we may also see that the function $\underset{0}{\theta}^n i_1$ is a linear combination of functions (8)

$$\underset{0}{\theta}^n i_1 = \sum_0^{n-1} \alpha_\mu \underset{0}{\theta}^\mu i_1$$

[1] We are indebted to our colleague A.M. Lopschitz for a helpful and comprehensive discussion of the subject.

or

$$\underset{0}{\theta}^n - \sum_0^{n-1} \alpha_\mu \underset{0}{\theta}^\mu = 0. \tag{9}$$

Which is the so-called Cayley's equation. Suppose the matrix θ has some multiple proper values $\lambda_k = \lambda_e$. Then the degree of equation (9) may be lowered by unity, and consequently the functions (8) will become linarly dependent which is inconsistent with the arrangement of the matrix θ. θ has therefore no multiple roots.

Hence

$$P = \sum_0^{n-1} \beta_\mu \underset{0}{\theta}^\mu \tag{10}$$

where $n = 2l + 1$ which was the thing to be proved.

The coefficient B_k may be determined from n equations obtained, for example, from the first row of the matrix relation (10).

Owing to the special arrangement of $\underset{0}{\theta}$ the outward aspect of $\underset{0}{\theta}^k$, differs from that of $\underset{0}{\theta}^{k-1}$ in that $\underset{0}{\theta}^k$, when compared with $\underset{0}{\theta}^{k-1}$, acquires one extra line of elements differing from zero and parallel to the main diagonal.

The elements of the first row afford the following equations for the determination of B_k

$$B_{n-1}\theta_n^{n-1} = 1; \quad B_{k-1}\theta_{1,n-1}^{n-1} + B_{n-2}\theta_{1,n-1}^{n-2} = 0;$$

$$\sum_{\mu=k-1}^{\mu=n-1} \beta_\mu \theta_{1,k}^\mu = 0,$$

i.e. any B_k determined in terms of the remaining coefficients $B_{k+1}, B_{k+2}, \ldots, B_{n-1}$

$$B_{k-1} = \frac{\sum_k^{n-1} \beta_\mu \underset{0}{\theta}_{1,k}^\mu}{\underset{0}{\theta}_{1,k}^k}.$$

The orbital transpositon operator obtained in this way for the state P is as follows:

$$T_p^0 = \underset{0}{\theta}^2 + \underset{0}{\theta} - 1 = F_2(\theta).$$

Whilst for the state D we have

$$T_d^0 = \frac{1}{36}(\underset{0}{\theta}^4 + 6\underset{0}{\theta}^3 - 13\underset{0}{\theta}^2 - 90\underset{0}{\theta} - 36) = F_4(\theta)$$

and for the state s_0 we may write

$$\underset{0}{\theta} = (\sigma_1\sigma_2),$$

$$\underset{0}{\theta} = \begin{Vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{Vmatrix}; \quad p^\sigma = \alpha + \beta\theta.$$

Hence

$$\begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{Vmatrix} = \alpha \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Vmatrix} + \beta \begin{Vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{Vmatrix}$$

and we obtain finally

$$P^{\sigma} = \frac{1}{2}(1 + \sigma_1\sigma_2) = F_1(\sigma_1\sigma_2).$$

As the matrix $\underset{0}{\theta}$ is of the highest order of all the matrices into which $\underset{0}{\theta}$ is expanded, so the above operators

$$T^0 = F(\underset{0}{\theta})$$

are the operators of the transposition of orbits for all the function which serve as axes for the rest of matrices.

Thus we get as a generalisation of the Dirac's Hamiltonian which hold for the problem with only spin degeneration, the Hamiltonian

$$T_{kin} + U_{pot} + \frac{1}{2}\sum_{ik} \frac{F_{2l}(\theta_{ik})}{r_{ik}}(1 + \sigma_1\sigma_2)$$

when the operator $F_{2l}(\theta_{ik})/r_{ik}$ stands for the ordinary exchange integral in our theory.

The common theories of ferromagnetism (Heisenberg, Bloch) are the generalisations of the Heitler–London model for the case of a chain of many atoms. Here it is essential that all the atoms should be in the states. We know, however, that atoms are in the state D in all the real cases of ferromagnetism. It is interresting, therefore, to apply the Bartlett model of two atoms with orbital moments to the theory of ferromagnetism.

According to Heitler and London the lowest state is $^1\Sigma$. Therefore, in the theory of ferromagnetism, it is necessary, as Teller has proved, to apply the exchange integrals with the signs opposite to those applied in chemistry. Nevertheless, even according to Bartlett, the lowest state is $^3\Sigma$ and in generalising this model may expect, therefore, to find the lowest state of energy in accordance with the highest multiplicity.

The described method is being applied by the authors to the linear chain of atoms.

REFERENCES

1. *Bartlett* // Phys. Rev. 1931.
2. *Gordadze* // Bull. Moscow Univ. 1934. N 2.
3. *Rumer G.* // J. Phys. Chem. (Russian). 1933. Vol. 4, N 5.

ЗНАНИЕ "ПРОШЛОГО" И "БУДУЩЕГО" В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ*

Иногда говорят, что квантовая теория, запрещая знание "будущего" элементарной частицы в смысле механики Ньютона, в то же время допускает как будто бы какую-то возможность трактовать в классическом смысле ее прошлое [1, 2]; например, измеряя сначала импульс свободного электрона, а затем к некоторому моменту t_2 координату того же электрона, мы к моменту t_2 и для всех $t < t_2$ можем знать одновременно импульс и координату как угодно точно, т.е. для прошлого как будто бы может быть $\Delta p \Delta q < \hbar$.

Гейзенберг, дискутируя приведенный пример, замечает, что это знание прошлого имеет чисто умозрительный характер и поэтому вопрос о том, стоит ли названному вычислению прошлого частицы приписывать какую-либо физическую реальность, является только делом вкуса.

Насколько нам известно, это единственный случай в квантовой механике, когда, хотя бы умозрительно, допускается подобная классическая возможность. Поэтому ближайшее рассмотрение этой возможности не лишено некоторого интереса.

Ближайшее рассмотрение этой проблемы сильно ограничивает эту возможность и, в сущности, ее ликвидирует.

Действительно, дискутируя мысленный эксперимент, который указывает на интересующую нас несимметрию принципа неопределенности в отношении прошлого и будущего, необходимо принимать во внимание соотношение Бора $(v_2 - v_1)\Delta p \Delta t \geqslant \hbar$ для точности измерения импульса.

Это соотношение утверждает: если процесс измерения импульса частицы длится отрезок времени Δt, если при этом меняется ее скорость на величину $v_2 - v_1$, то ошибка в импульсе

$$\Delta p \geqslant \frac{\hbar}{\Delta t (v_2 - v_1)}. \qquad (1)$$

Пусть в момент t_1 начинается измерение импульса свободно движущейся частицы; пусть это измерение длится время Δt и пусть в момент $t_2 = t_1 + \Delta t$ мгновенно и совершенно точно измеряется положение той же частицы.

В момент t_2 мы имеем точное знание положения частицы и знание ее импульса с ошибкой Δp. Эта ошибка может быть как угодно мала.

Двигаясь в прошлое по оси времен, мы получаем для ошибки в координате к моменту t_1, т.е. к моменту начала эксперимента по наблюдению импульса, по меньшей мере значение

$$\Delta q = (v_2 - v_1)\Delta t, \qquad (2)$$

так как неизвестно, в какой момент внутри Δt изменилась скорость частицы на величину $(v_2 - v_1)$.

* ЖЭТФ. 1936. Т. 6, вып. 1. С. 9–12.

Вставляя (2) в (1), получаем

$$\Delta p \Delta q \geqslant \hbar; \tag{3}$$

таким образом, соотношение неопределенностей $\Delta p \Delta q \geqslant \hbar$ справедливо для всех моментов будущего:

$$t > t_2 \tag{4}$$

и всех моментов прошлого:

$$t < t_1. \tag{5}$$

Только область $t_2 - t_1$, которую скорее можно назвать настоящим, оказывается в некотором привилегированном положении.

Принципиально важно, что эта область всегда лежит между двумя экспериментами: в предыдущем случае между экспериментом, определяющим импульс, и экспериментом, определяющим координату.

То же самое мы получаем при другом экспериментальном подходе к той же проблеме, а именно: в моменты t_1 и t_2 определяется положение свободно движущейся частицы и вычисляется скорость по формуле $v = \dfrac{q_2 - q_1}{t_2 - t_1}$. Здесь

$$\Delta p \Delta q < \hbar$$

также для всех t, удовлетворяющих условию $t_1 < t < t_2$, может быть

$$\Delta p \Delta q < \hbar.$$

Благодаря соотношению (1) в результате того, что область $t_2 - t_1$ лежит между двумя экспериментами, оказывается невозможным предсказать будущее в духе мысленного эксперимента Эйнштейна, Толмена, Подольского на основании знания этого *ограниченного* прошлого.

Опыт, предложенный указанными авторами, заключается в следующем: автоматически мгновенно открываются и закрываются два окошка некоторого ящика, внутри которого находятся одинаковые частицы в тепловом движении. Разбираются случаи, когда из каждого окошка вылетает по частице. Одна частица летит к эллиптическому зеркалу, а затем в фокус этого зеркала.

Вторая же частица летит прямо в тот же фокус. Так как первый путь легко сделать как угодно длинным, то вторую частицу можно надеяться наблюдать в фокусе значительно раньше первой. Измеряется импульс этой частицы, время прихода в фокус, вычисляется время, когда были открыты окошки.

Зная предварительно энергию ящика до опыта и определяя ее вторично (взвешиванием) после вылета двух частиц, как будто бы можно получить все данные относительно первой частицы, предсказать, например, время прихода ее в фокус.

Формализм квантовой теории предсказывает безуспешность подобного эксперимента. Действительно, этот эксперимент требует знания прошлого к моменту $t \leqslant t_1$, знания прошлого к моменту, когда было открыто окошко, что случилось заведомо раньше начала определения импульса и координаты частицы, а для $t < t_1$ уже справедливо соотношение $\Delta p \Delta q \geqslant \hbar$.

Бор рассмотрел этот мысленный эксперимент, предложенный Эйнштейном, Толменом и Подольским, и показал, что и в данном случае, в согласии с квантово-механическим формализмом, ошибки, входящие в (3), также неконтролируемы для прошлого, как и для будущего (в этом повинен релятивистский эффект для времени). Выше мы видели, исходя из общих соображений, что любой опыт в этом же духе благодаря (4) и (5) невозможен.

Повторяю, существенно, что область $t_2 - t_1$ лежит между двумя экспериментами. Действительно вмешательство первого эксперимента нарушает знание более раннего прошлого, вмешательство второго эксперимента запрещает знание будущего.

Надо думать, что область $t_2 - t_1$ не имеет также привилегированного физического смысла в квантовой механике. Другими словами, нельзя воспользоваться особенностью этой области, чтобы получить более подробные сведения не только для предсказания будущего, но и для более точного измерения или вычисления из результатов измерений важных физических величин: величин электромагнитного поля, спина свободного электрона и т.д.

Например, о спине свободного электрона.

Спин свободного электрона не может быть наблюдаем потому, что благодаря соотношению $\Delta q \Delta v \geqslant \frac{\hbar}{m}$ ошибка в $H = \frac{e}{c}\frac{\mathbf{vr}}{r^3}$ становится порядка $\frac{\mu}{r^3}$. Кажется с первого взгляда, что если поставить эксперимент в области $t_2 - t_1$, если сначала измерять импульс, затем поле, а потом положение электрона, можно обойти эту трудность. Но дело в том, как мне любезно указал Бор, что измерение поля требует некоторого промежутка времени и сопровождается обратным действием на электрон, изменяющим неконтролируемым образом его импульс.

Это обратное действие тем больше, чем меньше этот промежуток времени.

По мнению Бора, для ненаблюдаемости спина имеют значение рассматриваемые Бором и Розенфельдом флуктуации электромагнитного поля.

Таким образом, особенность этой области здесь сказывается лишь в том, что приходится обращаться в этой области к несколько другим аргументам, чем в обычной, но результат в конце концов прежний.

Собственно говоря, подобный результат можно было предвидеть, так как несимметрия в отношении прошлого и будущего квантовой механики, о которой идет речь, не является следствием квантово-механического формализма, а представляет собой результат дискуссии мысленных экспериментов, которые всегда носят ориентировочный и, в сущности, иллюстративный характер.

Надо думать, что даже чисто умозрительно, в смысле Гейзенберга, для p и q и в области $t_2 - t_1$ недопустимо описание процесса в духе ньютоновской механики: ведь в правило коммутации $pq - qp = \hbar$ совсем не входит время; наконец, нельзя сформулировать в рамках уравнения Шредингера то обстоятельство, что к моменту t_2 можно задать для свободного движения как угодно точно p_{t_2} и q_{t_2}.

В заключение я должен выразить глубокую благодарность Н. Бору за ряд ценных указаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Einstein A., Tolman R., Podolsky B.* // Phys. Rev. 1931. Vol. 37.
2. *Heisenberg W.* Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie. Leipzig: Hirzel, 1930.

ZUR DIRACSCHEN THEORIE DES ELEKTRONS

I Teil*

Einführung

Bekanntlich hat Gordon den Ausdruck für den Diracschen Strom in zwei Teile aufgespalten: Leitungsstrom und Polarisationsstrom. Beide Teile genügen in gleicher Weise der Kontinuitätsgleichung.

In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass die "Aufspaltung des Erhaltungssatzes für den Strom", von der oben die Rede war, ein Sonderfall, wenn man so sagen darf, der "Aufspaltung der Erhaltungssätze" in der Diracschen Theorie überhaupt ist.

Die Erhaltungssätze für Energie und Impuls, den Drehimpuls und die Schwerpunktsbewegung erfahren das gleiche Los wie der Erhaltungssätze für den Strom. Mit anderen Worten, jeder Ausdruck für den Erhaltungssatz in der Diracschen Theorie zerfällt wie der Erhaltungssatz für den Strom in zwei Ausdrücke.

Diese Aufspaltung ist relativistisch invariant. Die Erhaltungssätze werden in der vorliegenden Arbeit mit Hilfe der bekannten Lehrsätze von E. Noether abgeleitet (Wirkungsprinzip, Gruppentheorie.)

Nebenbei wird die Ursache der Asymmetrie des Energie und Impulstensors in der Diracschen Theorie geklärt. Das geschieht durch Abtrennung des symmetrischen "klassischen" Energie- und Impulstensors (im Sinne der Korrespondenz) aus dem Tetrodetensor (Energie- und Impulstensor in der Diracschen Theorie) (§ 3).

Alle Ausdrücke für die Dichte der physikalischen Grössen in der auf Gleichungen erster Ordnung aufgebauten Diracschen Theorie können mit Hilfe des Gordonschen Ansatzes transformiert werden:

$$\psi = -\frac{i}{mc}\sum_{1}^{4}\gamma^{\rho}\left(\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x_{\rho}} + A_{\rho}\right)\psi.$$

Durch die Gordonsche Transformation können wir die äussere Form dieser Ausdrücke (für die Dichte der physikalischen Grössen) so umwandeln, dass sie die Gestalt von Ausdrücken für die Dichte der gleichen physikalischen Grössen annimmt, die sich unmittelbar aus den Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung ergeben.

Natürlich genügen die Funktionen, mit deren Hilfe diese Dichten aufgebaut werden, den Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung.

---

* Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1936. Bd. 10. S. 773–808.

Eine solche Art der Schreibweise der Dichten physikalischer Grössen ist für die Analyse der Wechselbeziehung zwischen den Gleichungen erster und zweiter Ordnung im Sinne der Ideen von W. Pauli und V. Weisskopf sehr bequem: dieser Frage wird der zweite Teil der vorliegenden Arbeit gewidmet sein.

Der Drehimpulssatz und das Gesetz der Schwerpunktsbewegung, die wir mit Hilfe der Gruppentheorie in differentieller Form abgeleitet haben (§ 7–9), sind im Erhaltungsgesetz eines gewissen Tensors

$$W_{\lambda\mu\nu} = -\psi^{*}\gamma^{\lambda}\gamma^{\mu}\frac{h}{2}\gamma^{\nu}\gamma^{4}\psi + x_{\lambda}T_{\mu\nu} - x_{\mu}T_{\lambda\nu}$$

zusammengefasst. Die Komponenten $W_{\lambda\mu\nu}$ haben die Dimension einer Wirkungsdichte. Den Tensor $W_{\lambda\mu\nu}$ bezeichnen wir weiterhin als "Wirkungstensor".

In der klassischen Elektrodynamik hat dieser Tensor die gleiche Form, aber ohne das charakteristische quantenhafte Zusatzglied $-\psi^{*}\gamma^{\lambda}\gamma^{\mu}\frac{h}{2}\gamma^{\nu}\gamma^{4}\psi$. Ein Sonderfall dieses Zusatzgliedes ist der Spin.

In § 10 wird die Klassifizierung der verschiedenen Gebilde aus den Diracschen Matrizen $\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$ diskutiert und diese Klassifizierung wird mit dem Wirkungstensor mit dem Glied $-\psi^{*}\gamma^{\lambda}\gamma^{\mu}\frac{h}{2}\gamma^{\nu}\gamma^{4}\psi$ in Verbindung gebracht.

In § 11 wird die oben erwähnte Aufspaltung der physikalischen Grössen diskutiert.

Die Erhaltungssätze

Wendet man die bekannten Lehrsätze von Noether [9] auf den Langrangeschen Ausdruck der Diracschen Gleichungen an, so kann man alle Invarianten von der Form div $A = T$ erhalten. Mit anderen Worten, man kann alle Erhaltungssätze der gegebenen Theorie ableiten. Die Zahl dieser Gesetze ist gleich der Zahl der Parameter der kontinuierlichen Gruppe von Transformationen, der gegenüber der in Betracht gezogene Lagrangesche Ausdruck invariant ist.

Das ist der Fall einer endlichen Gruppe (G_ρ). Der Fall der kontinuierlichen unendlichen Gruppe ($G_{\rho\infty}$), der ebenfalls von physikalischem Interesse ist, wird mathematisch gesondert behandelt.

In der vorliegender Arbeit wird nur die Invarianz der Diracschen Gleichungen in bezug auf die Lorentzsche zehnparametrige Gruppe (G_{10}) behandelt. Die Lehrsätze von E. Noether ermöglichen es, die zehn Invarianten des genannten Typs zu finden.

Die Eichinvarianz der Diracschen Gleichungen – also gerade der Fall der kontinuierlichen unendlichen Gruppe – ergibt die elfte Invariante als Folge der gleichen Noetherschen Lehrsätze (Stromgesetz).

Der Inhalt der genannten Lehrsätze ist kurz folgender:

§ 1. Die Lehrsätze von Noether

Gegeben sei das Integral:

$$I = \int \ldots \int L\left(x, u, \frac{du}{dx}, \frac{d^2u}{dx^2} \ldots\right) dx,$$

genommen über ein Gebiet: $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Wenn dieses Integral gegenüber den infinitesimalen Transformationen einer gewissen endlichen Gruppe, die ρ Parameter (G_ρ) enthält, invariant ist, so ergeben sich ρ Beziehungen vom Typ:

$$\operatorname{div} A^{(\rho)} = T^{(\rho)}. \tag{1}$$

Die infinitesimale Transformation stellt sich in der Form:

$$y_i = x_i + \Delta x_i, \quad v_\mu(y) = u_\mu + \Delta u_\mu$$

dar, wo Δx_i, Δx_μ linear von den Transformationsparameter der gegebenen Gruppe G_ρ abhängen: $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_\rho$; oder sie hängen linear von den willkürlichen Funktionen $p_1(x), p_2(x), \ldots, p_\rho(x)$ und ihren Ableitungen für den Fall der Invarianz gegenüber der unendlichen Gruppe $G_{\infty\rho}$ ab. Wenn man die Lagrangeschen Ausdrücke mit

$$\varphi_i = \frac{\partial L}{\partial u_i} - \sum \frac{\partial}{\partial x_k} \cdot \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial u_i}{\partial x_k}}$$

bezeichnet, so nimmt (1) die Form:

$$\operatorname{div} A^{(\rho)} = \sum \varphi_i \delta^{(\rho)} u_i \tag{2}$$

an, wo

$$\delta u_i = v_i(x) - u_i(x) = \Delta u_i - \sum \frac{\partial u_i}{\partial x_\lambda} \Delta x_\lambda. \tag{3}$$

In dem Falle, wo L nur von den ersten Ableitungen von u nach x abhängt, hat A_ν die Form [2]:

$$A_\nu = -\sum_\mu \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\nu}} \Delta u_\mu + \sum_\lambda \Delta x_\lambda \left(\sum_\mu \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\nu}} \cdot \frac{\partial u_\mu}{\partial x_\nu} - \delta_{\lambda\nu} L \right), \tag{4}$$

$$\delta_{\lambda\nu} = \begin{cases} 1 \text{ wenn } \lambda = \nu, \\ 0 \text{ wenn } \lambda \neq \nu. \end{cases}$$

§ 2. Der Energie- und Impulstensor

Wir schreiben die Diracschen Gleichungen in der Form:

$$-\sum_1^4 \gamma^\mu \left(\frac{h}{i} \frac{\partial}{\partial x_\mu} + A_\mu \right) \psi + imc\psi = 0,$$
$$\sum_1^4 \left(\frac{h}{i} \frac{\partial}{\partial x_\mu} - A_\mu \right) \psi^+ \gamma^\mu + imc\psi^+ = 0, \tag{5}$$

wo $x_4 = ict$, $\psi^+ = i\psi^* \gamma^4$, ψ^* die adjungierte Funktion ist.

Es ist leicht einzusehen, dass die Gleichungen (5) aus dem Variationsprinzip ermittelt werden können, wo der Ausdruck

$$L = \frac{1}{2} \frac{h}{i} \sum_1^4 \left(\frac{\partial \psi^+}{\partial x_\mu} \gamma^\mu \psi - \psi^+ \gamma^\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} \right) - \sum_1^4 A_\mu \psi^+ \gamma^\mu \psi + imc\psi^+ \psi \tag{6}$$

ein Lagrangescher Ausdruck ist.

Die Invarianz gegenüber der Veränderung des Koordinatenursprungs ergibt vier Beziehungen für die Erhaltungssätze für Energie und Impuls. Tatsächlich enthält der Lagrangesche Ausdruck (6) sechs transformierende Funktionen: ψ, ψ^+, $A_\mu = \frac{e}{c} A'_\mu$, wo $\mu = 1, 2, 3, 4$.

Im gegebenen Falle wird die infinitesimale Transformation die folgende sein:

$$\delta\psi = -\sum_1^4 \frac{\partial \psi}{\partial x_\lambda} \alpha_\lambda, \quad \delta\psi^+ = -\sum_1^4 \frac{\partial \psi^+}{\partial x_\lambda} \alpha_\lambda,$$
$$\Delta x_\lambda = \alpha_\lambda, \quad \lambda = 1, 2, 3, 4.$$
$$\varphi_\psi = \varphi_{\psi^+} = 0, \quad \varphi_{A_\nu} = \frac{\partial L}{\partial A_\nu} = -\psi^+ \gamma^\nu \psi = -S_\nu,$$
$$\Delta\psi = \Delta\psi^+ = 0; \quad \Delta A_\nu = 0, \quad \nu = 1, 2, 3, 4. \tag{7}$$
$$L = 0; \quad \delta A_\nu = -\sum_1^4 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\lambda} \alpha_\lambda.$$

Verwenden wir (6) und (4), so erhalten wir für die Komponenten der divergierenden Grösse den Ausdruck:

$$B_{\lambda\nu} = \frac{1}{2} \frac{h}{i} \left(\frac{\partial \psi^+}{\partial x_\lambda} \gamma^\nu \psi - \psi^+ \gamma^\nu \frac{\partial \psi}{\partial x_\lambda} \right). \tag{8}$$

Ausserdem ist

$$\sum \varphi_{A_\nu} \delta^{(\lambda)} A_\nu = \sum \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\lambda} S_\nu$$

und auf Grund von (2)

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial B_{\lambda\nu}}{\partial x_\nu} = \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\lambda} S_\nu. \tag{9}$$

Der Ausdruck (9) wird leicht auf die bekannte Form reduziert.

Wir verändern in (8) das Vorzeichen und fügen rechts und links hinzu:

$$\sum_{\nu=1}^{4} S_\nu \frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\nu}.$$

Nach elementaren Umformungen erhalten wir:

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial T_{\lambda\nu}}{\partial x_\nu} = -\sum_{\nu=1}^{4} \left(\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\nu} \right) S_\nu;$$

$$\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\nu} = F_{\lambda\nu} \tag{10'}$$

und haben:

$$\sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial T_{\lambda\nu}}{\partial x_\nu} = -\sum_{\nu} F_{\lambda\nu} S_\nu, \tag{10}$$

wo

$$T_{\lambda\nu} = \frac{1}{2} \frac{h}{i} \left(\psi^{+} \gamma^{\nu} \frac{\partial \psi}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial \psi^{+}}{\partial x_\lambda} \gamma^{\nu} \psi \right) + A_\lambda S_\nu, \tag{11}$$

d. h. den Energietensor in der Form, wie er sich z. B. bei Tetrode ergibt [11].

Tetrode hat auf zwei Besonderheiten dieses Tensors hingewiesen:

1. Der Energie- und Impulstensor ist in der Form (11), d. h. in der Form, wie er sich unmittelbar aus der Diracschen Gleichung ergibt, nicht symmetrisch und bedarf einer Symmetrisierung.

2. In (11) ist das magnetische Moment des Elektrons nicht enthalten, jedenfalls nicht explizit.

Es ist bemerkenswert, dass die gleiche Methode von Noether, angewandt auf die klassische (d. h. nicht quantenmässige) Elektrodynamik (Bessel–Hagen), sofort den symmetrischen Energie- und Impulstensor ergibt.

Der Grund für diesen Unterschied beruht in dem eigenen magnetischen Moment des Elektrons, das in der klassischen Elektrodynamik nicht vorhanden ist. Wenn im Energie- und Impulstensor (11) die mit dem magnetischen Moment des Elektrons verbundenen Glieder eliminiert werden (was im nächsten Paragraphen getan wird), so bleibt im Sinne der Korrespondenz der klassische symmetrische Teil übrig.

§ 3. Der Energie- und Impulstensor und das magnetische Moment des Elektrons (Gordonsche Transformation)

Bekanntlich hat Gordon den Diracschen Strom in einen Leitungsstrom und einen Polarisationsstrom aufgeteilt [6].

Diese Aufteilung wird folgendermassen erzielt: in den Komponenten des Diracschen Stroms, die folgendermassen geschrieben werden:

$$S_\nu = \frac{1}{2}(\psi^+\gamma^\nu\psi + \psi^+\gamma^\nu\psi), \tag{12}$$

wird in das erste Glied statt ψ^+ der Ausdruck

$$+\frac{i}{mc}\sum_1^4\left(\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x_\rho} - A_\rho\right)\psi^+\gamma^\rho, \tag{13}$$

der aus (5) entnommen wird, eingesetzt und im zweiten Glied (12) ψ dementsprechend durch

$$-\frac{i}{mc}\sum_1^4\gamma^\rho\left(\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x_\rho} + A_\rho\right)\psi \tag{14}$$

ersetzt. Wandeln wir auf die gleiche Weise den Energie- und Impulstensor um:

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\frac{h}{i}\left(\psi^+\gamma^\nu\frac{\partial\psi}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\psi^+}{\partial x_\mu}\gamma^\nu\psi\right) + A_\mu S_\nu, \tag{15}$$

so ersetzen wir im ersten Glied von (15) ψ^+ durch (13) und ψ im zweiten Glied durch (14). Nehmen wir für den Strom den Gordonschen Ausdruck

$$S_\nu = S_\nu^l + S_\nu^p, \tag{16}$$

wo

$$S_\nu^l = \frac{i}{2mc}(\psi(P_\nu - A_\nu)\psi^+ - \psi^+(P_\nu + A_\nu)\psi), \tag{17}$$

so erhalten wir

$$S_\nu^p = \frac{h}{2mc}\sum_k\frac{\partial M_{\nu k}}{\partial x_k}, \tag{18}$$

wo

$$M_{\nu k} = -\psi^+\gamma^\nu\gamma^k\psi = -M_{k\nu}.$$

Wir teilen den Ausdruck für den Energie- und Impulstensor in Glieder auf, für die $\rho = \nu$, und Glieder, für die $\rho \neq \nu$, (sowie auch den Ausdruck für den Strom bei seiner Transformation) und spalten den Energie- und Impulstensor in zwei Teile

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{\rho=\nu} + T_{\mu\nu}^{\rho\neq\nu}, \tag{19}$$

wo

$$T_{\mu\nu}^{\rho=\nu} = \frac{1}{2}\frac{i}{mc}\{[(P_\nu - A_\nu)\psi^+]P_\mu\psi + P_\mu\psi^+(P_\nu + A_\nu)\psi\} + A_\mu S_\nu^l, \tag{20}$$

$$T_{\mu\nu}^{\rho\neq\nu} = \frac{1}{2}\frac{i}{mc}[\sum_{\rho=\nu}(P_\rho - A_\rho)\psi^+\gamma^\rho\gamma^\nu P_\mu\psi + P_\mu\psi^+\gamma^\nu\sum_{\rho=\nu}\gamma^\rho(P_\rho + A_\rho)\psi] + A_\mu S_\nu^p. \tag{21}$$

Wir schreiben (20) in folgender Form

$$T_{\mu\nu}^{\rho=\nu} = \frac{1}{2}\frac{i}{mc}[P_\nu\psi^+P_\mu\psi + P_\mu\psi^+P_\nu\psi] + \frac{i}{mc}A_\mu A_\nu\psi^+\psi + A_\mu S_\nu^l + A_\nu S_\mu^l \tag{22}$$

und den Ausdruck (21) in der Form:

$$T_{\mu\nu}^{\rho\neq\nu} = \frac{1}{2}\frac{i}{mc}\sum_{\rho\neq\nu}[P_\rho\psi^+\gamma^\rho\gamma^\nu P_\mu\psi - P_\mu\psi^+\gamma^\rho\gamma^\nu P_\rho\psi] +$$

$$+\frac{h}{2mc}\left[A_\mu\sum_{\rho\neq\nu}\frac{\partial M_{\nu\rho}}{\partial x_\rho} - \sum_{\rho\neq\nu}A_\rho\frac{\partial M_{\nu\rho}}{\partial x_\mu}\right]; \tag{23}$$

dann ist aus (22) und (23) ohne weiteres zu ersehen, dass das Glied $T_{\mu\nu}^{\rho=\nu}$ symmetrisch ist:

$$T_{\mu\nu}^{\rho=\nu} = T_{\nu\mu}^{\rho=\nu},$$

während das Glied $T_{\mu\nu}^{\rho\neq\nu}$ nicht symmetrisch ist.

Dieses Glied trägt die Schuld an der Zerstörung der Symmetrie des Energie- und Impulstensors, der in der von Tetrode gegebenen Form geschrieben ist (11).

In dem Glied $T_{\mu\nu}^{\rho=\nu}$ kann man das klassische Analogon[1] des Energie- und Impulstensors für das "nicht rotierende" nicht magnetische Elektron sehen. Dabei sind die Glieder des Ausdrucks (23) alle irgendwie mit dem Operator $i\gamma^4\gamma^\nu\gamma^\rho$ verbunden, d. h. mit dem Operator des magnetischen und elektrischen Moments des Elektrons, was aus der weiteren Darlegung ganz klar ersichtlich ist.

So sehen wir also, dass eine und dieselbe mathematische Methode zur Ableitung des Energie- und Impulstensors im Falle der klassischen Elektrodynamik und im Falle der Diracschen Theorie den Energie- und Impulstensor nicht zufällig mit verschiedenen Symmetrie-Eigenschaften ergibt.

Der Energietensor (11) kann bekanntlich symmetrisiert werden [11], wobei man davon ausgeht, dass

$$\sum_{\nu=1}^{4}\frac{\partial}{\partial x_\nu}(T_{\mu\nu} - T_{\nu\mu}) = 0;$$

[1] Das wird bei einer anderen Schreibweise dieses Gliedes besonders deutlich sichtbar (s. § 5).

wo

$$2(T_{\mu\nu} - T_{\nu\mu}) = \frac{h}{i}\sum\frac{\partial}{\partial x_\rho}(\psi^+\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\psi),$$
$$\rho \neq \nu; \quad \rho \neq \mu; \quad \nu \neq \mu. \tag{24}$$

Symmetrisiert man auf diese Weise den Tensor $(T_{\mu\nu})$, so nimmt er die Gestalt

$$T'_{\mu\nu} = T'_{\nu\mu} = T^{\rho=\nu}_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left[T^{\rho\neq\nu}_{\mu\nu} + T^{\rho\neq\nu}_{\nu\mu}\right]$$

an. Der Sinn der Glieder des Ausdrucks

$$\frac{h}{i}\sum\frac{\partial}{\partial x_\rho}(\psi^+\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\psi)$$

wird in § 10 geklärt.

§ 4. Die Gordonsche Transformation ist ihrer Form nach dem Übergang zu den Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung äquivalent

Der Lagrangesche Ausdruck (6) kann auch so geschrieben werden:

$$L = -\sum T_{\mu\mu} + imc\psi^+\psi.$$

Setzen wir in diesen Lagrangeschen Ausdruck $T_{\mu\mu}$, der nach Gordons Verfahren transformiert ist, d. h. (22) und (23) ein, so erhalten wir (25).

Den Ausdruck (25) werden wir als ganz neuen Lagrangeschen Ausdruck betrachten:

$$L = -\frac{i}{mc}\left[\sum_\mu \left(P_\mu\psi^+P_\mu\psi + A_\mu^2\psi^+\psi\right)\right] - 2A_\mu S^l_\mu + imc\psi^+\psi -$$
$$-\frac{1}{2}\frac{i}{mc}\sum_\mu\sum_\rho\left[P_\rho\psi^+\gamma^\rho\gamma^\mu P_\mu\psi - P_\mu\psi^+\gamma^\rho\gamma^\mu P_\rho\psi\right] -$$
$$-\frac{h}{2mc}\sum_\mu\left[A_\mu\sum_\rho\frac{\partial M_{\mu\rho}}{\partial x_\rho} - \sum_\rho A_\rho\frac{\partial M_{\mu\rho}}{\partial x_\mu}\right]. \tag{25}$$

Als Eulersche Gleichungen des Variationsproblems mit dem gegebenen Lagrangeschen Ausdruck (25) werden folgende Gleichungen auftreten: durch Variierung von ψ erhalten wir:

$$-\frac{1}{mc}\sum\sum_{\mu\neq\lambda} P_\lambda P_\mu\psi^+\gamma^\lambda\gamma^\mu + \left[\frac{1}{mc}\sum_\lambda(P_\lambda - A_\lambda)^2 + mc\right]\psi^+ +$$
$$+\frac{1}{2}\frac{h}{mc}\sum\sum_{\lambda\neq\mu} F_{\mu\lambda}\frac{\psi^+\gamma^\mu\gamma^\lambda}{i} = 0. \tag{26}$$

Variieren wir ψ^+, so haben wir

$$-\frac{1}{mc}\sum_{\mu\neq\lambda}\sum\gamma^\lambda\gamma^\mu P_\lambda P_\mu\psi+\left[\frac{1}{mc}\sum_\lambda(P_\lambda+A_\lambda)^2+mc+\frac{1}{2}\frac{h}{mc}\sum_{\lambda\neq\mu}\sum F_{\mu\lambda}\frac{\gamma^\mu\gamma^\lambda}{i}\right]\psi=0. \tag{27}$$

Die Gleichungen (26) und (27) unterscheiden sich von den entsprechenden Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung [5] nur durch das Glied

$$\frac{1}{mc}\sum_{\lambda\neq\mu}\sum\gamma^\lambda\gamma^\mu P_\lambda P_\mu\psi, \tag{28}$$

das gleich Null ist, weil $\gamma^\lambda\gamma^\mu+\gamma^\mu\gamma^\lambda=0$ bei $\mu\neq\lambda$.

Somit sind die Gleichungen (26) und (27) mit den Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung identisch.

Also ist die Transformation des Diracschen Stroms nach Gordons Verfahren ihrer Form nach dem Übergang zu den Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung äquivalent.

Der Sinn dieser formalen Äquivalenz ist folgender: nimmt man die Lagrange-Funktion der Diracschen Gleichungen erster Ordnung, d. h. eine Funktion in der Form (6) und nimmt in ihr die Gordonsche Zerlegung vor, so nimmt die Funktion (6) die Gestalt der Funktion (25) mit der gleichen zusätzlichen Bedingung an, dass ψ den Diracschen Gleichungen erster Ordnung genügen.

Ganz genau die gleiche Form, nur ohne diese zusätzliche Bedingung, wird der Lagrangesche Ausdruck der Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung haben.

Wie wir später sehen werden, ist das die Bedeutung des Gordonschen Ansatzes in bezug auf alle physikalischen Grössen der Diracschen Theorie.

Späterhin erweist sich die Identität (28) als ausserordentlich wesentlich, und sie führt zu wichtigen Folgerungen.

Sofern die bisherigen Erwägungen richtig sind, sind auch die umgekehrten Erwägungen berechtigt, d. h. der aus den Gleichungen (26) und (27) abgeleitete Strom muss ein Diracscher Strom in der von Gordon aufgespalteten Form sein, Diese Kontrolle ist unbedingt notwendig, weil der Gordonsche Ansatz bis zu einem gewissen Grade den Charakter einer Vorschrift trägt. Mehr noch, die umgekehrte Betrachtungsweise entbehrt, wie wir später sehen werden, nicht eines besonderen Interesses.

Aus den Gleichungen (26) und (27) können wir auf dem gewöhnlichen Wege die Kontinuitätsgleichung für den Strom erhalten. Multiplizieren wir nämlich (27) auf der linken Seite mit ψ und (28) auf der rechten Seite mit ψ^+ und subtrahieren wir die zweite von der ersten, so finden wir, dass die gleichen Glieder mit $F_{\mu\nu}$ aus beiden Gleichungen mit verschiedenen Vorzeichen herausfallen und sich gegenseitig aufheben.

Es bleiben zwei Glieder, die beide gleich Null sind:

$$\psi^+\left[\frac{1}{mc}\sum_\lambda(P_\lambda+A_\lambda)^2\psi\right]-\psi\left[\frac{1}{mc}\sum_\lambda(P_\lambda-A_\lambda)^2\psi^+\right]=0 \tag{29}$$

und auf Grund von (28)

$$\frac{1}{mc}\sum_{\mu\neq\lambda}\sum(\psi^+\gamma^\lambda\gamma^\mu P_\lambda P_\mu\psi+P_\lambda P_\mu\psi^+\gamma^\lambda\gamma^\mu\psi)=0. \tag{30}$$

Die Beziehung (29) wird bekanntlich durch elementare Transformationen [7] in

$$\sum_{1}^{4} \frac{\partial S_{\lambda}^{l}}{\partial x_{\lambda}} = 0 \tag{31}$$

umgewandelt, wo S_{λ}^{l} der "Leitungsstrom" ist (17).

Den Ausdruck (30) kann man durch den Ausdruck

$$\sum_{1}^{4} \frac{\partial}{\partial x_{\lambda}} \frac{h}{2mc} \sum_{1}^{4} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} (\psi^{+}\gamma^{\lambda}\gamma^{\mu}\psi) = 0 \tag{32}$$

ersetzen, wo

$$\frac{h}{2mc} \sum_{\mu=1}^{4} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} (\psi^{+}\gamma^{\lambda}\gamma^{\mu}\psi) = S_{\lambda}^{p}$$

die Komponenten des Gordonschen "Polarisationsstroms" sind. Das Vorhandensein einzelner Erhaltungssätze für den Leitungsstrom (31) und den Polarisationsstrom ist eine höchst bemerkenswerte Seite der Theorie. Es ist interessant zu untersuchen, wie weit dieser Parallelismus der Gesetze für die äusseren und inneren Freiheitsgrade des Elektrons geht. Auf diese Frage kommen wir in den nächsten Paragraphen noch zurück. Es versteht sich von selbst, dass die überflüssigen Glieder in (26) und (27) im Vergleich zu den entsprechenden Diracschen Gleichungen in den früheren Betrachtungen von uns nur zu methodischen Zwecken beibehalten worden sind. Wir hätten diese Glieder weglassen können; dann hätten wir die Gleichung (31) für den Leitungsstrom erhalten und dann die Beziehung (28) für die Ableitung (32) benutzt.

So sehen wir also, dass sich aus den Gleichungen (26) und (27) tatsächlich der Diracsche Strom in der von Gordon angegebenen Form ergibt.

Bekanntlich hat Landé [7] den Ausdruck für den Strom für die Diracsche Gleichung zweiter Ordnung gefunden. Dieser Ausdruck unterschied sich seiner Gestalt nach durch nichts von dem üblichen Ausdruck für den Strom, der sich aus der relativistischen skalaren Gleichung ergibt. Ein solches Resultat ist ganz unbegreiflich, da die Diracsche Gleichung zweiter Ordnung das magnetische Moment des Elektrons berücksichtigt und in die Paulische Gleichung übergeht, für die das Spin-Glied im Strom schon berücksichtigt werden muss. Man braucht sich nur den Strom anzusehen, der sich für den Fall einer Bewegung des kugelförmigen Pakets in der Diracschen Theorie bei der Näherung ergibt, bei der v/c klein ist.

Gerade der Ausdruck (28), der neben den Gleichungen (26) und (27) angenommen werden muss, wird von Landé korrigiert.

§ 5a. Die Aufspaltung des Lagrangeschen Ausdrucks ist relativistisch invariant

Die Bewegungsgleichungen, die sich aus dem Lagrangeschen Ausdruck ergeben, d. h. die Gleichungen (26) und (27) werden, wie wir gesehen haben, in gewöhnliche

Diracsche Gleichungen zweiter Ordnung und Identitäten

$$\frac{1}{mc}\sum\sum_{\lambda\neq\mu} \gamma^{\lambda}\gamma^{\mu}P_{\lambda}P_{\mu}=0$$

aufgespalten.

Wie wir gesehen haben, wurde der Erhaltungssatz für den Strom infolge dieser auf den ersten Blick trivial erscheinenden Identität in zwei Gesetze aufgespalten. Durch diese gleiche Identität geschieht, wie wir später sehen werden, mit allen übrigen Erhaltungssätzen das Gleiche.

Wir eliminieren in der Lagrangeschen Funktion L (25) den Teil, den wir mit λ bezeichnen:

$$\lambda=-\frac{1}{2}\frac{i}{mc}\sum\sum_{\mu\neq\rho}(P_{\rho}\psi^{+}\gamma^{\rho}\gamma^{\mu}P_{\mu}\psi-P_{\mu}\psi^{+}\gamma^{\rho}\gamma^{\mu}P_{\rho}\psi). \tag{33}$$

Wenn wir uns den Umstand zunutze machen, das μ und ρ ein und dieselben Werte durchlaufen, können wir (33) vereinfachen:

$$\lambda=-\frac{i}{mc}\sum\sum_{\mu\neq\rho} P_{\rho}\psi^{+}\gamma^{\rho}\gamma^{\mu}P_{\mu}\psi. \tag{34}$$

λ kann man formal als einen gewissen "Lagrangeschen Ausdruck" betrachten, dessen Lagrange-"Gleichung" gerade als die Identität (28) auftreten wird.

Der vollständige Lagrangesche Ausdruck L wird so geschrieben:

$$L=\Delta+\lambda. \tag{35}$$

Die Aufspaltung (35) ist relativistisch invariant.

Da L relativistisch invariant ist, braucht man nur zu zeigen, dass λ invariant ist, um sich von der Invarianz der Aufspaltung (35) zu überzeugen.

Nehmen wir an, wir haben die orthogonale Transformation

$$x'_e=\sum_{\mu=1}^{4} a_{e\mu}x_{\mu};\quad \sum_{\mu} a_{e\mu}a_{k\mu}=\delta_{ek}. \tag{36}$$

Bekanntlich transformiert sich ψ folgendermassen:

$$\psi'=S\psi;\quad \psi^{*\prime}=\psi^{*}\tilde{S}, \tag{37}$$

wo ψ^* und $\tilde{S}$ komplex konjugierte ψ und S mit gleichzeitiger Vertauschung der Zeilen und Kolonnen (adjungiert) sind.

Für die Lorentzsche Transformation ist der Operator S hermitisch, aber nicht unitär [10]

$$S=\operatorname{ch}\alpha/2-i\gamma^{k}\gamma^{4}\operatorname{sh}\alpha/2;\quad \tilde{S}=S;\quad \tilde{S}\neq S^{-1}. \tag{38}$$

Die Funktion $\psi^{+}=i\psi^{*}\gamma^{4}$ transformiert sich folglich:

$$\psi^{+\prime}=\psi^{+}\gamma^{4}\tilde{S}\gamma^{4}=\psi^{+}S^{-1}, \tag{39}$$

da

$$\gamma^4 \tilde{S} \gamma^4 = \mathrm{ch}\,\alpha/2 - i\gamma^4\gamma^k\gamma^4\gamma^4 \,\mathrm{sh}\,\alpha/2 = \mathrm{ch}\,\alpha/2 + i\gamma^k\gamma^4 \,\mathrm{sh}\,\alpha/2; \;\; SS^{-1} = 1. \tag{40}$$

Im neuen Lorentzschen Koordinatensystem wird λ die Form

$$\lambda' = -\frac{i}{mc}\sum_{\mu\neq\rho}\sum \left(\sum_e a_{e\rho} P'_e \psi^+ \gamma^\rho \gamma^\mu \sum_k a_{k\mu} P'_k \psi\right) \tag{41}$$

haben. Da

$$P_\rho = \sum_{e=1}^{4} a_{e\rho} P'_e; \quad P_\mu = \sum_k a_{k\mu} P'_k,$$

fallen in dem Ausdruck (41) die Glieder mit $e = k$ infolge der Eigenschaft der Matrizen γ heraus, da $\gamma^\rho\gamma^\mu + \gamma^\mu\gamma^\rho = 0$ wenn $\mu \neq \rho$.

Aus der Diracschen Theorie ist bekannt, dass

$$S^{-1}\gamma^e S = \sum_{\rho=1}^{4} \alpha_{e\rho}\gamma^\rho; \quad S^{-1}\gamma^k S = \sum_{\mu=1}^{4} \alpha_{k\mu}\gamma^\mu. \tag{42}$$

Ersetzen wir in (41) $\psi^+ S^{-1}$ durch $\psi^{+'}$ und $S\psi$ durch ψ', so erhalten wir:

$$\lambda' = -\frac{i}{mc}\sum_{e\neq k}\sum P'_e \psi^{+'} \gamma'^e \gamma'^k P'_k \psi'. \tag{43}$$

Auf analogem Wege wird die Invarianz von λ in bezug auf die Koordinatendrehung im Raum bewiesen. In diesem Falle transformieren sich ψ^* und ψ^+ in der gleichen Weise:

$$\psi^{*'} = \psi^* S^{-1}.$$

Denn für diesen Fall ist der Operaror S unitär.

Die Invarianz der in Betracht gezogenen Aufspaltung gegenüber der Veränderung des Koordinatenursprungs ist nicht schwer einzusehen.

$$x'_\mu = x_\mu + \alpha_\mu; \quad \psi(x) = \psi'(x'). \tag{44}$$

In diesem Falle ist

$$\partial\psi/\partial x_\mu = \partial\psi/\partial x'_\mu$$

und der Ausdruck (34) ändert sich nicht. Schliesslich kann man feststellen, dass die Aufspaltung gegenüber der Spiegelung invariant ist.

Es sei:

$$x'_k = -x_k; \quad k = 1, 2, 3; \quad x'_4 = x_4;$$

dann ist

$$S^{-1}\gamma^k S = -\gamma^k; \quad S^{-1}\gamma^4 S = \gamma^4,$$

$$P'_k = -P_k; \quad P'_4 = P_4; \quad \psi' = S\psi,$$

wo $S = \gamma^4$ der Spiegelungsoperator ist. Ersetzen wir in (34) die Grössen entsprechend, so können wir uns davon überzeugen; dass λ sich bei der Spiegelung nicht verändert.

Wir sehen also, dass die von uns untersuchte Aufspaltung des Lagrangeschen Ausdrucks der gasamten zehnparametrigen Gruppe (G_{10}) gegunüber invariant ist.

Wenn aber Δ und λ gegenüber der Gruppe (G_{10}) in gleicher Weise invariant sind, dann sind die Noetherschen Lehrsätze in gleicher Weise auf sie anwendbar. Dann wird durch die Noetherschen Lehrsätze jeder mit. Hilfe dieser Lehrsätze aus dem vollständigen Lagrangeschen Ausdruck abgeleitete Erhaltungssatz in zwei Gesetze aufgespalten[2]. Jetzt betrachten wir die Aufspaltung des Energie- und Impulsgesetzes.

§ 5b. Die Aufspaltung des Erhaltungssatzes für Energie und Impuls

Wenden wir die Noetherschen Lehrsätze in gleicher Weise auf Δ und λ an, ebenso wie es in § 2 für den Fall der Invarianz gegenüber der Veränderung des Koordinatenursprungs geschah, so erhalten wir zwei Erhaltungssätze für die Energie und Impuls in folgender Form:

$$\text{I.} \quad \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \theta_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = -\sum_{\nu} F_{\mu\nu} S_\nu; \quad S_\nu = S_\nu^l + S_\nu^p. \tag{45}$$

$$\text{II.} \quad \sum_{\nu=1}^{4} \frac{\partial \vartheta_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = 0, \tag{46}$$

wo

$$\theta_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{\rho=\nu} + \frac{h}{2mc}\left[A_\mu \sum_{\rho\neq\nu} \frac{\partial M_{\nu\rho}}{\partial x_\rho} - \sum_{\rho\neq\nu} A_\rho \frac{\partial M_{\nu\rho}}{\partial x_\mu}\right] + \delta_{\mu\nu}\Delta/2. \tag{47}$$

$\theta_{\mu\nu}^{\rho=\nu}$ stellt übrigens hier "genau" den "Energietensor" in der Form der skalaren relativistischen Gleichung dar. Dieses Glied ist symmetrisch, die übrigen Glieder sind mit dem eigenen magnetischen Moment des Elektrons verbunden.

Die Komponenten des Tensors $\vartheta_{\mu\nu}$ haben die Gestalt

$$\vartheta_{\mu\nu} = \frac{i}{2mc} \sum_{\rho\neq\nu} (P_\rho \psi^+ \gamma^\rho \gamma^\nu P_\mu \psi - P_\mu \psi^+ \gamma^\rho \gamma^\nu P_\rho \psi) + \delta_{\mu\nu}\lambda/2. \tag{48}$$

---

[2] Es ist beachtenswert, dass die Teilung des Lagrangeschen Ausdrucks in Glieder mit $\rho = \nu$ und $\rho \neq \nu$ auch gegenuber der Gruppe G_{10} invariant ist, wahrend die Anwending der Noetherschen Lehrsatze hier nur inhaltlose Identitaten ergeben kann, da sich die Gleichungen nach diesem Merkmal nicht aufspalten lassen.

Freilich ist die Aufteilung nach diesem Merkmal ($\rho = \nu$; $\rho \neq \nu$) in anderer Beziehung ausserordentlich interessant. In der Tat, wenn man unter ψ die Lösungen der Diracschen Gleichungen erster Ordnung versteht, so ist offenbar $L = 0$ und $L^{\rho=\nu} = -L^{\rho\neq\nu}$.

Letztere Beziehung ist dadurch bemerkenswert, dass sie den Zusammenhang, zwischen den Gliedern mit $\rho = \nu$ und $\rho \neq \nu$ herstellt.

§ 6. Zur Diracschen Gleichung zweiter Ordnung

In der Diracschen Theorie können wir, wie wir sehen werden, durch den Gordonschen Ansatz die äussere Form des Ausdruckes für die Dichte einer beliebigen physikalischen Grösse verändern. Unter der Diracschen Theorie verstehen wir natürlich die Gesamtheit der Diracschen Gleichungen erster Ordnung.

Mit dem Gordonschen Ansatz können wir die äussere Form dieser Ausdrücke (der Dichte physikalischer Grössen) so umwandeln, dass ihre Form, ihre äussere Gestalt die Form der Ausdrücke für die Dichten der gleichen physikalischen Grössen annimmt, die sich unmittelbar aus der Diracschen Gleichung zweiter Ordnung ergeben.

Die Komponente des Diracschen Stroms $\rho_\nu = \psi^+\gamma^\nu\psi$ transformiert sich z.B. nach

$$\psi^+\gamma^\nu\psi = \frac{i}{mc}[\psi(P_\nu - A_\nu)\psi^+ - \psi^+(P_\nu + A_\nu)\psi] + \frac{h}{2mc}\sum_k \frac{\partial M_{\nu k}}{\partial x_k}.$$

In der gleichen Form kann sich der Strom aus den Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung ergeben (§ 4).

In § 11 sind die Gesetze der Energie und des Impulses, des Drehmoments, des Schwerpunkts und des Stroms in differentieller Form geschrieben. Diese Gesetze wurden abgeleitet aus den üblichen Gesetzen der Diracschen Theorie, nachdem auf sie der Gordonschen Ansatz angewendet wurde, d.h. die gleichen Gesetze der Diracschen Theorie sind in anderer mathematischer Form aufgezeichnet.

Die äussere Gestalt dieser Gesetze ist genau die gleiche wie für die Diracschen Gleichungen erster und zweiter Ordnung. D. h. $\theta_{\mu\nu}$, $\pi_{\mu\lambda\nu}$, $D_{\mu\lambda\nu}$ usw. sehen in diesen Fällen gleich aus. Aber natürlich genügen die Funktionen, mit denen die Dichten von $\theta_{\mu\nu}$, $\vartheta_{\mu\nu}$, $\pi_{\mu\lambda\nu}$ usw. gebildet werden, in dem einen Falle den Diracschen Gleichungen erster Ordnung, im anderen Falle den Gleichungen zweiter Ordnung. Mit anderen Worten, wenn man die Erhaltungssätze aus einer Diracschen Gleichung zweiter Ordnung ableitet, aber nur die Funktionen von ψ aus den Lösungen der Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung entnimmt, die gleichzeitig die Lösungen der Gleichungen erster Ordning sind, so werden diese Erhaltungssätze mit den sich unmittelbar aus den Diracschen Gleichungen erster Ordnung ergebenden Erhaltungssätzen identisch. Das ist natürlich durchaus nicht verwunderlich, denn die Lösungen der Gleichungen erster Ordnung sind ja auch die Lösungen der Gleichungen zweiter Ordnung.

Die vorangegangenen Bemerkungen können bei einer Analyse der Gleichungen zweiter Ordnung von Nutzen sein[3].

Tatsächlich enthält der Operator der Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung in der gewöhnlichen Schreibweise ein rein imaginäres Glied, das man nochmal als imaginäres elektrisches Moment bezeichnet.

Die Nicht-Hermitizität des "Hamilton-Operators" in der Diracschen Gleichung zweiter Ordnung ist von vielen Autoren untersucht worden [1, 2, 4]. Einige halten die Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung für mathematisch nicht ganz korrekt.

---

[3] Auf die Analyse der Beziehung der Diracschen Gleichung erster Ordnung zur Gordonschen Gleichung im Sinne der Idee von W. Pauli und V. Weisskopf kommen wir im nachsten Artikel nochmals zurück.

Im Lichte der zu Beginn dieses Paragraphen gemachten Erwägungen kann man folgendes bemerken.

Betrachtet man die für den gegebenen Fall aufgezeichneten Erhaltungssätze (d. h. für den Fall von Gleichungen zweiter Ordnung), so haben alle in diesen Ausdrücken (in den Dichten) auftretenden Operatoren trotz der Nichthermitizität des "Hamilton-Operators" eine hermitische Form.

Jedenfalls ist die Gestalt dieser Operatoren die gleiche sowohl in der auf Grund von Gleichungen zweiter Ordnung, als auch in der auf Grund von Gleichungen erster Ordnung entwickelten Theorie. Die Erhaltungssätze dieser beiden Theorien, die in der Form geschrieben sind, unterscheiden sich nur durch die Funktionen von ψ, aber nicht durch den Operator.

Die Komponente des Polarisationsstroms z. B. hat in der auf Grund der Gleichungen erster Ordnung entwickelten Theorie folgende Gestalt:

$$S_\nu^p = \frac{h}{2mc} \sum_k \frac{\partial M_{\nu k}}{\partial x_k};$$

wo

$$M_{\nu k} = -\psi^+ \gamma^\nu \gamma^k \psi = -i\psi^* \gamma^4 \gamma^\nu \gamma^k \psi.$$

Die gleiche Gestalt hat diese Komponente des Polarisationsstroms in der auf Grund der Gleichungen zweiter Ordnung entwickelten Theorie, aber

$$M'_{\nu k} = -i\psi'^* \gamma^4 \gamma^\nu \gamma^k \psi',$$

wo die Striche andeuten, dass ψ' in diesem Falle der Gleichung zweiter Ordnung genügt.

Die Operatoren, die im Polarisationsstrom auftreten, werden als magnetische und elektrische Momente interpretiert. Bekanntlich sind sie beide hermitisch [6].

Es ist leicht festzustellen, deshalb die Operatoren in den Dichten hermitisch auftreten, während der "Hamilton-Operator" der Gleichung nicht hermitisch ist.

Die Gleichungen (26) und (27) sind für ψ und ψ^+ geschrieben, wo $\psi^+ = i\psi^* \gamma^4$.

Da $\psi^+ = i\psi^* \gamma^4$ tritt in den Dichten der physikalischen Grössen $\psi^* A \psi = \psi^+ B \psi$ ein Operator γ^4 auf, der in einigen Fällen die Rolle der imaginären Einheit spielt [3].

In der Tat besteht zwischen den Matrizen γ und α der Zusammenhang

$$\alpha_k = i\gamma^4 \gamma^k; \quad k = 1, 2, 3; \quad \gamma^4 = \alpha^4,$$

wo für α^4 solche Dirac-Matrizen gewählt sind, wo der Koeffizient bei $\partial/\partial x_4$ in der Dirac-Gleichung eine Einheitsmatrix ist. Wählt man die γ-Matrizen so, dann wird in der Dirac-Gleichung der Koeffizient bei imc die Einheitsmatrix sein.

Die Matrizen α und γ sind hermitisch.

Wenn man also γ^4 mit $i\alpha_k$ – einer rein imaginären Grösse – multipliziert, so ergibt sich eine hermitische Matrix

$$\gamma^k = \gamma^4 i\alpha_k.$$

Gerade der Operator $i\alpha_k he/2mc$ wurde von Dirac als imaginäres elektrisches Moment bezeichnet.

Das von Gordon aus dem Polarisationsstrom gewonnene elektrische Moment hat die Form

$$\gamma^4 i\alpha_k eh/2mc = \gamma^k eh/2mc, \tag{49}$$

d. h. es ist ein hermitischer Operator. Wir gebrauchten den Ausdruck "Hamilton-Operator" der Gleichung zweiter Ordnung. Es handelt sich darum, dass der Übergang von den Dirac-Gleichungen erster Ordnung zu einer Gleichung zweiter Ordnung eine ziemlich gekünstelte und in gewissem Sinne nicht eindeutige Operation ist.

Dirac multipliziert die Gleichung erster Ordnung $H\psi = 0$ links mit einem gewissen Operator T und erhält eine Gleichung zweiter Ordnung. Es steht aber dem nichts im Wege, den gleichen Ausdruck nicht mit T zu multiplizieren, sondern mit $\gamma^4 T$. Dann ergibt sich auch eine Gleichung zweiter Ordnung und der "Hamilton-Operator" wird hermitisch.

Der Wirkungstensor

1. Die Invarianz der Dirac-Gleichungen bezüglich der Drehung im dreidimensionalen Raum (x, y, z) ergibt den Erhaltungssatz für den Drehimpuls.

2. Die Invarianz gegenüber der Drehung in Raum-Zeitebenen ergibt auf Grund der Lehrsätze von Noether drei neue Erhaltungssätze, die gewöhnlich nicht diskutiert werden.

Diese letzteren Erhaltungssätze können mit den Erhaltungssätzen für den Drehimpuls im allgemeinen Erhaltungssatz für einen gewissen Tensor zusammengefasst werden, den man als Wirkungstensor bezeichnen kann, da seine Komponenten die Dimensionen einer Wirkungsdichte haben.

In jeder Komponente (Näheres s. § 10) dieses Tensors (26 Komponenten) gibt es ein Glied von der Gestalt $-\frac{h}{2}\psi^+\gamma^\lambda \frac{\gamma^\mu\gamma^\nu\psi}{i}$, während das Spin-Glied $-\frac{h}{2}\psi^* \frac{\gamma^\mu}{i}\gamma^\nu\psi$ ein Sonderfall dieses Gliedes ist.

§ 7. Das Gesetz für die Erhaltung des Drehimpulses

Die Invarianz bei der Drehung um die Koordinatenachsen x, y, z gibt drei Beziehungen für den Erhaltungssatz für den Drehimpuls.

Betrachten wir die Drehung um die Achsen $x_3 = z$, d. h. die Drehung in der Fläche $x_1 x_2$.

$$\begin{aligned} x_1' &= x_1 \cos\alpha - x_2 \sin\alpha, \quad \psi_1' = \psi_1 \cos\alpha/2 - \psi_2 \sin\alpha/2, \\ x_2' &= x_1 \sin\alpha + x_2 \cos\alpha, \quad \psi_2' = \psi_1 \sin\alpha/2 + \psi_2 \cos\alpha/2 \end{aligned} \tag{50}$$

oder

$$\psi' = S\psi,$$

wo

$$S = \cos\alpha/2 + \gamma_1\gamma_2 \sin\alpha/2. \tag{51}$$

Die infinitesimale Transformation (s. § 1) hat die Form

$$\Delta x_1 = -x_2 \Delta\alpha, \quad \Delta x_2 = x_1 \Delta\alpha,$$
$$\Delta\psi = \gamma_1\gamma_2 \frac{\Delta\alpha}{2}\psi, \quad \Delta\psi^+ = -\psi^+\gamma_1\gamma_2\frac{\Delta\alpha}{2}. \tag{52}$$

$\Delta\psi^+$ wird auf folgende Weise gefunden: $\psi^{*'} = \psi^*\tilde{S}$ wo $\tilde{S}$ die adjungierte Matriz ist. Folglich ist $\psi^{+'} = \psi^+\gamma^4\tilde{S}\gamma^4$ aber $\tilde{S} = \cos\alpha/2 - \gamma_1\gamma_2\sin\alpha/2$, daher

$$S^{-1} = \cos\alpha/2 - \gamma_1\gamma_2\sin\alpha/2,$$

$$\Delta\psi^+ = -\psi^+\gamma_1\gamma_2\Delta\alpha/2.$$

Der Ausdruck (4) wird wie folgt umgeschrieben:

$$A_{3\nu} = -\frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi}{\partial x_\nu}}\Delta\psi - \Delta\psi^+\frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi^+}{\partial x_\nu}} + \Delta x_1\left(\frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi}{\partial x_\nu}}\frac{\partial\psi}{\partial x_1} + \frac{\partial\psi^+}{\partial x_1}\frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi^+}{\partial x_\nu}}\right) +$$
$$+\Delta x_2\left(\frac{\partial L_1}{\partial\frac{\partial\psi}{\partial x_\nu}}\frac{\partial\psi}{\partial x_2} + \frac{\partial\psi^+}{\partial x_2}\frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi^+}{\partial x_\nu}}\right). \tag{53}$$

Verwenden wir (6) und setzen (52) in (53) ein, so erhalten wir für die Komponente der divergierenden Grösse

$$A_{3\nu} = \frac{h}{2}\frac{\psi^+\gamma^1\gamma^2\gamma^\nu\psi}{2i} + \frac{h}{2}\frac{\psi^+\gamma^\nu\gamma^1\gamma^2\psi}{2i} +$$
$$+x_1\left[\frac{h}{2i}\left(\frac{\partial\psi^+}{\partial x_2}\gamma^\nu\psi - \psi^+\gamma^\nu\frac{\partial\psi}{\partial x_2}\right)\right] - x_2\left[\frac{h}{2i}\left(\frac{\partial\psi^+}{\partial x_1}\gamma^\nu\psi - \psi^+\gamma^\nu\frac{\partial\psi}{\partial x_1}\right)\right]. \tag{54}$$

Unter Verwendung von (8) schreiben wir (54) um:

$$A_{3\nu} = \frac{h}{2i}\psi^+\gamma^\nu\gamma^1\gamma^2\psi^+ x_1 B_{2\nu} - x_2 B_{1\nu}, \quad \nu \neq 1,\ 2. \tag{55}$$

Jetzt leiten wir die rechte Seite von (2) ab.

Da sich die Potentiale A_ν kontragradient in bezug auf x transformieren, so ist

$$\Delta A_\nu = -\sum_\lambda \frac{\partial\Delta x_\lambda}{\partial x_\nu}A_\lambda \tag{56}$$

und folglich nach (2)

$$\delta A_\nu = -\sum_\lambda \frac{\partial\Delta x_\lambda}{\partial x_\nu}A_\lambda - \sum_\lambda \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\lambda}\Delta x_\lambda. \tag{57}$$

Setzen wir die Ausdrücke für φ_i aus (7) und u_i aus (57), wo sie mit A_ν bezeichnet sind, in den rechten Teil von (2) ein, so erhalten wir

$$\sum_\nu \varphi_{A_\nu} \partial^{(3)} A_\nu = \sum_\nu S_\nu \left(x_1 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_1} \right) + S_1 A_2 - S_2 A_1 \tag{58}$$

und (2) wird für den untersuchten Fall so geschrieben:

$$\sum_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} A_{3\nu} = \sum_\nu S_\nu \left(x_1 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_1} \right) + S_1 A_2 - S_2 A_1 . \tag{59}$$

Um die letzteren Ausdrücke in die übliche Form zu bringen, ändern wir in (59) sowohl rechts wie links das Vorzeichen und fügen auf beiden Seiten

$$\sum_\nu S_\nu \left(x_1 \frac{\partial A_2}{\partial x_\nu} - x_2 \frac{\partial A_1}{\partial x_\nu} \right) + S_1 A_2 - S_2 A_1 \tag{60}$$

hinzu.

Unter Berücksichtigung dessen, dass $T_{\lambda\nu} = -B_{\lambda\nu} + A_\lambda S_\nu$, erhalten wir nach (8) und (11):

$$\sum_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} P_{3\nu} = -\sum_\nu S_\nu [x_1 F_{2\nu} - x_2 F_{1\nu}], \tag{61}$$

wo

$$F_{\lambda\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x_\lambda} - \frac{\partial A_\lambda}{\partial x_\nu}; \quad P_{3\nu} = -\frac{h}{2i} \psi^+ \gamma^\nu \gamma^1 \gamma^2 \psi + x_1 T_{2\nu} - x_2 T_{1\nu}, \quad \nu \neq 1, 2. \tag{62}$$

Analoge Ausdrücke finden wir bei der Drehung um die beiden anderen Raumachsen x_1 und x_2.

Es ist leicht einzusehen, dass die Zeitkomponenten (62) Drehimpulse sein werden, da $T_{\lambda 4}$ mit dem Impuls verbunden sind

$$T_{\lambda 4} = i P_\lambda .$$

Auf der rechten Seite des Ausdruckes (61) steht das Moment einer Viererkraft. Aus einer Reihe von Gründen ist es von Interesse, (62) mit dem entsprechenden Ausdruck der klassischen Elektrodynamik zu vergleichen, besonders im Zusammenhang mit dem Glied von der Gestalt $-\dfrac{h}{2}\dfrac{\psi^+\gamma^\nu\gamma^1\gamma^2\psi}{i}$, das nur für $\gamma^\nu = \gamma^4$ mit dem Spin-Glied zusammenfällt.

§ 8. Die übrigen Erhaltungssätze

In der klassischen Elektrodynamik haben die Erhaltungssätze, die mit der Isotropie des Raums zusammenhängen (Invarianz gegenüber der Drehung um einen reellen Winkel) die Form

$$\frac{\partial}{\partial t}[rP] + \operatorname{div}[r \times T] = 0, \tag{63}$$

wo r den Raumvektor und P die Dichte des Impulses bezeichnen [2].

T ist der Spannungstensor. Mit der Klammer $[r \times T]$ bezeichnen wir nach Bessel-Hagen den Tensor:

$$\left.\begin{array}{l} [r\times T] = \left|\begin{array}{lll} yT_{zx} - zT_{yx} & yT_{zy} - zT_{yy} & yT_{zz} - zT_{yz} \\ zT_{xx} - xT_{zx} & zT_{xy} - xT_{zy} & zT_{xz} - xT_{zz} \\ xT_{yx} - yT_{xx} & xT_{yy} - yT_{xy} & xT_{yz} - yT_{xz} \end{array}\right| \\ \qquad yT_{zx_4} - zT_{yx_4} = ic(yP_z - zP_y) \\ \qquad zT_{xx_4} - xT_{zx_4} = ic(zP_x - xP_z) \\ \qquad xT_{yx_4} - yT_{xx_4} = ic(xP_y - yP_x) \end{array}\right\}, \tag{64}$$

wo

$$x_4 = ict.$$

Unter dem $[r \times T]$ stehen die Komponenten des Drehimpulses.

Die quantenhafte Komponententabelle wird analog der Tabelle (64) so geschrieben:

$$\begin{array}{lllll} \psi^* \frac{h}{2}\gamma^4\gamma^3\gamma^2\gamma^1\psi & + \; yT_{zx} - zT_{yx} & & & yT_{zy} - zT_{yy} \\ & \quad zT_{xx} - xT_{zx} & \psi^* \frac{h}{2}\gamma^4\gamma^3\gamma^2\gamma^1\psi & + & zT_{xy} + xT_{zy} \\ & \quad xT_{yx} - yT_{xx} & & & xT_{yy} - yT_{xy} \\ & \quad yT_{zz} - zT_{yz} & -\psi^*\gamma^2\gamma^3 \frac{h}{2}\psi & + & yT_{zx_4} - zT_{yx_4} \\ & \quad zT_{xz} - xT_{zz} & -\psi^*\gamma^3\gamma^1 \frac{h}{2}\psi & + & zT_{xx_4} - xT_{zx_4} \\ \psi^* \frac{h}{2}\gamma^4\gamma^3\gamma^2\gamma^1\psi & + \; xT_{yz} - yT_{xz} & -\psi^*\gamma^1\gamma^2 \frac{h}{2}\psi & + & xT_{yx_4} - yT_{xx_4} \end{array} \tag{65}$$

Das quantenhafte Analogon zu dem Tensor $[r \times T]$, in (65) steht zunächst, und rechts stehen die drei Komponenten des Drehimpulses. Wir wissen, dass in der Ouantenmechanik zu dem Drehimpuls ein charakteristisches Glied (Spin) tritt; (65) zeigt, dass auch einige andere Komponenten des quantenhaften Analogons des Tensors $[r \times T]$ rein quantenmässige Glieder enthalten, die mit den inneren Freiheitsgraden des Elektrons verbunden sind. Die Erläuterung dieser Glieder verschieben wir bis zu den nächsten Paragraphen: wir müssen vorher noch drei Erhaltungssätze ableiten, die mit der Invarianz gegenüber der Drehung in den Raum-Zeitebenen zusammenhängen, die im gewissen Sinne die Gleichungen (61) ergänzen.

Wenn man in dem von uns untersuchten Fall, d. h. im Fall einer Raumdrehung, die Lehrsätze von E. Noether auf Δ und λ in gleicher Weise anwendet, erhält man die

Aufspaltung der Beziehung (61) in zwei Beziehungen:

$$\text{I.}\quad \sum_{\nu} \frac{\partial}{\partial x_{\nu}} \pi_{3\nu} = 0, \tag{66}$$

wo

$$\pi_{3\nu} = -\frac{h}{4mc} \sum_{\rho \neq \nu} (P_{\rho}\psi^{+}\gamma^{\rho}\gamma^{1}\gamma^{2}\gamma^{\nu}\psi - \psi^{+}\gamma^{1}\gamma^{2}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}P_{\rho}\psi) + x_{1}\lambda_{2\nu} - x_{2}\lambda_{1\nu};$$

$$\nu \neq 1;\ \nu \neq 2. \tag{67}$$

$$\text{II.}\quad \sum_{\nu} \frac{\partial}{\partial x_{\nu}} \Pi_{3\nu} = -\sum_{\nu} S_{\nu}[x_{1}F_{2\nu} - x_{2}F_{1\nu}], \tag{68}$$

wo

$$\Pi_{3\nu} = -\frac{h}{4mc}(P_{\nu}\psi^{+}\gamma^{1}\gamma^{2}\psi - \psi^{+}\gamma^{1}\gamma^{2}P_{\nu}\psi) + x_{1}\theta_{2\nu} - x_{2}\theta_{1\nu}.\quad \nu \neq 1;\ \nu \neq 2. \tag{69}$$

§ 9a. Das Gesetz der Schwerpunktsbewegung

Betrachten wir die Drehung in der Fläche $x_1 x_4$

$$\begin{aligned} & x_4 = ix_0 = ict. \\ & x_1' = x_1 \operatorname{ch}\alpha - x_0 \operatorname{sh}\alpha, \qquad \Delta x_1 = -x_0\Delta\alpha, \\ & x_0' = -x_1 \operatorname{sh}\alpha + x_0 \operatorname{ch}\alpha, \qquad \Delta x_0 = -x_1\Delta\alpha, \\ & S = \operatorname{ch}\alpha/2 - i\gamma_1\gamma_4 \operatorname{sh}\alpha/2, \\ & S_{\text{infin}} = -i\gamma_1\gamma_4\Delta\alpha/2. \end{aligned} \tag{70}$$

Die infinitesimale Veränderung der Grössen hat die Form (s. § 1):

$$\begin{aligned} & \Delta x_1 = ix_4\Delta\alpha, \qquad \Delta\psi = -i\gamma_1\gamma_4 \frac{\Delta\alpha}{2}\psi, \\ & \Delta x_4 = -ix_1\Delta\alpha, \quad \Delta\psi^{+} = i\psi^{+}\gamma_1\gamma_4\Delta\alpha/2. \end{aligned} \tag{71}$$

Ersetzen wir x_2 in (53) durch x_4 und setzen in (53) Δx_1; Δx_4; $\Delta\psi$; $\Delta\psi^{+}$ aus (71) ein, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} M_{\nu}^{(14)} = & -\frac{h}{2}\frac{\psi^{+}\gamma^{\nu}\gamma^{1}\gamma^{4}\psi}{2} - \frac{h}{2}\frac{\psi^{+}\gamma^{1}\gamma^{4}\gamma^{\nu}\psi}{2} + \\ & + ix_4\left[\frac{h}{2i}\left(\frac{d\psi^{+}}{\partial x_1}\gamma^{\nu}\psi - \psi^{+}\gamma^{\nu}\frac{\partial\psi}{\partial x_1}\right)\right] - ix_1\left[\frac{h}{2i}\left(\frac{d\psi^{+}}{\partial x_4}\gamma^{\nu}\psi - \psi^{+}\gamma^{\nu}\frac{\partial\psi}{\partial x_4}\right)\right] \end{aligned} \tag{72}$$

oder nach der Gleichung (8):

$$M_{\nu}^{(14)} = -\frac{h}{2}\psi^{+}\gamma^{\nu}\gamma^{1}\gamma^{4}\psi + i(x_4 B_{1\nu} - x_1 B_{4\nu}),\quad \nu \neq 1,\ 4. \tag{73}$$

Wir ermitteln für unseren Fall den der Gleichung (58) analogen Ausdruck. Er lautet:

$$\sum_{\nu} \varphi_{A_\nu} \delta^{(14)} A_\nu = \sum_{\nu} S_\nu i \left(x_4 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_4} \right) + i(S_4 A_1 - S_1 A_4) \tag{74}$$

und (2) nimmt für unseren Fall die Gestalt

$$\sum_{\nu} \frac{1}{i} \frac{\partial M_\nu^{(14)}}{\partial x_\nu} = \sum_{\nu} S_\nu \left(x_4 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial A_\nu}{\partial x_4} \right) + (S_4 A_1 - S_1 A_4) \tag{75}$$

an. Wir ändern in (75) rechts und links das Vorzeichen und fügen auf beiden Seiten

$$\sum_{\nu} S_\nu \left(x_4 \frac{\partial A_1}{\partial x_\nu} - x_1 \frac{\partial A_4}{\partial x_\nu} \right) + S_4 A_1 - S_1 A_4 \tag{76}$$

hinzu. Berücksichtigt man, dass $T_{\lambda\nu} = -B_{\lambda\nu} + A_\lambda S_\nu$, so erhält man

$$\sum_{\nu} \frac{\partial D_\nu^{(14)}}{\partial x_\nu} = -\sum_{\nu} S_\nu (x_1 F_{4\nu} - x_4 F_{1\nu}), \tag{77}$$

wo

$$D_\nu^{(14)} = -\frac{h}{2} \frac{\psi^+ \gamma^\nu \gamma^1 \gamma^4 \psi}{i} + x_1 T_{4\nu} - x_4 T_{1\nu}, \tag{78}$$

wo der Index (14) die Drehungsebene bezeichnet.

Zu den ermittelten Gesetzen (77) kann man sowohl in der klassischen Elektrodynamik als auch in der vorrelativistischen Mechanik Analoga angeben. Diese Gesetze hängen mit der Schwerpunktsbewegung zusammen.

In der vorquantenhaften Elektrodynamik haben die Erhaltungssätze, die mit der Invarianz gegenüber der Drehung in der Ebene x_{kt} bei $k \neq 4$ zusammenhängen, die Form [2]

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ r \frac{w}{c} - tP \right\} + \operatorname{div} \left\{ \left[\left[cr \frac{\sigma}{c^2} \right] \right] - tT \right\} = 0, \tag{79}$$

wo r den Raumvektor, w die Energiedichte, t die Zeit, T den Spannungstensor und P den Impuls bezeichnen.

Die Komponenten der Grösse, die (79) genügt, kann man in die Tabelle eintragen:

$$\left| \begin{array}{ccc|c} x\frac{\sigma_x}{c^2} - tT_{xx} & x\frac{\sigma_y}{c^2} - tT_{xy} & x\frac{\sigma_z}{c^2} - tT_{xz} & x\frac{w}{c^2} - tP_x \\ y\frac{\sigma_x}{c^2} - tT_{yx} & y\frac{\sigma_y}{c^2} - tT_{yy} & y\frac{\sigma_z}{c^2} - tT_{yz} & y\frac{w}{c^2} - tP_y \\ z\frac{\sigma_x}{c^2} - tT_{zx} & z\frac{\sigma_y}{c^2} - tT_{zy} & z\frac{\sigma_z}{c^2} - tT_{zz} & z\frac{w}{c^2} - tP_z \end{array} \right. \tag{80}$$

wo rechts die Raumkomponenten stehen.

Die entsprechende Tabelle der Komponenten des quantenhaften Analogons hat die Form

$$\begin{array}{|ll}
xT_{x_4x} - x_4T_{xx} & \psi^*\frac{h}{2}\gamma^1\gamma^2\psi + xT_{x_4y} - x_4T_{xy} \\
-\psi^*\frac{h}{2}\gamma^1\gamma^2\psi + yT_{x_4x} - x_4T_{yx} & yT_{x_4y} - x_4T_{yy} \\
-\psi^*\frac{h}{2}\gamma^1\gamma^3\psi + zT_{x_4x} - x_4T_{zx} & -\psi^*\frac{h}{2}\gamma^2\gamma^3\psi + zT_{x_4y} - x_4T_{zy}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l|l}
-\psi^*\frac{h}{2}\gamma^1\gamma^3\psi + xT_{x_4z} - x_4T_{xz} & xT_{x_4x_4} - x_4T_{xx_4} \\
-\psi^*\frac{h}{2}\gamma^2\gamma^3\psi + yT_{x_4z} - x_4T_{yz} & yT_{x_4x_4} - x_4T_{yx_4} \\
zT_{x_4z} - x_4T_{zz} & zT_{x_4x_4} - x_4T_{zx_4}
\end{array} \qquad (81)$$

Im quantenhaften Analogon von (80), d. h. in (81) enthalten die Komponenten zusätzliche Glieder von der Gestalt $\psi^*\frac{h}{2}\gamma^\mu\gamma^\lambda\psi$. Dabei kann man zu jeder Komponente vom Typ $x_\mu T_{x_4x_\nu} - x_4T_{x_\mu x_\nu}$ ein entsprechendes Glied $\psi^*\frac{h}{2}\gamma^\mu\gamma^\nu\psi$ angeben. Einige Stellen sind nicht von diesen zusätzlichen Gliedern besetzt, was, wie wir später sehen werden, darauf zurückzuführen ist, dass zwischen ihnen Beziehungen bestehen. Diese Beziehungen ermöglichen es, die freien Stellen in (81) mit Elementen des genannten Typs auszufüllen; dann werden aber die in (81) besetzten Stellen frei bleiben.

Sowohl die Erhaltungssätze für den Drehimpuls (61) als auch in (77) können zu einem gemeinsamen Gesetz zusammengefasst werden, wo $w_{\lambda\mu\nu}$ ein Tensor dritten Ranges ist.

$$w_{\lambda\mu\nu} = -\frac{h}{2}\frac{\psi^+\gamma^\lambda\gamma^\mu\gamma^\nu\psi}{i} + x_\lambda T_{\mu\nu} - x_\mu T_{\lambda\nu}. \qquad (82)$$

Die Komponenten dieses Tensors haben die Dimension einer Wirkung (Wirkungsdichte). Im weiteren werden wir den Tensor $w_{\lambda\mu\nu}$ als Wirkungstensor bezeichnen. Man muss annehmen, dass dieser Tensor in der Theorie eine wesentliche Rolle spielt, da die Wirkung in der Quantenmechanik ausserordentlich grosse Bedeutung hat. Natürlich könnte man den Wirkungstensor unmittelbar durch die Drehung in sechs Ebenen erhalten, doch ist es in gewisser Weise sinnvoll, die Drehung in der Raum-Zeitebene gesondert zu betrachten. Wenn die Raumdrehung [s. die Infinitesimale Drehung (52)] mit den Matrizen $\gamma^\lambda\gamma^\nu/i$; $\lambda \neq \nu$; $\lambda \neq 4$ eng verbunden ist, d. h. mit dem Spin, so ist die infinitesimale Drehung im Raum-Zeitgebiet mit den Matrizen $i\gamma_\nu\gamma_4$ verbunden, wo $\nu \neq 4$ die letzten Matrizen sind, die weitgehend zum Gesetz der Schwerpunktsbewegung gehören.

Sie sind die übrigen drei Komponenten des antisymmertischen Tensors zweiten Ranges. Man kann sich leicht davon überzeugen, dass der Ausdruck

$$x_\nu\frac{H}{c} - ctP_\nu + \frac{h}{2}\gamma^4\gamma^\nu = \text{const} \qquad (83)$$

beim Fehlen eines Feldes das Bewegungsintegral in der Theorie des Diracschen Elektrons

darstellt, d. h.

$$\frac{d}{dt}\left(x_\nu \frac{H}{c} - ctP_\nu + \frac{k}{2}\gamma^4\gamma^\nu\right) = 0, \tag{84}$$

wo H den Energieoperator, c die Lichtgeschwindigkeit, P_ν die Komponente des Impulses und t die Zeit bezeichnen.

Es ist nicht schwer, in (84) die Integralform der Erhaltungssätze zu finden, die in differentieller Form durch Gleichung (77) gegeben sind. Man braucht nur die Zeitkomponenten der Tabellen (80) und (81) zu betrachten.

Freilich fehlen in (81) bei den Zeitkomponenten die Glieder von der Form $\frac{h}{2}\gamma^4\gamma^\nu$, aber diese Glieder kann man, wie oben erwähnt, einführen.

Betrachten wir den Ausdruck (24)

$$2(T_{\mu\nu} - T_{\nu\mu}) = \frac{\hbar}{i}\sum_\rho \frac{\partial}{\partial x_\rho}(\psi^+\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\psi),$$

$$\rho \neq \nu;\ \rho \neq \mu;\ \mu \neq \nu.$$

Die Divergenz von diesem Ausdruck verschwindet, wie wir aus § 3 wissen. Mit Hilfe von (24) wird die Symmetrisierung des Energietensors vorgenommen [11]. Für $\mu = 1$, $\nu = 4$ nimmt der Ausdruck (24) die Gestalt

$$2(T_{41} - T_{14}) = \hbar\frac{\partial}{\partial x_2}(\psi^*\gamma^1\gamma^2\psi) + \hbar\frac{\partial}{\partial x_3}(\psi^*\gamma^1\gamma^3\psi) \tag{85}$$

an. Auf der rechten Seite stehen gerade die Glieder, die dem zweiten und dritten Element der ersten Zeile in der Tabelle (81) angefügt werden. Einen ähnlichen Sinn hat (24) für die anderen Werte von μ und ν. Ersetzen wir in (85) T_{41} und T_{14}, wofür wir uns der Formel (11) bedienen, so erhalten wir nach einigen Umformungen:

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\psi^*\frac{h}{2}\psi\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\psi^*\frac{h}{2}\gamma^1\gamma^2\psi\right) + \frac{\partial}{\partial x^3}\left(\psi^*\gamma^1\gamma^3\frac{h}{2}\psi\right) +$$

$$+\frac{\partial}{\partial x_4}\left(\psi^*\gamma^1\gamma^4\frac{h}{2}\psi\right) = h\psi^*\gamma^1\gamma^4\frac{\partial\psi}{\partial x_4} + h\frac{\partial\psi^*}{\partial x_1}\psi + \frac{1}{2}(A_4S_1 - A_1S_4), \tag{86}$$

sodass z. B. die erste Zeile der Tabelle (81) so geschrieben wird:

$$\left| -\psi^*\frac{h}{2}\psi + xT_{x_4x} - x_4T_{xx};\ xT_{x_4y} - x_4T_{xy};\right.$$

$$\left. xT_{x_4z} - x_4T_{xz};\ \psi^*\frac{h}{2}\gamma^4\gamma^1\psi + xT_{x_4x_4} - x_4T_{xx_4}\right| \tag{87}$$

d. h. in (87) werden gerade die Stellen ausgefüllt, die in (81) freigeblieben waren; ausserdem treten auf der rechten Seite von (77) neue Glieder auf.

In Newtons Mechanik hängt mit der Transformation $x = vt$ das Integral:

$$\frac{d}{dt}(mx_\nu - tP_\nu) = 0 \tag{88}$$

zusammen. Das ist gerade auch das Schwerpunktsgesetz. Man kann leicht einsehen, dass (79) für die Elektrodynamik analog (88) ist, da $w / c^2 = m$.

In der gleichen Weise ist es nicht schwer, in (77) ein quantenhaftes Analogon des gleichen Schwerpunktsgesetzes zu sehen. Das Auftreten eines Gliedes $\frac{h}{2}\gamma^4\gamma^\nu = \frac{h}{i}\frac{\alpha_\nu}{2}$; $\nu = 1, 2, 3$ in (77) hängt formal damit zusammen, dass x_ν und H nicht kommutieren:

$$\frac{H}{c}x_\nu - x_\nu\frac{H}{c} = \frac{1}{c}\frac{h}{i}\frac{\partial x_\nu}{\partial t} = \frac{h}{i}\alpha_\nu = h\gamma^4\gamma^1, \tag{89}$$

oder damit, dass α_ν selbst keine Konstanten der Bewegung sind (Zitterbewegung).

Das Integral (84) kann man auch so schreiben:

$$\frac{d}{dt}\left(x_\nu\frac{H}{c} - ctP_\nu + \frac{1}{2c}\frac{h}{i}\frac{dx_\nu}{di}\right) = 0. \tag{90}$$

Dividiert man die rechte und die linke Seite von (84) durch c und nimmt man für die geringen Geschwindigkeiten, wie das gewöhnlich geschieht, $H = mc^2 + w$ an, w klein ist, so erhält man

$$\frac{d}{dt}\left(mx_\nu - tP_\nu + x_\nu\frac{w}{c} + \frac{1}{c^2}\frac{h}{2}\gamma^4\gamma^1\right) = 0, \tag{91}$$

woraus hervorgeht, dass bei $c \to \infty$ dieser Ausdruck mit (88) identisch ist und dass das Auftreten des Gliedes $\frac{h}{2}\gamma^4\gamma^1$ und der damit verbundenen Zitterbewegung eine Folge des relativistischen Effektes zweiter Ordnung bezüglich c ist.

§ 9b. Die Aufspaltung des Gesetzes der Schwerpunktsbewegung

Im Falle einer Drehung in der Ebene $x_1 x_4$ erhalten wir folgende Beziehungen:

$$\text{I.}\quad \sum_\nu \frac{\partial d_\nu^{(14)}}{\partial x_\nu} = -\sum_\nu S_\nu(x_1 F_{4\nu} - x_4 F_{1\nu}), \tag{92}$$

wo

$$d_\nu^{(14)} = -\frac{h}{4mc}(P_\nu\psi^+\gamma_1\gamma_4\psi + \psi^+\gamma_1\gamma_4 P_\nu\psi) + x_1\theta_{4\nu} - x_4\theta_{1\nu}. \tag{93}$$

$$\text{II.}\quad \sum_\nu \frac{\partial \delta_\nu^{(14)}}{\partial x_\nu} = 0, \tag{94}$$

wo

$$\delta_\nu^{(14)} = -\frac{h}{4mc}\sum_{\rho\neq\nu}(P_\rho\psi^+\gamma^\rho\gamma^\nu\gamma^1\gamma^4\psi - \psi^+\gamma^\nu\gamma^1\gamma^4\gamma^\rho P_\rho\psi) + x_1\vartheta_{4\nu} - x_4\vartheta_{1\nu},$$

$$\nu \neq 1;\ \nu \neq 4. \tag{95}$$

§ 10. Die Dichten von $\psi^*\gamma^\mu\gamma^\nu \frac{h}{2}\gamma^\lambda\gamma^\rho\psi$ in den Diracschen Elektronen-Theorie

Bekanntlich kann man aus den vier Diracschen Matrizen $\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$ eine sechszehngliedrige Gruppe (Sedenionengruppe) bilden. Ihre Elemente werden sein:

$$\begin{aligned}
&1\\
&\gamma_1;\ \gamma_2;\ \gamma_3;\ \gamma_4,\\
&\gamma_1\gamma_2;\ \gamma_1\gamma_3;\ \gamma_2\gamma_3;\ \gamma_1\gamma_4;\ \gamma_2\gamma_4;\ \gamma_3\gamma_4,\\
&\gamma_1\gamma_2\gamma_4;\ \gamma_1\gamma_2\gamma_3;\ \gamma_2\gamma_3\gamma_4;\ \gamma_1\gamma_2\gamma_3,\\
&\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4.
\end{aligned} \tag{96}$$

Einige von diesen Operatoren sind mit den Spin-Komponenten verbunden. Es fragt sich nun, mit welchen physikalischen Grössen die übrigen Operatoren (96) zusammenhängen. Zum erstenmal wurde diese Frage von Neumann [8] in allgemeiner Form gestellt. Später wurde sie von L. de Broglie [4] und anderen erörtert.

Dem elektrischen Strom stellt man gewöhnlich die "Geschwindigkeits"-Matrizen $\alpha_\nu = i\gamma^4\gamma^\nu$ gegenüber.

Vielleicht hat es einen gewissen Sinn, den physikalischen Inhalt der Ausdrücke von der Form

$$\psi^*\gamma^\mu\gamma^\nu \frac{h}{2}\gamma^\lambda\gamma^\rho\psi \tag{97}$$

zu suchen, d.h. solche Ausdrücke, die mit der inneren Elektronenbewegung zusammenhängen und bei $h \to 0$ verschwinden, was z. B. für den Spin typisch ist. Von diesem Standpunkt aus stellt der Diracsche Strom kein besonderes Interesse dar, da er nicht rein quantenhaften Ursprungs ist ($h \to 0$ – der Strom verschwindet nicht).

Die Untersuchung der vorhergehenden Paragraphen ermoglicht es, dem klassisch-relativistischen Wirkungstensor

$$T'_{\lambda\mu\nu} = x_\lambda T'_{\mu\nu} - x_\mu T'_{\lambda\nu} \tag{98}$$

einen gewissen "Tensor"

$$\tau_{\lambda\mu\nu} = -\psi^*\gamma^\lambda\gamma^\mu \frac{h}{2}\gamma^\nu\gamma^4\psi \tag{99}$$

gegenüberzustellen.

Mit anderen Worten, der quantenhafte Wirkungstensor setzt sich aus Elementen von der Form (98) und (99) zusammen.

Die Elemente von (99) stellen eine Ergänzung der Elemente des "Tensors" (98) dar (Näheres siehe in den vorangegangenen Paragraphen).

Z.B. wird dem Element $T_{\lambda\mu4} = x_\lambda T_{\mu4} - x_\mu T_{\lambda4}$, das für λ, $\mu \neq 4$ die Komponenten des Drehimpulses ergibt, in der Quantentheorie Diracs ein Glied

$$\tau_{\lambda\mu4} = -\psi^* \frac{h}{2}\gamma^\lambda\gamma^\mu\psi = -i\psi^* \frac{h}{2}\sigma_{\lambda\mu}\psi; \quad \lambda,\mu \neq 4$$

hinzugefügt, d.h. ein Spin. In dem gleichen Sinne ist die physikalische Bedeutung eines beliebigen Elementes $\tau_{\lambda\mu\nu}$ analog dem physikalischen Inhalt des entsprechenden Elementes $T'_{\lambda\mu\nu}$; diese Elemente sind in den meisten Fällen mit den Komponenten des Spannungstensors verbunden [siehe die Tabellen (65), (81) und (87)].

$\tau_{\lambda\mu\nu}$ verleiht nur den acht Operatoren (96) physikalischen Sinn:

$$1;\ \gamma_1\gamma_2;\ \gamma_2\gamma_3;\ \gamma_1\gamma_3;\ \gamma_1\gamma_4;\ \gamma_2\gamma_4;\ \gamma_3\gamma_4;\ \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4. \qquad (100)$$

Den physikalischen Sinn des Ausdruckes (§ 6):

$$\psi^*\gamma^\lambda\gamma^\mu \frac{h}{2}\gamma^4\psi, \quad \text{oder}: \ \frac{c}{mc}\psi^*\gamma^\lambda\gamma^\mu \frac{h}{2}\gamma^4\psi$$

kennen wir schon; es handelt sich um die Komponenten des magnetischen und des elektrischen Moments, mit denen die Operatoren

$$\gamma_1\gamma_2\gamma_4;\ \gamma_1\gamma_3\gamma_4;\ \gamma_2\gamma_3\gamma_4;\ \gamma_1;\ \gamma_2;\ \gamma_3 \qquad (101)$$

zusammenhängen.

Der physikalische Inhalt der übrigen beiden Operatoren γ_4 und $\gamma_1\gamma_2\gamma_3$, oder genauer ausgedrückt $\psi^*\frac{h}{2}\gamma_4\psi$ und $\psi^*\frac{h}{2}\gamma_1\gamma_2\gamma_3\psi$, ist bisher unbekannt.

§ 11. Die Aufspaltung der physikalischen Grössen

Somit kann man parallele Tabellen der Gesetze aufstellen:

1. a) Lagrangescher Ausdruck Δ

b) Energie- und Impulsgesetz

$$\sum_{\nu=1}^{4} \partial\theta_{\mu\nu}/\partial x_\nu = -\sum_\nu F_{\mu\nu}S_\nu$$

c) Drehimpulsgesetz

$$\sum_{\nu=1}^{4} \partial\Pi_{\mu\lambda\nu}/\partial x_\nu = -\sum_\nu S_\nu[x_\mu F_{\lambda\nu} - x_\lambda F_{\mu\nu}]$$

$$\mu \neq \lambda;\ \mu \neq 4$$

d) Schwerpunktsgesetz

$$\sum_{\nu=1}^{4} \partial D_{\mu 4\nu}/\partial x_\nu = -\sum_\nu S_\nu[x_\mu F_{4\nu} - x_4 F_{\mu\nu}]$$

$$\mu \neq 4$$

e) Stromgesetz

$$\sum_{\nu=1}^{4} \partial S_\nu^l/\partial x_\nu = 0$$

2. a) Lagrangesche Ausdruck λ

b) Energie- und Impulsgesetz

$$\sum_{\nu=1}^{4} \partial\theta_{\mu\nu}/\partial x_\nu = 0$$

c) Drehimpulsgesetz

$$\sum_{\nu=1}^{4} \partial\Pi_{\mu\lambda\nu}/\partial x_\nu = 0$$

$$\mu \neq \lambda;\ \mu \neq 4$$

d) Schwerpunktsgesetz

$$\sum_{\nu=1}^{4} \partial\delta_{\mu 4\nu}/\partial x_\nu = 0$$

$$\mu \neq 4$$

e) Stromgesetz

$$\sum_{\nu=1}^{4} \partial S_\nu^p/\partial x_\nu = 0 \qquad (102)$$

Hier entsteht die Frage: hat diese Aufspaltung irgendeinen physikalischen Sinn?

Soweit es sich um den Strom handelt, wird diese Frage bejaht. Für die übrigen physikalischen Grössen können wir diese Aufspaltung nicht so einfach auslegen. Wir verfügen über keinerlei physikalische Tatsachen, die für die Notwendigkeit einer so merkwürdigen Aufspaltung, der Aufspaltung solcher physikalischer Grössen wie der Energie, des Impulses usw. sprechen.

Die nächste Analyse der ersten und zweiten Tabelle (102) zeigt, dass der Hauptteil der physikalischen Grösse, der wesentlichste Teil im Sinne des Korrespondenzprinzips, in der ersten Tabelle verbleibt.

Weiter ist es ganz natürlich, die Aufspaltung der physikalischen Grössen anhand einfacher konkreter Beispiele zu untersuchen: ein freies Elektron, ein Elektron im Magnetfeld usw. Eine solche Untersuchung hat M. Lifschiz vorgenommen.

Sogar für den Fall eines freien Elektrons erweist sich die Aufspaltung des Spins z. B. mathematisch als nicht trivial, d.h. die "aufgespalteten" Teile des Spins sind beide von Null verschieden.

Die Aufspaltung des Spins ist eigenartiger Natur, aufgespalten werden nur die Komponenten des Spins, die senkrecht zur Bewegungsrichtung stehen. In der Newtonschen Näherung verschwinden die abgespaltenen Komponenten des Spins [zweite. Tabelle (102)]. Sie treten bei mittleren Geschwindigkeiten auf und haben umgekehrte Richtungen[4]

$$\sigma_x = \sigma'_x - \sigma''_x; \quad \sigma_y = \sigma'_y - \sigma''_y.$$

Mit zunehmender Geschwindigkeit des Elektrons gleichen sich die abgespaltenen Teile an, wobei sie gleichzeitig wachsen,

$$\sigma'_x = \sigma''_x; \quad \sigma'_y = \sigma''_y$$

und bei einer Geschwindigkeit, die der Lichtgeschwindigkeit nahekommt, bleibt nur die nicht abgespaltene Spinkomponente σ_z, die die Bewegungsrichtung des Elektrons hat.

So wird in diesen Ausdrücken die nach de Broglie bekannte Einstellung des Spins des freien Elektrons in der Bewegungsrichtung beschrieben [3] bei Geschwindigkeiten des Elektrons, die der Lichtgeschwindigkeit nahekommen.

Keinen mathematisch trivialen Sinn hat auch die "Aufspaltung" des "Schwerpunktgesetzes" des freien Elektrons, d. h. die Aufspaltung der Grösse $\psi^* \frac{h}{2} \gamma^4 \gamma^k \psi$; $k \neq 4$, die in dem Ausdruck für die Schwerpunktsbewegung (83) auftritt.

$\gamma^4 \gamma^k$ (k = 1, 2, 3) sind die drei Komponenten des antisymmetrischen Tensors, die zuweilen aus irgendeinen Grunde als "Geschwindigkeitsmatrizen" bezeichnet werden. Die übrigen drei Komponenten dieses Tensors bezeichnet man gewöhnlich als Spin.

Zum Schluss sei bemerkt, dass die von uns erörterte Aufspaltung der physikalischen Grössen keine spezielle Besonderheit der Diracschen Gleichungen ist. Sie wird in jeder beliebigen Theorie auftreten, wo es Matrizen geben wird, die den Diracshen Matrizen mit den Eigenschaften $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 0$, $\nu \neq \mu$ analog sind.

Wenn die von uns erörterte Aufspaltung der physikalischen Grössen einen physikali-

---

[4] Das Elektron bewegt sich um die Koordinatonachsen.

schen Sinn hat, so wird die "Struktur" des quantenhaften Elektrons im Vergleich zum klassischen wesentlich komplizierter.

Zum Schluss möchte ich Prof. G.B. Rumer für die Anregung zu dieser Arbeit meinen aufrichtigen Dank aussprechen.

REFERENCES

1. *Френкель Я.И.* Волновая механика. Ч. II. М.: Гостехтеоретиздат, 1934.
2. *Bessel-Hagen* // Math. Ann. 1921. Vol. 84, N 3/4.
3. *De Broglie L.* L'electron magnétique. 1934.
4. *De Broglie L.* // C.r. Acad. sci. 1932. Vol. 194. P. 1062.
5. *Dirac P.A.* The principles of quantum mechanics. Oxford, 1930.
6. *Gordon W.* // Ztschr. Phys. 1928. Bd. 50. S. 630.
7. *Landé A.* // Ibid. 1928. Bd. 48. S. 601.
8. *Neumann I.* // Ibid. 1928. Bd. 48. S. 868.
9. *Noether E.* // Götting. Nachr. 1918. S. 235.
10. *Pauli W.* // Hb. Phys. 1933. Bd. 24/1. S. 271.
11. *Tetrode H.* // Ztschr. Phys. 1928. Bd. 49. S. 858.

ZUR DIRACSCHEN THEORIE DES ELEKTRONS

II Teil. Die Ideen Pauli–Weisskopfs und die Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung*

In einer interessanten Arbeit haben W. Pauli und V. Weisskopf [3] die von Dirac auf Grund der bekannten Gleichungen erster Ordnung aufgebaute Theorie des Elektrons einer ernsthaften Kritik unterworfen.

Die Autoren gelangen zu dem Ergebnis, dass heutzutage, wo die existenz des Positrons nachgewiesen ist, keinerlei Grund besteht, für die Ladungsdichte eine spezielle positiv–definite Form zu wählen.

Ferner untersuchen die Autoren eine skalare relativistische Gleichung, wo die Ladungsdichte[1]

$$\rho = -ih\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial t}\psi - \frac{\partial\psi}{\partial t}\psi^*\right) \tag{1}$$

keine positiv-definite Grösse ist.

Die Autoren zeigen, dass die Existenz von Teilchen mit gleicher Masse und verschiedenem Vorzeichen sowie das Entstehen und Vershwinden von Paaren auf natürliche Weise durch die gegebene Theorie ohne die "Löcher" – Hypothese beschrieben wird.

Leider berücksichtigt die skalare Gleichung nicht den Spin und daher kann der Aufbau

* Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1937. Bd. 11. S. 284–296.

[1] Ausgedruckt in Ladungseinheiten des Elektrons. h ist die Planckische Konstante, dividiert durch 2π.

der Theorie des Elektrons und Positrons – der Teilchen mit Spin – auf Grund der Ideen Pauli–Weisskopfs wesentliches Interesse gewinnen.

In der vorliegenden Arbeit wird der Versuch unternommen, die Ideen Pauli–Weisskopfs auf eine relativistische Diracsche Gleichung zweiter Ordnung anzuwenden.

Die Ergebnisse des ersten Teils der vorliegenden Arbeit [2] machen die Beziehung der hier entwickelten Theorie zu Diracs auf Gleichungen erster Ordnung aufgebauter Theorie durchaus durchsichtig.

I. FREIE BEWEGUNG

Für die freie Bewegung des geladenen Teilchens mit Masse haben wir eine Lagrangesche Funktion folgendermassen aufgeschrieben [2][2]

$$L=\frac{ih^2}{2mc}\sum_\mu\sum_\rho \frac{\partial\psi^+}{\partial x_\rho}\gamma^\rho\gamma^\mu\frac{\partial\psi}{\partial x_\mu}+\frac{imc}{2}\psi^+\psi,\quad \psi^+=i\psi^*\gamma^4. \tag{2}$$

Nach der bekannten Regel finden wir die zu ψ und ψ^* kanonisch konjugierten Impulse π und π^*:

$$\pi_\nu=\frac{1}{h}\frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi}{\partial x_\nu}}=\frac{ih}{2mc}\sum_\rho\frac{\partial\psi^+}{\partial x_\rho}\gamma^\rho\gamma^\nu,\quad \nu=1,2,3,4; \tag{3}$$

$$\pi_\nu^*=\frac{1}{h}\frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi^*}{dx_\nu}}=\frac{ih}{2mc}\sum_\rho i\gamma^4\gamma^\nu\gamma^\rho\frac{\partial\psi}{\partial x_\rho},\quad \nu=1,2,3; \tag{4}$$

$$\frac{1}{h}\frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi^*}{\partial x_4}}=-\pi_4^*.$$

Die Zeitkomponente des Stroms hat in dieser Gleichung zweiter Ordnung folgende Gestalt:

$$\rho=\frac{ih}{2mc}\left(\frac{\partial\psi^*}{\partial\psi_4}\gamma^4\psi-\psi^*\gamma^4\frac{\partial\psi}{\partial x_4}\right)+\frac{h}{2mc}\sum_{k=1}^{3}\frac{\partial M_{4k}}{\partial x_k},\quad M_{4k}=-\psi^+\gamma^4\gamma^k\psi. \tag{5}$$

Setzen wir (3) und (4) in (5) ein, so erhalten wir:

$$\rho=-i(\psi^*\pi_4^*+\pi_4\psi). \tag{6}$$

Die weitere Untersuchung zeigt, dass für ρ drei nicht triviale Fälle möglich sind:

$$\rho>0;\quad \rho=0;\quad \rho<0. \tag{7}$$

A. $\rho>0$ (Elektron). Formel (6) zeigt, dass ρ immer positiv sein wird, wenn der

[2] Lagrangesche Funktion der Gleichungen zweiter Ordnung.

Bedingung

$$\overset{*}{\pi}_4 = -\varphi/2; \quad \pi_4 = -\varphi^*/2; \quad \psi = \varphi; \quad \psi^* = \varphi^*. \tag{8}$$

Genüge getan ist.

In der Tat ist dann

$$\rho = i\psi^*\psi. \tag{9}$$

Schreibt man (8) explizit, so ergibt sich

$$\left.\begin{array}{l} -\varphi^* = \dfrac{ih}{mc}\sum\limits_1^4 \dfrac{\partial\varphi^+}{\partial x_\rho}\gamma^\rho\gamma^4 \\ \text{oder} \\ imc\varphi^+ + \sum\limits_1^4 \dfrac{h}{i}\dfrac{\partial\varphi^+}{\partial x_\rho}\gamma^\rho = 0 \end{array}\right\}, \tag{10}$$

$$\left.\begin{array}{l} -\varphi = -\dfrac{ih}{mc}\sum\limits_1^4 i\gamma^\rho\dfrac{\partial\varphi}{\partial x_\rho} \\ \text{oder} \\ imc\varphi - \sum\limits_1^4 \gamma^\rho\dfrac{h}{i}\dfrac{\partial\varphi}{\partial x_\rho} = 0 \end{array}\right\}. \tag{11}$$

Wir sehen, dass die Bedingungen (8) mit der Diracschen Gleichung erster Ordnung für das Elektron voll und ganz übereinstimmen.

Somit enthält die Theorie eines geladenen Teilchens mit der Masse m, aufgebaut auf Grund von Gleichungen zweiter Ordnung, das Diracsche Elektron.

B. $\rho < 0$ (Positron). Aber die Gleichung zweiter Ordnung ist wesentlich umfangreicher als die Gleichungen Diracs [(10) und (11)]. Unter den Lösungen der Gleichung zweiter Ordnung werden unbedingt solche sein, die den Bedingungen

$$\overset{*}{\pi}_4 = \chi/2; \quad \pi_4 = \chi^*/2; \quad \psi = \chi; \quad \psi^* = \chi^* \tag{12}$$

genügen. Unter diesen Bedingungen hat ρ das umgekehrte Vorzeichen als im vorhergehenden Falle:

$$\rho = -i\chi^*\chi. \tag{13}$$

Ausführlicher werden die Bedingungen (12) so geschrieben:

$$\left.\begin{array}{l} \chi^+ = \dfrac{ih}{mc}\sum\limits_1^4 \dfrac{\partial\chi^+}{\partial x_\rho}\gamma^\rho\gamma^4 \\ \text{oder} \\ -imc\chi^+ + \sum\limits_1^4 \dfrac{h}{i}\dfrac{\partial\chi^+}{\partial x_\rho}\gamma^\rho = 0 \end{array}\right\}, \tag{14}$$

$$\left.\begin{array}{l} \chi = -\dfrac{ih}{mc}\sum\limits_1^4 i\gamma^\rho\dfrac{\partial\chi}{\partial x_\rho} \\ \text{oder} \\ -imc\chi - \sum\limits_1^4 \gamma^\rho\dfrac{h}{i}\dfrac{\partial\chi}{\partial x_\rho} = 0 \end{array}\right\}. \tag{15}$$

Die Bedingungen (12) sind mit der Gleichung zweiter Ordnung, von der wir ausgehen, verträglich, d. h. es liegen tatsächlich Lösungen vom Typ (12) vor.

Diracs Gleichungen und die Gleichungen zweiter Ordnung sind miteinander verträglich. Die Gleichungen (12) gehen in Diracsche Gleichungen über, wenn man m durch $-m$ ersetzt. Die Gleichungen zweiter Ordnung dagegen bleiben bei dieser Substitution unverändert.

So ist also erwiesen:

1. Formel (6), d. h. $\rho = -i(\psi^* \pi_4^* + \pi_4 \psi)$, die wir als Ladungsdichte deuten, kann sowohl positive als auch negative Werte annnehmen.

2. Vom Standpunkt der bekannten Forderungen Diracs, die er an die relativistische Wellengleichung stellt (die Forderung der Linearität in $\partial/\partial t$ u.s.w.), müssen die Gleichungen (14) und (15) als solche angesehen werden, die Teilchen mit umgekehrtem Ladungsvorzeichen als beim Elektron, d. h. wie beim Positron, bezeichnen.

Vom Standpunkt der auf Grund der Gleichung zweiter Ordnung aufgeworfenen Theorie stellen sowohl die Bedingungen (8) (d. h. die Diracschen Gleichungen) als auch die Bedingungen (12) (der Fall einer Ladung mit umgekehrtem Vorzeichen) Sonderfälle von Lösungen der Grundgleichung dar.

Vom Standpunkt dieser Theorie aus kann man also das Elektron und das Positron als verschiedene Zustände der Ladung des Teilchens mit der Masse m ansehen.

Die Gleichungen (15) (Positron) und die Gleichungen (11) (Elektron) unterscheiden sich nur unwesentlich voneinander.

Um diesen Unterschied klarer zu erkennen, greifen wir auf die Arbeit Pauli –Weisskopfs zurück.

Bei der Untersuchung der skalaren relativistischen Gleichung verlangen die Autoren für die Energie immer einen positiven Wert. Die Energie wird als Komponente des Energie und Impulstensors bestimmt.

Der Ausdruck $e^{\pm Et/\hbar}$, die Zweideutigkeit des Parameters $E(\pm E)$ findet sich ebenfalls in der Theorie Pauli–Weisskopfs. In dieser Theorie bleiben alle Lösungen mit E und $-E$ erhalten. Den Parameter E bezeichnen die Autoren als Frequenz. Diese positive und negative Frequenz hat in der Arbeit der Autoren keinerlei anschaulichen Sinn erhalten.

Jedenfalls ist klar, dass der Parameter E in dieser Theorie, im Gegensatz zu Dirac, mit umgekehrtem Vorzeichen nicht die Bedeutung negativer Energie hat.

Es sei bemerkt, dass das Vorhandensein von Lösungen mit $\pm E$ schon in der Theorie der skalaren Gleichung mit der Existenz positiv und negativ geladener Teilchen eng verbunden ist.

In der Tat hat die Ladungsdichte in der skalaren Theorie nach Pauli–Weisskopf folgende Gestalt:

$$\rho = \frac{1}{i}(\pi\psi - \pi^*\psi^*),$$

wo

$$\pi = h\frac{\partial\psi^*}{\partial t}; \quad \pi^* = h\frac{\partial\psi}{\partial t}.$$

ρ wird immer positiv sein, falls z. B.

$$ih\frac{\partial\psi}{\partial t} = -E\psi, \tag{16}$$

und negativ, wenn

$$ih\frac{\partial\psi}{\partial t} = +E\psi. \tag{17}$$

Dasselbe finden wir auch in der hier entwickelten Theorie der Gleichung zweiter Ordnung mit Spin.

In der Tat entsprechen die Bedingungen (8), d. h. die Diracschen Gleichungen für das Elektron der Bedingung (16). Der Bedingung (17) entsprechen die Bedingungen (12), d. h. die Gleichungen für das Positron.

Wenn wir jetzt in den Gleichungen (11) und (15) zu α-Matrizen übergehen ($\alpha_k = i\gamma^4\gamma^k$; $k = 1, 2, 3$; $\gamma^4 = \alpha_4$) so erhalten wir für das Elektron

$$\left(\frac{h}{ic}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{h}{i}\sum_1^4 \alpha_k \frac{\partial}{\partial x_k} + \alpha_4 mc\right)\varphi = 0, \tag{18}$$

für das Positron

$$\left(\frac{h}{ic}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{h}{i}\sum_1^4 \alpha_k \frac{\partial}{\partial x_k} - \alpha_4 mc\right)\chi = 0, \tag{19}$$

d. h. die Gleichungen für das Elektron gehen in solche für das Positron über, wenn man α_4 durch $-\alpha_4$ ersetzt.

Bekanntlich spielt α_4 in der Diracschen Theorie die Rolle des Vorzeichens der Energie, d.h. des Vorzeichens bei E.

Damit diese letzte Bemerkung absolut klar wird, betrachten wir den Energie- und Impulstensor für die Gleichung zweiter Ordnung mit Spin.

Der Energie- und Impulstensor wird so geschrieben [2]:

$$\frac{1}{c}T_{\mu\nu} = -\frac{1}{2}i\frac{h^2}{mc}\left(\sum_\rho \frac{\partial}{\partial x_\rho}\psi^+\gamma^\rho\gamma^\nu\frac{\partial\psi}{\partial x_\mu} + \frac{\partial\psi^+}{\partial x_\mu}\gamma^\nu\gamma^\rho\frac{\partial\psi}{\partial x_\rho}\right) - \delta_{\mu\nu}L. \tag{20}$$

Die Energie schliesslich hat folgende Form:

$$\frac{1}{c}T_{44} = -h\left(\pi_4\frac{\partial\psi}{\partial x_4} - \frac{\partial\psi^*}{\partial x_4}\pi_4^*\right) - 2mc\pi_4\gamma^4\pi_4^* + \frac{1}{2}mc\psi^*\gamma^4\psi. \tag{21}$$

Für den Fall des Elektrons ist

$$\varphi = \psi; \quad \pi_4 = -\varphi^*/2; \quad \pi_4^* = -\varphi/2,$$

die Energie

$$\frac{1}{c}T_{44}^{\text{elec}} = \frac{1}{2}\frac{h}{i}\left(\varphi^{+}\gamma^{4}\frac{\partial\varphi}{\partial x_4} - \frac{\partial\varphi^{+}}{\partial x_4}\gamma^{4}\varphi\right). \tag{22}$$

Für den Fall des Positrons ist

$$\psi = \chi; \quad \pi_4 = \chi^{*}/2; \quad \pi_4^{*} = \chi/2,$$

die Energie

$$\frac{1}{c}T_{44}^{\text{pos}} = -\frac{1}{2}\frac{h}{i}\left(\chi^{+}\gamma^{4}\frac{\partial\chi}{\partial x_4} - \frac{\partial\chi^{+}}{\partial x_4}\gamma^{4}\chi\right). \tag{23}$$

Wir sehen also, dass bei $\chi = \varphi$ das Vorzeichen der Energie des Elektrons und des Positrons entgegengesetzt ist:

Die Energie des Elektrons ist positiv, wenn z. B.

$$\varphi_1 = \varphi_2 = 0; \quad \varphi_3 = Ae^{+Eti/h}; \quad \varphi_4 = Be^{+Eti/h}. \tag{24}$$

Die Energie des Positrons ist positiv, wenn

$$\chi_1 = \chi_2 = 0; \quad \chi_3 = Ae^{-Eti/h}; \quad \chi_4 = Be^{-Eti/h}. \tag{25}$$

Ungeachtet dessen, dass der Parameter im Falle (24) und (25) entgegengesetzte Vorzeichen hat, bleibt die Energie des Teilchens positiv.

Mit anderen Worten: Wenn das Vorzeichen des Parameters in der Diracschen Theorie mit dem Vorzeichen der Energie zusammenfällt, so sind in der Theorie zweiter Ordnung für die positive Energie (20) Lösungen mit beiden Vorzeichen des Parameters E möglich.

Es ist z. B. leicht ersichtlich, dass die Ladungsdichte ρ (6) für das ruhende Teilchen mit den Wellenfunktionen

$$\psi_1 = 0; \quad \psi_2 = 0; \quad \psi_3 = Ae^{-mc^2ti/h}; \quad \psi_4 = Be^{-mc^2ti/h}$$

negativ ist:

$$\rho = -i\psi^{*}\psi; \quad \gamma^{4} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

während die Dichte der Energie (20), die im vorliegenden Fall so geschrieben wird:

$$T_{44} = \frac{h^2}{m}\frac{\partial\psi^{*}}{\partial x_4}\gamma^{4}\frac{\partial\psi}{\partial x_4} = +mc^2\psi^{*}\psi,$$

positiv ist; wenn dagegen

$$\psi_1 = 0;\; \psi_2 = 0;\; \psi_3 = Ae^{+mc^2 ti/h};\; \psi_4 = Be^{+mc^2 ti/h},$$

dann wird die Ladungsdichte positiv:

$$\rho = +i\psi^*\psi,$$

und die Energie bleibt wie vorher positiv:

$$T_{44} = +mc^2\psi^*\psi.$$

Auf Grund dieser Ausführungen wird klar, dass man im Rahmen der Diracschen Theorie (Diracs Gleichung erster Ordnung) das Positron nur einführen kann, wenn man Lösungen von der Art der Formel (25) (negatives E) besitzt. Will man aber eine positive Energie des Positrons erlangen, so brauchte man dazu eine besondere künstliche "Locher"-Hypothese. In der hier entwickelten Theorie erweisen sich derartige Hypothesen als überflüssig. Gleichzeitig ist aber klar, dass beide Teilchen in bezug auf die numerischen Endergebnisse in den meisten Fällen identisch sein werden.

Es sei nochmals betont, dass wir oben nur deshalb von Gleichungen für Elektron und Positron gesprochen haben, um die Beziehungen zwischen Diracs Gleichungen erster und zweiter Ordnung klarzustellen. Die Gleichung zweiter Ordnung enthält eine vollständigere Theorie des Elektrons und Positrons, als wir sie in den Gleichungen (11) und (15) finden, da die Lösungen der Gleichung zweiter Ordnung nicht auf die Bedingungen (8) und (12) beschränkt sind. Die letzten Lösungen (8) und (12) finden sich als Spezialfälle unter allen Lösungen der Gleichung zweiter Ordnung.

C. $\rho = 0$ (Neutrino?).

$$\rho = 0, \text{ wenn } \psi^* = \psi = 0 \text{ oder } \pi_4^* = 0;\; \pi_4 = 0. \tag{26}$$

Der erste Fall ist trivial. Der zweite Fall erweist sich ganz unerwartet als nicht trivial. Die Bedingungen $\pi_4^* = 0$ und $\pi_4 = 0$ werden explizit so geschrieben:

$$\frac{h}{i}\sum_1^4 \frac{\partial\psi^+}{\partial x_\rho}\gamma^\rho = 0, \tag{27}$$

$$\frac{h}{i}\sum_1^4 \gamma^\rho \frac{h}{i}\frac{\partial\psi}{\partial x_\rho} = 0. \tag{28}$$

Die Bedingungen (26) sind mit der Wellengleichung zweiter Ordnung bei der Forderung $m = 0$ verträglich.

Mit anderen Worten: Die Gleichungen (27) und (28) beschreiben das Teilchen mit Masse und Ladung gleich Null.

Man kann leicht die Lagrangesche Funktion dieser Gleichungen aufschreiben:

$$L = \frac{1}{2}\frac{h}{i}\left(\sum_1^4 \frac{\partial\psi^+}{\partial x_\mu}\gamma^\mu\psi - \psi^+\gamma^\mu\frac{\partial\psi}{\partial x_\mu}\right). \tag{29}$$

Es ist nicht schwer, nach der Methode E. Noethers den Energie- und Impulstensor zu finden:

$$T_{\lambda\nu} = \frac{1}{2}\frac{h}{i}\left(\psi^{+}\gamma^{\nu}\frac{\partial\psi}{\partial x_{\lambda}} - \frac{\partial\psi^{+}}{\partial x_{\lambda}}\gamma^{\nu}\psi\right). \tag{30}$$

Die Dichte des Wirkungstensors lautet:

$$W_{\lambda\mu\nu} = -\psi^{*}\gamma^{\lambda}\gamma^{\mu}\frac{h}{2}\gamma^{\nu}\gamma^{4}\psi + x_{\lambda}T_{\mu\nu} - x_{\mu}T_{\lambda\nu}, \quad \nu \neq \lambda;\ \nu \neq \mu;\ \lambda < \mu. \tag{31}$$

Aus den letzten Ausführungen geht hervor, dass diese Teilchen Energie und Impuls besitzen und der Spin der gleiche ist wie beim Elektron.

Mit anderen Worten: Diese Teilchen besitzen den Charakter des Neutrino.

Allgemein gesprochen muss der mathematische Apparat in der zukünftigen Theorie des Elektrons und Positrons für die Fälle, wo die Ladung und Masse der Teilchen verschwinden, auf natürliche Weise der Bezeichnung der Ergebnisse der Vernichtung angepasst werden, d. h. er muss, wie man annehmen sollte, auf natürliche Weise Gleichungen für Photonen ergeben.

Wenn die Gleichungen (27) und (28) für den Fall $\rho = 0$ nicht als mathematischer Zufall angesehen werden, so könnte die Neutrino–Theorie des Lichtes in der zukünftigen Theorie ihre natürliche Lösung finden.

Freilich scheint uns schon hier die Verbindung des dritten leichten Teilchens durch die Ladung mit den beiden anderen ($\rho > 0$; $\rho = 0$; $\rho < 0$) und die automatische Folgerung, d. h. die Tatsache, dass die Masse des Teilchens bei der Forderung $\rho = 0$ gleich Null ist, merkwürdig.

Es sei erwähnt, dass die Forderung des gleichzeitigen Verschwindens aller Komponenten der Vektoren des Stroms zu der gleichen Formeln (27) und (28) führt, d. h. die Absonderung des behandelten Falles ist invariant.

Die voraufgegangene Neutrino-Theorie ist vom Gesichtspunkt der Gleichung zweiter Ordnung unvollständig, und zwar in dem Sinne, wie auch die Diracsche Theorie für das Elektron unvollständig ist. Daher muss man zu Gleichungen zweiter Ordnung für das Neutrino übergehen, wenn man konsequent sein will.

Die schweren Teilchen fallen, wie früher, aus diesem theoretischen Schema heraus.

II. DER FALL DES VORHANDENSEINS ÄUSSERER KRÄFTE

Geht man nicht zur Quantisierung der Funktion über und untersucht man nicht das Entstehen und Verschwinden von Paaren, so wiederholt dieser Fall im wesentlichen genau das Obige.

In diesem Falle wird die Lagrangesche Funktion so geschrieben [2]:

$$L = \frac{1}{2}\Bigg\{-\frac{i}{mc}\sum_{\mu}\sum_{\rho} p_{\rho}\psi^{+}\gamma^{\rho}\gamma^{\mu}p_{\mu}\psi - 2\frac{e}{c}\sum_{\mu}A_{\mu}S^{l}_{\mu} - \\ -\frac{h}{2mc}\left[\sum_{\mu}\frac{e}{c}A_{\mu}\sum_{\rho}\frac{\partial M_{\mu\rho}}{\partial x_{\rho}} - \sum_{\rho}\frac{e}{c}A_{\rho}\sum_{\mu}\frac{\partial M_{\mu\rho}}{\partial x_{\mu}}\right] - \frac{i}{mc}\frac{e^{2}}{c^{2}}\sum_{\mu}A_{\mu}\psi^{+}\psi + imc\psi^{+}\psi\Bigg\}, \tag{32}$$

wo

$$M_{\mu\rho} = -\psi^{+}\gamma^{\mu}\gamma^{\rho}\psi;$$

$$S_{\mu}^{l} = \frac{i}{2mc}\left[\psi\left(p_{\mu} - \frac{e}{c}A_{\mu}\right)\psi^{+} - \psi^{+}\left(p_{\mu} + \frac{e}{c}A_{\mu}\right)\right]\psi;$$

$$p_{\mu} = \frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x_{\mu}}; \quad A_{\rho} = \text{Potential}.$$

Die Impulse haben folgende Form:

$$\pi_{\nu} = \frac{1}{h}\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi}{\partial x_{\nu}}} = -\frac{1}{2mc}\sum_{\rho}\left(\frac{h}{2}\frac{\partial}{\partial x_{\rho}} - \frac{e}{c}A_{\rho}\right)\psi^{+}\gamma^{\rho}\gamma^{\nu}, \tag{33}$$

$$\pi_{\nu}^{*} = \frac{1}{h}\frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi^{*}}{\partial x_{\nu}}} = -\frac{i}{2mc}\sum_{\rho}\left(\gamma^{4}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\frac{h}{i}\frac{\partial}{\partial x_{\rho}} + \frac{e}{c}A_{p}\gamma^{4}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\right)\varphi. \tag{34}$$

Die Ladungsdichte wird wieder durch die Formel:

$$\rho = -i(\psi^{*}\pi_{4}^{*} + \psi\pi_{4})$$

ausgedrückt.

Wie früher kommen die Fälle vor:

$$\rho > 0, \text{ wenn z.B. } \pi_{4} = -\psi^{*}/2; \; \pi_{4}^{*} = -\psi/2, \tag{35}$$

$$\rho < 0, \text{ wenn z.B. } \pi_{4} = \psi^{*}/2; \; \pi_{4}^{*} = \psi/2. \tag{36}$$

Die Bedingung (35) ergibt, wie früher, die Diracsche Gleichung, aber schon für den Fall des Vorhandenseins eines Feldes u.s.w. *Somit vermeidet die oben erläuterte Theorie nicht die negativen Energieniveaus.*

Im Vergleich zu der allgemein üblichen Theorie hat sie insofern einen gewissen Vorzug, als hinsichtlich des Elektrons und des Positrons vollständige Symmetrie besteht.

Diese Theorie macht die Einführung von "Löchern" nicht erforderlich. Das Vorhandensein negativer Niveaus macht aber im wesentlichen diesen Vorzug illusorisch.

Jedenfalls ist jede rationelle weitere Entwicklung der dargelegten Theorie ohne wesentlich neue physikalische Gesichtspunkte unmöglich.

Wenn man aber auf Grund der Analogie annimmt, dass auch hier alle negativen Niveaus sowohl für das Elektron als auch für das Positron besetzt sind, so wird in der Tat eine wesentliche Schwierigkeit der modernen Theorie beseitigt. Wir meinen die Schwierigkeit

mit der unendlichen Ladung des "leeren" Raumes. Das ist eine sehr unwesentliche Verbesserung, da die übrigen Schwierigkeiten offenbar bestehen bleiben.

Zum Schluss sei bemerkt, dass die Symmetrie des Elektrons und Positrons mit der zweiten Ordnung der Ausgangsgleichung nicht wesentlich verknüpft ist. Man könnte fast den ganzen Weg der üblichen mathematischen Ableitung der Diracschen Gleichungen erster Ordnung wiederholen, müsste aber verlangen, dass die Ladungsdichte nicht unbedingt eine positive Grösse zu sein braucht.

Wir erhalten die bekannten Gleichungen erster Ordnung vom Typ Diracs

$$\sum_1^4 \Gamma_\mu p_\mu \Psi + \Gamma^5 imc\Psi = 0,$$

wo Ψ eine Funktion mit acht Komponenten ist.

Diese Gleichung kann man in Form von zwei Gleichungen schreiben [1]

$$\sum_1^4 \gamma^\mu p_\mu \varphi - imc\chi = 0, \quad \sum_1^4 \gamma^\mu p_\mu \chi - imc\varphi = 0.$$

Bei $\chi = \varphi$ geben diese Gleichungen die Diracsche Gleichung für das Elektron (10), bei $\chi = -\varphi$ ergeben sie die Gleichung für das Positron (11).

Im allgemeinen Fall kann die Ladungsdichte

$$\rho = \frac{1}{2}(\chi^* \varphi + \chi \varphi^*)$$

positiv und auch negative sein.

Anmerkungen. Im ersten Teil des vorliegenden Artikels [2] wurde u.a. die Aufspaltung physikalischer Grössen diskutiert.

Diese Aufspaltung wird dort der Kürze halber als Gordonsche Aufspaltung bezeichnet. Hierzu ist zu bemerken, dass die Gordonsche Aufspaltung (nach dem Merkmal $\rho = \nu$; $\rho \neq \nu$) im engeren Sinne dieses Wortes nur entfernte Beziehung zu der zur Diskussion stehenden Aufspaltung hat. Sie wird in der Anmerkung (S. 48) erörtert und trägt einen anderen Charakter. Daher unterscheidet sich die Gordonsche Aufspaltung des Stroms, die in die allgemeine Tabelle der Erhaltungsgesetze (S. 61) aufgenommen ist, ihrer Natur nach von den anderen Fällen dieser Tabelle.

REFERENCES

1. *Geheniau J.* // C.r. Acad. sci. 1934. Vol. 198. P. 713.
2. *Markov M.* // Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1936. Bd. 10. S. 773.
3. *Pauli W., Weisskopf V.* // Helv. phys. acta. 1935. Vol. 5/7. P. 769.

НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ФОТОНОВ НА ЯДРАХ С РОЖДЕНИЕМ ПАР*

Метод теории возмущений в проблемах подобного рода, как известно, дает разложение по степеням константы тонкой структуры.

Множитель $(e^2/\hbar c)^n$, необходимым образом появляющийся в выражениях поперечного сечения для процессов высшего порядка между электронами и световыми квантами, существенно уменьшает численное значение поперечного сечения (растет n).

Однако Б. Коккель указал [2], что при больших энергиях в выражениях для поперечного сечения могут появляться факторы, компенсирующие влияние множителя $(e^2/\hbar c)^n$.

С этой точки зрения интересно рассмотреть неупругое рассеяние фотона на ядре с рождением пары (при больших $h\nu$). Следуя Б. Коккелю, можно ожидать, что этот эффект при больших энергиях фотона может оказаться столь же вероятным, как и эффект простого рождения пары под влиянием фотона. Однако это не так.

Действительно, для процесса рождения пары под влиянием двух световых квантов при одновременном испускании третьего кванта (процесс третьего порядка) Б. Коккель получает следующее поперечное сечение:

$$\Phi^{\mathrm{III}} = 24\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{e^2}{\hbar c}\frac{1}{\left(\frac{h\nu}{mc^2}\right)^2}\lg^3\frac{h\nu}{mc^2}; \quad h\nu \gg mc^2. \tag{1}$$

Это выражение получено в системе координат, в которой импульсы фотонов равны и противоположно направлены. В том же приближении, в той же системе координат соответствующее выражение для образования пары под влиянием двух световых квантов (процесс второго порядка – выражение Брейта–Уиллера [1]) имеет вид:

$$\Phi^{\mathrm{II}} = 2\pi\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{1}{\left(\frac{h\nu}{mc^2}\right)^2}\lg\frac{h\nu}{mc^2}; \quad h\nu \gg mc^2. \tag{2}$$

Сравнение выражений (1) и (2) показывает, что при больших энергиях $h\nu \gg mc^2$ выражение (1) может быть сравнимо или даже больше выражения (2):

$$\frac{\Phi^{\mathrm{III}}}{\Phi^{\mathrm{II}}} = \frac{12}{\pi}\frac{e^2}{\hbar c}\lg^2\frac{h\nu}{mc^2}. \tag{3}$$

Попытаемся оценить упомянутый выше эффект непругого рассеяния фотонов на ядре методом Вильямса.

---

* Докл. АН СССР. 1938. Т. 20, № 2/3. С. 125–127.

Пусть энергия падающего фотона $h\nu' = \xi mc^2$. Рассмотрим систему координат, в которой ядро движется навстречу фотону со скоростью, определяемой из выражения

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} = \frac{1}{2}\xi. \qquad (4)$$

В этой системе координат (S-система) поле ядра можно заменить эквивалентным полем фотонов [3]:

$$N(\nu)d\nu = \frac{2}{\pi}\alpha z^2 \lg \xi \frac{mc^2}{h\nu}\frac{d\nu}{\nu}, \qquad (5)$$

где α – постоянная тонкой структуры, z – заряд ядра, $N(\nu)d\nu$ – число фотонов в промежутке $\nu - (\nu + d\nu)$.

В этой же системе координат энергия падающего фотона:

$$h\nu = mc^2. \qquad (6)$$

Неупругое рассеяние фотона на ядре с рождением пары можно рассматривать как результат процесса Коккеля, протекающего под влиянием падающего на ядро фотона и фотонов эквивалентного поля (5).

Рождение же пар под влиянием падающего на ядро фотона и фотонов эквивалентного поля (5), протекающее по Брейту–Уиллеру (2), дает, как известно, рождение фотоном пары в поле ядра.

Оба этих эффекта мы можем вычислить, пользуясь (1), (2) и (5).

Прежде всего преобразуем выражения (1) и (2) в систему S. Выражение (1) можно переписать в виде

$$\Phi^{\mathrm{III}} = 3\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\left(\frac{h\nu}{mc^2}\right)^2} \lg^3\left(\frac{h\nu}{mc^2}\right)^2. \qquad (7)$$

Легко видеть, что произведение частот ν_1 и ν_2 двух фотонов, имеющих противоположно направленные импульсы, инвариантно относительно преобразований Лоренца:

$$\nu_1\nu_2 = \nu_1'\nu_2' = \nu^2. \qquad (8)$$

Пользуясь (8), мы можем переписать (7) для любой системы координат; вводя притом новые обозначения ($h\nu/mc^2 \to \nu$), получаем

$$\Phi^{\mathrm{III}} = 3\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\nu_1'\nu_2'} \lg^3(\nu_1'\nu_2'). \qquad (9)$$

Переходя в систему S и полагая $\nu_1 = 1$ (т.е. $h\nu = mc^2$), имеем

$$\Phi^{\mathrm{III}} = 3\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{e^2}{\hbar c} \frac{1}{\nu} \lg^3 \nu. \qquad (10)$$

Соответственным образом преобразуется (2):

$$\Phi^{\rm II} = \pi\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \frac{1}{\nu}\lg\nu. \qquad (11)$$

Используя (2), мы получим поперечное сечение для рождения фотоном пары (в поле ядра) в виде

$$\sigma^{\rm II} = \int_1^\eta \Phi^{\rm II}\cdot N(\nu)d\nu = 4\alpha z^2\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \lg\xi. \qquad (12)$$

Этот результат отличается от результата Вильямса множителем $2/z$. Дело в том, что мы в отличие от Вильямса пользовались асимптотическим ($\nu \gg 1$) выражением (2) формулы Брейта–Уиллера. Большой ошибки при этом, как мы видим, не получается.

Для $\Phi^{\rm III}$ мы имеем в своем распоряжении только асимптотическое выражение. Пользуясь этим выражением (3), мы получаем поперечное сечение для неупругого рассеяния фотона на ядре с рождением пары в виде

$$\sigma^{\rm III} = \int_1^\eta \Phi^{\rm III} N(\nu)d\nu = \frac{36}{\pi}\alpha^2 z^2\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \lg\xi + \frac{1}{\eta}f(\lg\eta), \qquad (13)$$

где $f(\lg\eta)$ – полином третьей степени от $\lg\eta$. Мы видим, что при больших энергиях ($\eta \gg 1$) выражение (13) переходит в

$$\sigma^{\rm III} = \frac{36}{\pi}\alpha^2 z^2\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2 \lg\xi \qquad (14)$$

и отношение $\sigma^{\rm III}$ к $\sigma^{\rm II}$ в отличие от случая Коккеля от энергии не зависит:

$$\frac{\sigma^{\rm III}}{\sigma^{\rm II}} \sim \alpha.$$

Казалось бы, что в нашем случае мы должны были бы получить результат, аналогичный результату Коккеля (3), потому что в основе вычислений нашего эффекта лежат именно эффекты, сравниваемые Коккелем: $\Phi^{\rm III}$ и $\Phi^{\rm II}$. Но в обсуждаемом нами эффекте процессы $\Phi^{\rm III}$ и $\Phi^{\rm II}$ при $\eta \gg 1$ играют малую роль (интегралы (12) и (13) быстро конвергируют), а ведь только при больших η существенно замечание Коккеля.

Результат, подобный нашему, следует ожидать во всех тех случаях, когда метод Вильямса строго применим, т.е. когда процессы при $\eta \gg 1$ не играют существенной роли и интегралы типа (13) быстро конвергируют.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Breit G., Willer J.* // Phys. Rev. 1934. Vol. 46. P. 1097.
2. *Kokkel B.* // Ztschr. Phys. 1937. Bd. 107. S. 153.
3. *Williams E.J.* // Dan. Vidensk. 1935. Bd. 13. S. 4.

ЗАМЕЧАНИЕ К КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ*

Квантовая электродинамика в современной стадии своего развития содержит, как известно, ряд серьезных трудностей: точечный электрон, расходящиеся выражения в высших приближениях теории и т.д.

В настоящее время надо считать, что трудности, о которых идет речь, являются характерными трудностями теории любого известного нам поля: поля Максвелла, поля Ферми, Юкава, ψ-поля и т.д. Поэтому решение этих трудностей должно быть очень общим.

При квантовании поля величина F, характеризующая данное поле, разлагается в ряд Фурье:

$$F = \sum_s \alpha_s (N_s^+ e^{-i\bar{k}_s \bar{r}} + N_s^- e^{+i\bar{k}_s \bar{r}}), \tag{1}$$

причем N_s^+ и N_s^- считаются операторами:

$$[N_s^+ N_\rho^-]_\pm = \delta_{s\rho}. \tag{2}$$

Эти операторы часто записываются в такой форме:

$$N_s^+ = \sqrt{n_s} e^{-i\Phi_s}; \quad N_s^- = \sqrt{n_s} e^{+i\Phi_s}, \tag{3}$$

где n_s – переменная числа частиц; Φ_s – фаза.

В отличие от обычной теории мы потребуем далее, чтобы фаза волны и вектор точки представлялись некоммутирующими операторами:

$$\Phi_s x_\mu - x_\mu \Phi_s = 2\pi r_\mu^s (\mu = 1, 2, 3, 4). \tag{4}$$

Фаза безразмерна, поэтому r_μ^s представляет собой некий четырехмерный вектор размерностью длины.

Этот вектор, как выясняется в дальнейшем, имеет в развиваемой нами теории такое же фундаментальное значение, какое имеет в своей области постоянная Планка $\hbar$.

Как следствие соотношения (4), мы имеем

$$\Delta\Phi_s \Delta x_\mu \approx 2\pi r_\mu^s. \tag{5}$$

Другими словами, если $\Delta x_\mu \approx r_\mu^s$, то фаза становится полностью неопределенной:

$$\Delta\Phi_s \approx 2\pi. \tag{6}$$

Вектор r_μ^s определим следующим путем:

$$2\pi r_\mu^s = b k_\mu^s, \tag{7}$$

---

* Докл. АН СССР. 1939. Т. 24, № 3. С. 233–236.

где k_μ^s – четырехмерный волновой вектор:

$$k_x^s,\ k_y^s,\ k_z^s,\ i\,|\,\bar{k}_s\,|,$$

b – фактор пропорциональности размерностью квадрата длины. Как следствие соотношений (4) и (7), имеем

$$e^{\mp i\Phi_s} f(\bar{r}) = f(\bar{r} \mp ib\bar{k}^s)\cdot e^{\mp i\Phi_s}. \tag{8}$$

Например:

$$\left.\begin{aligned} N_s^+ e^{-i\bar{k}_s\bar{r}} &= e^{-bk_s^2}\cdot e^{-i\bar{k}_s\bar{r}}\cdot N_s^+ \\ N_s^- e^{+i\bar{k}_s\bar{r}} &= e^{-bk_s^2}\cdot e^{+i\bar{k}_s\bar{r}} N_s^- \end{aligned}\right\}. \tag{9}$$

Легко видеть из (4), что оператор Φ_s можно было бы написать в виде

$$\Phi_s = -i\frac{\partial}{\partial n_s} + 2\pi r_\mu^s \frac{\partial}{\partial k_\mu}. \tag{10}$$

Обращает на себя внимание тот факт, что в развиваемой нами теории естественным образом появляется обрывающий фактор [см. (9)]:

$$e^{-bk_s^2}. \tag{11}$$

Из соотношения (7) следует, что фактор b – константа размерностью квадрата длины.

Пусть

$$b = (2\pi r_0)^2. \tag{12}$$

Рассмотрим в качестве частного примера развиваемой здесь теории поля поле Максвелла, т.е. квантовую электродинамику.

"Продольная" собственная энергия электрона. Если в соответствии с (4) (т.е. имея в виду, что $N_s^\pm e^{-\frac{iEt}{\hbar}} = e^{\mp\frac{bk_sE}{\hbar c}} N_s^\pm$) перейти от уравнения

$$H\psi - i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\{e_1\varphi(r_1) + e_2\varphi(r_2)\}\psi \tag{13}$$

к стационарному уравнению ($\varphi(r)$ – скалярный потенциал), то для собственной электростатической энергии электрона мы получаем (обычным путем) выражение

$$W_{\text{long}} = \frac{1}{2\pi^2}\cdot\frac{e^2}{\hbar c}\iint \varphi^+(k^1)e^{-i\bar{k}^1\bar{r}}\,\frac{\varphi^-(k)}{k}\,e^{+i\bar{k}\bar{r}}\,d\bar{k}^1 dk. \tag{14}$$

По своему внешнему виду это выражение ничем не отличается от соответствующего выражения обычной теории.

Но вследствие (9)

$$\varphi^+(k^1)e^{-i\bar{k}^1\bar{r}} = e^{-bk^{1^2}} e^{-i\bar{k}^1\bar{r}}\varphi^+(k^1).$$

Так как осцилляторы поля не возбуждены ($n_s = 0$), то

$$\varphi^-(k)\varphi^+(k^1) = 0,$$

а

$$\varphi^+(k^1)\varphi^-(k) \approx \frac{c\hbar}{2k^1}\delta(k^1 - k).$$

В результате мы имеем

$$\left.\begin{aligned} W_{\text{long}} &= \frac{e^2}{\pi}\int_0^\infty e^{-bk^2}dk \\ W_{\text{long}} &= \frac{e^2}{4(\pi)^{3/2}}\cdot\frac{1}{r_0} \end{aligned}\right\}. \tag{15}$$

Поперечная собственная энергия электрона [1]. Вычисляя среднее значение от члена $\frac{1}{2m}\cdot\frac{e^2}{c^2}A^2$ (где A – вектор-потенциал) в уравнении Шредингера (или второе приближение в теории Дирака), мы получаем

$$W_{\text{trans}} = \frac{1}{2\pi^2}\cdot\frac{e^2}{2mc^2}\iint \Big\{A^+(k^1)e^{-i\bar{k}^1\bar{r}}\cdot A^-(k)e^{+i\bar{k}\bar{r}} +$$

$$+A^-(k^1)e^{+i\bar{k}^1\bar{r}}\cdot A^+(k)e^{-i\bar{k}\bar{r}}\Big\}d\bar{k}d\bar{k}^1.$$

И далее по (9)

$$W_{\text{trans}} = \frac{1}{2\pi^2}\cdot\frac{e^2}{2mc^2}\iint e^{-bk^{1^2}}\{A^+(k^1)A^-(k) + A^-(k^1)A^+(k)\}d\bar{k}d\bar{k}^1.$$

И если в поле, кроме "нулевых", нет никаких фотонов, то

$$A^+(k^1)A^-(k) + A^-(k^1)A^+(k) = \delta(k - k^1)\frac{\hbar c}{2k^1},$$

следовательно,

$$W_{\text{trans}} = \frac{e^2\hbar}{2\pi mc}\int_0^\infty e^{-bk^2}kdk = \frac{\hbar e^2}{mc}\cdot\frac{1}{8\pi^3}\cdot\frac{1}{r_0^2} \tag{16}$$

при

$$r_0 \sim \frac{e^2}{mc^2} \quad W_{\text{trans}} \sim mc^2,$$

т.е. покоящаяся масса электрона в основном обязана своим происхождением нулевым колебаниям осцилляторов поля. Электростатическая масса электрона оказывается при этом в несколько раз меньше поперечной.

Последний пример интересен тем, что соответствующее расходящееся выражение обычной теории ($\int kdk$) связано, как известно [2], с нулевыми колебаниями осцилляторов поля.

Положения, высказанные выше, носят, в сущности, рецептурный характер, т.е. мы предложили взять уравнения Дирака *с полем, квантованным обычным образом*, а затем наложить условия (4).

Но квантовая электродинамика, развитая работами Гейзенберга, Паули и др., представляет собой, в известном смысле, последовательный переход от классической теории поля к квантовой. Поэтому желательно и в развиваемой здесь теории сделать этот переход столь же последовательным образом.

Оказывается, что, имея в виду условия (4), можно полностью повторить схему Гейзенберга–Паули: получить, например, соотношения (2) и т.д. Но только теперь надо иметь в виду, что, кроме операторов E и H, имеются не тождественные с ними адъюнгированные выражения

$$E \neq E^+; \quad H \neq H^+.$$

Поэтому классической функции Лагранжа можно формально противопоставить два квантовых вражения:

$$L' = \frac{1}{8\pi}(E^2 - H^2) \text{ и } L'' = \frac{1}{8\pi}(EE^+ - HH^+).$$

Все изложенное нами выше связано с выбором функции L'' (выбор L' в качестве функции Лагранжа ведет к необычной связи между частотой и энергией фотона).

Измерения. Условия (4) ведут, по-видимому, к дальнейшим серьезным изменениям наших представлений о пространстве и времени.

Действительно, наиболее совершенный интерференционный метод измерения длин в малой области пространства теряет всякий смысл, так как разности фаз становятся полностью неопределенными.

На измерение импульса частиц (фотона, электрона и т.д.) последнее обстоятельство, по-видимому, не налагает никаких ограничений. Другими словами, в малой пространственно-временно́й области теория в известной мере теряет свой волновой характер. Корпускулярные свойства частиц снова (в указанном смысле) начинают доминировать.

Условия (4) налагают некоторые ограничения и на измеримость величин поля. Появляются "индивидуальные" ошибки в измерениях этих величин.

Например, для продольного электрического поля получаем

$$\overline{E}_{\text{long}}\overline{r} - \overline{r}\overline{E}_{\text{long}} > r^0 E_{\text{long}},$$

$$\Delta\overline{E}_{\text{long}}\Delta\overline{r} > r^0 E_{\text{long}}$$

при

$$\Delta r \sim r^0, \quad \Delta E_{\text{long}} \sim E_{\text{long}},$$

т.е. на "краю" электрона величина поля (E_{long}) совершенно неопределенна.

Развиваемая здесь теория не является однозначной, так как мы выбрали произвольно наипростейшие правила коммутации. Например, в качестве оператора фазы вместо оператора $2\pi r^0_{s\mu}\partial/\partial k_\mu$ можно взять любые функции инвариантных комбинаций двух четырехмерных векторов k_μ и $\partial/\partial k_\mu$.

Другой очень важный пункт, где развиваемая теория может встречаться с серьезными затруднениями, – это область космических лучей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Heitler W.* The quantum theory of radiation. Oxford: Clarendon press, 1936.
2. *Rosenfeld L.* // Ztschr. Phys. 1931. Bd. 76. S. 454.

О "ЧЕТЫРЕХМЕРНО ПРОТЯЖЕННОМ" ЭЛЕКТРОНЕ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ ОБЛАСТИ*

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

Квантовая теория поля в современной стадии своего развития содержит, как известно, ряд серьезных трудностей.

В настоящий момент можно считать, что трудности, о которых идет речь, являются характерными для теории любого известного нам поля: поля Максвелла, поля Ферми, поля Юкава, поля тяготения.

Решение этих трудностей должно быть, по-видимому, очень общим.

Ниже обсуждается некоторая попытка, сделанная в этом направлении.

Основное физическое содержание этой попытки может быть сформулировано как с точки зрения идей поля, так и с точки зрения некоторой "модели" частицы (источника поля), "протяженной" в пространстве и во времени.

С точки зрения идеи поля новое здесь заключается в некоторых дальнейших ограничениях измеримости поля.

Основные допущения формулируются при помощи перестановочных соотношений [см. (2)] между величинами, характеризующими поле, и пространственно-временны́м вектором точки (вернее – координатами пробного тела).

В качестве частного примера подробно рассмотрена квантовая электродинамика.

Благодаря перестановочным соотношениям (2) классическое электромагнитное

---

* ЖЭТФ. 1940. Т. 10, вып. 12. С. 1311–1338.

поле в некоторой относительно малой пространственно-временно́й области перестает быть "наблюдаемой" величиной.

При этом атомизм вещества (вернее – атомистическое строение пробного тела) является именно фактором, ограничивающим указанные выше измерения, подобно тому как атомизм действия (квантовый постулат) налагает ограничения на измерения импульса и координаты частиц (§ 18).

Теория строится таким образом, что, пренебрегая атомистическим строением вещества, мы получаем электродинамику Гейзенберга–Паули, пренебрегая квантом действия, – классическую электродинамику.

Энергия и импульс "поля" сохраняют в этой концепции свое обычное содержание (§ 9, 11). Но смысл самого понятия классического поля благодаря условию (2) существенно меняется. Меняется образ фотона, плоской волны. Такое, например, понятие, как разность фаз плоской волны в некоторой относительно малой пространственно-временно́й области, становится полностью неопределенным [§ 5, соотношение (26)].

Вообще говоря, такое "поле" не может быть строго описано в пространственно-временны́х терминах. Оператор поля в этой теории играет некоторую вспомогательную роль. Эта роль в некотором смысле[1] подобна роли ψ-функции волнового уравнения.

Математический аппарат, последовательно развиваемый на основе изложенных выше физических идей, ведет естественным образом к появлению релятивистски-инвариантных "обрывающих" факторов (§ 3, 12, 13) [13, 24, 25].

Теория приводит к некоторой "модели" электрона, "протяженного" в пространстве и во времени. *Образ такого электрона впервые удается подробно проанализировать* (§ 16–18).

Теория резко асимметрична в отношении положительных и отрицательных уровней энергии. Последнее обстоятельство дает возможность обсуждать теорию электрона и позитрона, свободную от трудностей с отрицательной энергией (§ 14, 15).

Идеи, развиваемые в этой статье, очень общи и принципиально применимы к теории любого поля, имеющего источники.

§ 2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Пусть какое-то поле в пустоте описывается некоторым четырехмерным вектором

$$A_\mu = \sum_s \left(A^+_{\mu s} e^{i\{c|k_s|t - \mathbf{k}_s \mathbf{r}\}} + A^-_{\mu s} e^{-i\{c|k_s|t - \mathbf{k}_s \mathbf{r}\}}\right) \quad (\mu = 1, 2, 3, 4). \tag{1}$$

В соответствии с идеями предыдущего параграфа наложим следующее условие:

$$A^+_{\mu s} x_\nu - x_\nu A^+_{\mu s} = -i r_{\nu s} A^+_{\mu s} \quad (\nu, \mu = 1, 2, 3, 4). \tag{2}$$

[1] При образовании квадратичных форм, имеющих смысл наблюдаемых величин (§ 9).

$A^{\pm}_{\mu\nu}$ – квантовые операторы амплитуд, x_ν – компонента пространственно-временно́го вектора, $r_{\nu s}$, как следует из (2), представляет собой некоторый четырехмерный вектор размерностью длины.

Характер этого вектора мы определим в дальнейшем.

Вид соотношения (2) не случаен. Ориентирующим обстоятельством в поисках соотношения (2) являлась задача построения такой теории поля, в которой измерение отдельных компонент поля в относительно малой пространственно-временно́й области приводило бы к некоторой принципиальной "неточности", причем в некоторой относительно малой области эта "ошибка измерения" становилась бы порядка самой величины поля, предполагаемого по классической теории [15].

Другими словами, желательно иметь соотношение такого типа:

$$\Delta x_\nu \Delta A_{\mu s} \sim r_{\nu s} A_{\mu s}, \qquad (2')$$

что из

$$\Delta x_\nu \sim r_{\nu s}$$

следует

$$\Delta A_{\mu s} \sim A_{\mu s}.$$

Естественно ожидать, что в такой теории поля не должно быть трудностей с точечным зарядом, так как классическое поле непосредственно "вблизи" точечного заряда перестает быть наблюдаемой величиной, теряет свое физическое содержание. Математический аппарат, развитый на основе допущения (2), подтверждает эту точку зрения.

§ 3. СВОЙСТВА ОПЕРАТОРА $A^{\pm}_{\mu s}$

Выясним некоторое свойство оператора $A^{\pm}_{\mu s}$.

Образуем из (2) адъюнгированное соотношение

$$(A^{+}_{\mu s} x_\nu - x_\nu A^{+}_{\mu s})^{+} = (-i r_{\nu s} A^{+}_{\mu s})^{+}.$$

Получаем

$$x_\nu A^{-}_{\mu s} - A^{-}_{\mu s} x_\nu = i r_{\nu s} A^{-}_{\mu s}$$

или

$$A^{-}_{\mu s} x_\nu - x_\nu A^{-}_{\mu s} = -i r_{\nu s} A^{-}_{\mu s},$$

т.е.

$$A^{\pm}_{\mu s} x_\nu - x_\nu A^{\pm}_{\mu s} = -i r_{\nu s} A^{\pm}_{\mu s}. \qquad (3)$$

Мы допустим, что

$$r_{\nu s}A_{\mu s}^{\pm}-A_{\mu s}^{\pm}r_{\nu s}=0. \tag{4}$$

Используя (3), легко доказать следующее свойство операторов $A_{\mu s}^{\pm}$:

$$A_{\mu s}^{\pm}\varphi(x_{\nu})=\varphi(x_{\nu}-ir_{\nu s})A_{\mu s}^{\pm}, \tag{5}$$

где $\varphi(x_{\nu})$ – любая дифференцируемая функция от x_{ν}.

Действительно, помножая (3) справа на x_{ν}, имеем

$$A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu}^{2}-x_{\nu}A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu}=-ir_{\nu s}A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu}. \tag{6}$$

Умножая (3) слева на x_{ν}, получаем

$$x_{\nu}A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu}-x_{\nu}^{2}A_{\mu s}^{\pm}=-ir_{\nu s}x_{\nu}A_{\mu s}^{\pm}. \tag{7}$$

Складывая выражения (6) и (7), имеем

$$A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu}^{2}-x_{\nu}^{2}A_{\mu s}^{\pm}=-ir_{\nu s}(x_{\nu}A_{\mu s}^{\pm}+A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu}). \tag{8}$$

На основании (3) правая часть выражения (8) перепишется:

$$-ir_{\nu s}(x_{\nu}A_{\mu s}^{\pm}+A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu})=\left\{-ir_{\nu s}x_{\nu}^{2}+(-ir_{\nu s})^{2}\right\}A_{\mu s}^{\pm}.$$

Следовательно,

$$A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu}^{2}=(x_{\nu}-ir_{\nu s})^{2}A_{\mu s}^{\pm}. \tag{9}$$

Таким же образом доказывается:

$$A_{\mu s}^{\pm}x_{\nu}^{n}=(x_{\nu}-ir_{\nu s})^{n}A_{\mu s}^{\pm}. \tag{10}$$

Разлагая $\varphi(x_{\nu})$ в ряд

$$\varphi(x_{\nu})=\varphi(0)+\frac{x_{\nu}}{1!}\varphi'(0)+\ldots+\frac{x_{\nu}^{n}}{n!}\varphi^{(n)}(0) \tag{11}$$

и пользуясь соотношением (10), мы убеждаемся в справедливости свойства (5).

Если, например, мы имеем функцию

$$\varphi=ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et-\mathbf{pr})},$$

то действие оператора $A_{\mu s}^{\pm}$ на эту функцию запишется[2]:

$$A_{\mu s}^{\pm}\varphi=e^{-\frac{1}{\hbar}(Er_{4s}-\mathbf{pr}_{s})}\varphi A_{\mu s}^{\pm}. \tag{12}$$

[2] $\mathbf{r}_{s}$ – пространственная часть четырехмерного вектора $r_{\nu s}$.

Если мы возьмем другую, часто встречающуюся функцию

$$\psi = e^{i\{c|k|t - \mathbf{kr}\}}, \tag{13}$$

то получим

$$A_{\mu s}^{\pm}\psi = e^{-\{c|k|r_{4s} - \mathbf{kr}_s\}}\psi A_{\mu s}^{\pm}. \tag{14}$$

Мы видим, что множители, которые появляются в выражениях (12) и (13), имеют характер релятивистски-инвариантных "обрывающих" факторов.

Последовательно развивая теорию, мы в дальнейшем увидим, что указанное свойство операторов $A_{\mu s}^{\pm}$ действительно приводит к конечным значениям вычисляемых величин, тех величин, которые в обычной теории расходятся (§ 12, 13).

§ 4. ВЕКТОР $r_{\nu s}$

Вектор $r_{\nu s}$ может быть выбран различным образом. Здесь, конечно, имеется некоторый произвол, но этот произвол для основных черт развиваемой теории не является особенно существенным. Выбор конкретного вида $r_{\nu s}$ ведет в конце концов к выбору определенного "обрывающего" фактора.

Можно высказать, по-видимому, и обратное утверждение, что формальное введение какого-либо релятивистски-инвариантного "обрывающего" фактора во взаимодействии материи с излучением [13, 24, 25] связано в конце концов (с точки зрения физических представлений) с программой данной статьи. Действительно, так как о поле мы судим по показаниям пробного тела, то и всякие формальные изменения в волновом уравнении, касающиеся членов взаимодействия поля с частицами, могут быть истолкованы как изменения понятий самого поля (§ 2, 5, 9, 11, 16).

Поэтому во всех этих случаях необходимо заново определить такие понятия, как энергия, импульс поля. Наконец, написать новые уравнения поля. Задача данной статьи – выполнить последовательно эту программу (§ 2, 5, 9, 11, 16).

Допустим для простоты, что вектор $r_{\nu s}$ пропорционален волновому вектору $k_{\nu s}$:

$$r_{\nu s} = bk_{\nu s}, \tag{15}$$

где b – константа размерностью квадрата некоторой длины:

$$b = (r_0)^2. \tag{16}$$

Константа b, как мы увидим ниже (§ 18), естественным образом выражается через константы, характеризующие атомистическую структуру вещества.

Константа b обращается в нуль при $\hbar \to 0$, а также если массу элементарной частицы стремить к бесконечности или соответствующим образом распорядиться ее зарядом (§ 18).

В последнем случае (т.е. $b = 0$) мы получаем электродинамику Гейзенберга–Паули. Как известно по исследованиям Бора–Розенфельда, электродинамике

Гейзенберга–Паули действительно совершенно чужд учет атомизма вещества.

При исследовании некоторых общих свойств теории мы не будем связывать себя условием (15).

§ 5. ОПЕРАТОР ФАЗЫ

Основные положения § 2 могут быть изложены в некотором другом аспекте. Эта другая формулировка основного положения (2) допускает любопытное физическое толкование.

Пусть

$$A_s^+ = n_s^+ C_s^+, \tag{17}$$

где A_s^+ – оператор, тождественный с оператором $A_{\mu s}^+$; только здесь для простоты написания мы опускаем μ – индекс компоненты вектора-потенциала.

Допустим далее, что оператор n_s^+ тождествен с оператором числа частиц обычной теории квантованного поля.

Из (17) имеем

$$A_s^- = C_s^- n_s^- . \tag{18}$$

Для того чтобы пользоваться в дальнейшем обычно употребляемыми обозначениями, запишем оператор C_s^+ в форме

$$C_s^+ = e^{i\Phi_s^+}, \tag{19}$$

отсюда

$$C_s^- = e^{-i\Phi_s^-}, \tag{20}$$

тогда операторы A_s^+ и A_s^- запишутся:

$$A_s^+ = n_s^+ e^{i\Phi_s^+},$$

$$A_s^- = e^{-i\Phi_s^-} n_s^- . \tag{21}$$

Если на оператор Φ_s^+ наложить условие

$$\Phi_s^+ x_\nu - x_\nu \Phi_s^+ = -r_{\nu s} \quad (\nu = 1, 2, 3, 4), \tag{22}$$

следовательно,

$$x_\nu \Phi_s^- - \Phi_s^- x_\nu = -r_{\nu s},$$

т.е.

$$\Phi_s^\pm x_\nu - x_\nu \Phi_s^\pm = \mp r_{\nu s}, \tag{23}$$

где $r_{\nu s}$ – четырехмерный вектор, по-прежнему определяемый соотношением (15), то легко видеть, что

$$e^{\pm i\Phi_s^\pm}\varphi(x_\nu)=\varphi(x_\nu - ir_{\nu s})e^{\pm i\Phi_s^\pm}. \qquad (24)$$

А поскольку оператор $n_s^\pm$, по определению, коммутирует с компонентами пространственно-временнóго вектора точки, то условия (23) эквиваленты условиям (2).

Теперь разложение (1) мы можем переписать в виде

$$A=\sum_s \left\{n_s^+ e^{+i\Phi_s^+} e^{i\{c|\mathbf{k}_s|t-\mathbf{k}_s\mathbf{r}\}} + e^{-i\Phi_s^-} n_s^- e^{-i\{c|\mathbf{k}_s|t-\mathbf{k}_s\mathbf{r}\}}\right\}. \qquad (25)$$

Как следствие условий (23), имеем

$$\Delta\Phi_s \Delta x_\nu \cong r_{\nu s}. \qquad (26)$$

Если

$$\Delta x_\nu \cong \frac{r_{\nu s}}{2\pi},$$

то

$$\Delta\Phi_s \cong 2\pi. \qquad (27)$$

Последнее соотношение допускает такое толкование [4][3]: измерение разностей фаз в некоторой относительно малой пространственно-временнóй области теряет всякий физический смысл – разность фаз становится величиной, полностью неопределенной.

В результате последних замечаний мы видим, что образ плоской волны заменяется в данной теории некоторым более сложным образом.

Жесткое излучение постепенно, с увеличением энергии кванта, теряет свои волновые свойства [в пределах соотношения (26)].

Интерференционный метод измерения, например малых длин с помощью очень жесткого излучения, вследствие соотношения (27) оказывается несостоятельным.

При данном истолковании соотношения (23) становится, может быть, несколько более наглядным отсутствие в развиваемой теории обычных трудностей с короткими "волнами" (подробнее см. § 12, 13).

§ 6. ОПЕРАТОР $D(kx)$

Для удобства дальнейших вычислений целесообразно ввести некоторый новый оператор D, связывающий операторы $A_s^\pm$ с соответствующими операторами $\xi_s^\pm$ обычной теории квантованного поля [1]:

$$A_s^\pm = D_s(k_s x)\xi_s^\pm. \qquad (28)$$

[3] В заметке [4] оператор поля не-эрмитов (ср. § 7, 9).

Оператор A_s^- можно записать в следующей форме:

$$A_s^- = e^{-i\Phi_s^-} n_s^- = e^{\frac{i(\Phi_s^+ - \Phi_s^-)}{2}} e^{\frac{-i(\Phi_s^+ + \Phi_s^-)}{2}} n_s^- . \qquad (29)$$

Введем обозначения

$$D_s = e^{\frac{i(\Phi_s^+ - \Phi_s^-)}{2}} \qquad (30)$$

и

$$\xi_s^- = e^{-i\gamma_s} n_s^- ; \quad \gamma_s = \frac{\Phi_s^+ + \Phi_s^-}{2}, \qquad (31)$$

где D_s и γ_s – самосопряженные операторы

$$(D_s)^+ = D_s ; \quad (\gamma_s)^+ = \gamma_s .$$

На основании (24) получаем

$$D_s \varphi(x_\nu) = \varphi(x_\nu - i r_{\nu s}) D_s , \qquad (32)$$

$$\gamma_s x_\nu - x_\nu \gamma_s = 0,$$

$$\xi_s^\pm x_\nu - x_\nu \xi_s^\pm = 0. \qquad (33)$$

Таким образом, в записи (28) все отличие развиваемой здесь теории от обычной представлено оператором D_s.

В дальнейшем мы покажем, что операторы $\xi_s^\pm$ действительно тождественны с соответствующими операторами электродинамики Гейзенберга–Паули.

Из предыдущего также следует:

$$D_s \xi_s^\pm - \xi_s^\pm D_s = 0. \qquad (34)$$

Явный вид операторов D_s зависит от тех или иных допущений относительно вектора $r_{\nu s}$.

Если принять, например, условие (15), то оператор D_s можно записать в следующем явном виде:

$$D_s(k_s, x) = e^{-ib \sum_{\mu=1}^{4} k_{s\mu} \frac{\partial}{\partial x_\mu}} , \qquad (35)$$

где $k_{s\mu}$ – четырехмерный волновой вектор фотона сорта s.

Этот оператор удовлетворяет всем требованиям, которым должен удовлетворять оператор D_s.

Оператор в форме (35) был использован Шерцером в качестве релятивистски-инвариантного "обрывающего" фактора.

§ 7. КОМПЛЕКСНО-СОПРЯЖЕННЫЕ ОПЕРАТОРЫ $A^{\pm}_{\mu s}$ и $\overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s}$

Легко убедиться в том, что оператор (1), представляющий в данной теории вектор-потенциал, является самосопряженным, т.е. эрмитовым оператором.

Действительно, образуем из выражения (1) адъюнгированное выражение

$$(A_\mu)^+ = \sum_s \left\{e^{-i\{c|k_s|t-\mathbf{k}_s\mathbf{r}\}} A^-_{\mu s} + e^{+i\{c|k_s|t-\mathbf{k}_s\mathbf{r}\}} A^+_{\mu s}\right\}. \tag{36}$$

Используя предположение (15), мы получаем[4]

$$(A_\mu)^+ = \sum_s \left\{A^-_{\mu s} e^{-i\{c|k_s|t-\mathbf{k}_s\mathbf{r}\}} + A^+_{\mu s} e^{+i\{c|k_s|t-\mathbf{k}_s\mathbf{r}\}}\right\}, \tag{37}$$

т.е.

$$(A_\mu)^+ = A_\mu. \tag{38}$$

Но в отличие от обычной теории

$$(A_\mu)^* \neq A_\mu, \tag{39}$$

где индекс * означает комплексную сопряженность.

Последнее обстоятельство – простое следствие условия (2).

Действительно, образуем из выражения (3) комплексно-сопряженное выражение

$$(A^{\pm}_{\mu s} x_\nu - x_\nu A^{\pm}_{\mu s})^* = (-ir_{\nu s} A^+_{\mu s})^* \quad (\nu, \mu = 1, 2, 3, 4),$$

откуда

$$\overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s}\, x_\nu - x_\nu\, \overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s} = +ir_{\nu s}\, \overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s}. \tag{40}$$

Соответственно меняется и свойство (5):

$$\overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s}\, \varphi(x_\nu) = \varphi(x_\nu + ir_{\nu s})\, \overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s}, \tag{41}$$

т.е. $A^{\pm}_{\mu s}$ и $\overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s}$ действительно различные операторы.

Напишем, например, уравнение Дирака:

$$\left\{\ldots \gamma_\mu \frac{e}{c} A_\mu \psi + \ldots\right\} = 0. \tag{42}$$

Здесь явно выписан лишь член, учитывающий взаимодействие электромагнитного поля с электроном.

---

[4] Выбор вектора $r_{\nu s}$ в виде (15) очень удобен, так как в этом случае мы имеем

$$A^{\pm}_{\mu s} e^{\pm i\{c|k_s|t-\mathbf{k}_s\mathbf{r}\}} - e^{\pm i\{c|k_s|t-\mathbf{k}_s\mathbf{r}\}} A^{\pm}_{\mu s} = 0;$$

здесь существенно, что волновой вектор k является четырехмерным нуль-вектором.

Переходя к комплексно-сопряженному уравнению, имеем[5]

$$\left\{\cdots \frac{e}{c}\overset{*}{A}_{\mu}\overset{*}{\psi}\gamma_{\mu} + \cdots\right\} = 0. \tag{43}$$

Если мы, например, перепишем выражение (12) для комплексно-сопряженных величин, то получим

$$\overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s}\overset{*}{\varphi} = e^{-\frac{b}{\hbar}(Er_{4s} - \mathbf{pr}_s)}\overset{*}{\varphi}\overset{*}{A}{}^{\pm}_{\mu s}. \tag{44}$$

Таким образом, как в выражении (12), так и в выражении (44) появляется один и тот же фактор $e^{-\frac{b}{\hbar}(Er_{4s} - \mathbf{pr}_s)}$.

Другими словами, рассматриваемое нами свойство оператора A_{μ} обеспечивает равноправность уравнений, написанных для ψ и $\overset{*}{\psi}$.

Мы приходим к выводу, что поле в данной теории описывается двумя операторами A_{μ} и $\overset{*}{A}_{\mu}$ в соответствии с тем, как состояние материальных частиц (поле волн материи) описывается двумя операторами ψ и $\overset{*}{\psi}$.

Как следует из дальнейшего, A_{μ} и $\overset{*}{A}_{\mu}$ играют, подобно ψ и $\overset{*}{\psi}$, некоторую вспомогательную роль при образовании квадратичных форм, имеющих физический смысл, и описывают одно и то же физическое состояние.

§ 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Пусть A и $\overset{*}{A}$ – операторы векторов-потенциалов электромагнитного поля. Для напряженностей поля E, H; $\overset{*}{E}$, $\overset{*}{H}$ имеем, по определению:

$$\begin{aligned} E &= -\frac{1}{c}\frac{\partial A}{\partial t} - \operatorname{grad}\varphi, \qquad H = \operatorname{rot} A, \\ \overset{*}{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \overset{*}{A}}{\partial t} - \operatorname{grad}\overset{*}{\varphi}, \qquad \overset{*}{H} = \operatorname{rot}\overset{*}{A}. \end{aligned} \tag{45}$$

Здесь мы пользуемся трехмерной записью: φ – скалярный потенциал.

---

[5] $(D_s\psi)^+ = \psi^+ D_s^+ = \overset{*}{\psi} D_s$,

но действие D_s "налево" все равно, что действие $\overset{*}{D}_s$ "направо":

$\overset{*}{\psi}(x_{\nu})D_s = \overset{*}{\psi}(x_{\nu} + ir_{\nu s})$, $\overset{*}{D}_s\overset{*}{\varphi}(x_{\nu}) = \overset{*}{\psi}(x + ir_{\nu s})$.

Уравнения

$$\operatorname{div} H = 0, \qquad \operatorname{div} \overset{*}{H} = 0,$$
$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\operatorname{rot} E, \qquad \frac{\partial \overset{*}{H}}{\partial t} = -\operatorname{rot} \overset{*}{E} \tag{46}$$

являются простым следствием определения (45).

Большой интерес представляют вторая группа уравнений Максвелла (§ 16), а также выражения для энергии и импульса поля.

§ 9. ЭНЕРГИЯ ПОЛЯ

Из величин E, H; $\overset{*}{E}$, $\overset{*}{H}$ можно построить следующие квадратичные формы:

$$\text{I. } w_1 = \frac{1}{2}\,\frac{E\overset{*}{E} + \overset{*}{E}E + H\overset{*}{H} + \overset{*}{H}H}{8\pi}, \tag{47}$$

$$\text{II. } w_2 = \frac{E^2 + H^2}{8\pi}, \qquad w_3 = \frac{\overset{*}{E}{}^2 + \overset{*}{H}{}^2}{8\pi}. \tag{48}$$

Все эти формы при $r_0 \to 0$ [см. соотношения (2) и (15)] становятся тождественными $\left(E = \overset{*}{E};\ H = \overset{*}{H}\right)$ и совпадают с обычной формой плотности энергии электромагнитного поля.

Правда, из величин ψ и $\overset{*}{\psi}$, характеризующих поле материи, образуются квадратичные формы только по способу (47).

Если мы в последнем случае поступили бы по второму способу, мы получили бы комплексное значение для физических величин.

Этот критерий в нашем случае ничего не дает, так как формы II и I представляют собой эрмитовые операторы:

$$(w_1)^+ = \frac{1}{2}\left\{\frac{E\overset{*}{E} + \overset{*}{E}E + H\overset{*}{H} + \overset{*}{H}H}{8\pi}\right\}^+ = w_1, \tag{49}$$

так как

$$E^+ = E;\quad H^+ = H;\quad \overset{*}{E}{}^+ = \overset{*}{E};\quad \overset{*}{H}{}^+ = \overset{*}{H},$$

также

$$(w_2)^+ = \frac{\left(E^2 + H^2\right)^+}{8\pi} = \frac{E^{2+} + H^{2+}}{8\pi} = \frac{E^2 + H^2}{8\pi}. \tag{50}$$

То же самое для w_3.

Выбор формы (48) ведет к более существенному изменению наших представлений об электромагнитном поле, чем выбор формы (47). Случай формы (48) требует особого обсуждения. В этом случае связь между энергией и частотой фотона сильно отличается от обычной.

Итак, выражение для энергии поля выберем в виде

$$w = \frac{1}{8\pi} \int \left\{ E\overset{*}{E} + \overset{*}{H} H \right\} dv. \tag{51}$$

Как будет видно ниже, под интегралом можно не писать все четыре члена формы (17): интегралы от них попарно равны друг другу.

§ 10. КВАНТОВАНИЕ ПО ГЕЙЗЕНБЕРГУ–ПАУЛИ

Квантовая электродинамика, развитая работами Гейзенберга–Паули, Дирака и др., представляет собой в известном смысле последовательный переход от классической теории поля к квантовой.

Поэтому желательно и в развиваемой здесь теории сохранить существенные черты этого перехода. Желательно последовательным образом получить обычное свойство операторов $\xi^{\pm}_{\mu s}$ и убедиться в том, что эти свойства не противоречат условию (2).

Напишем классическую функцию Лагранжа для электромагнитного поля в виде [10]

$$L = \frac{1}{8\pi}\left(E\overset{*}{E} - \overset{*}{H} H \right) - \frac{1}{8\pi}\left(\operatorname{div} A + \frac{1}{c}\dot{\varphi} \right)\left(\operatorname{div} A + \frac{1}{c}\dot{\varphi} \right)^{*}. \tag{52}$$

Знак * мы пишем, имея в виду в дальнейшем наложить условия (2).

В развернутом виде функция Лагранжа перепишется:

$$L = \frac{1}{8\pi}\left\{ \sum_{b=1}^{3}\left(\frac{1}{c}\dot{A}_b + \frac{\partial\varphi}{\partial x_b} \right)\left(\frac{1}{c}\dot{A}_b + \frac{\partial\varphi}{\partial x_b} \right) - \right.$$

$$- \sum_{(1,2,3)}\left(\frac{\partial A_1}{\partial x_2} - \frac{\partial A_2}{\partial x_1} \right)\left(\frac{\partial A_1}{\partial x_2} - \frac{\partial A_2}{\partial x_1} \right)^{*} -$$

$$\left. -\left(\frac{1}{c}\dot{\varphi} + \sum_{b=1}^{3}\frac{\partial A_b}{\partial x_b} \right)\left(\frac{1}{c}\dot{\varphi} + \sum_{b=1}^{3}\frac{\partial A_b}{\partial x_b} \right)^{*} \right\}. \tag{53}$$

Находя по известному правилу обобщенные импульсы, имеем

$$\pi_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{A}_i^*} = \frac{1}{4\pi c} E_i \quad (i = 1, 2, 3), \tag{54}$$

$$\pi_4 = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}^*} = -\frac{1}{4\pi c}\left(\operatorname{div} A + \frac{1}{c}\dot{\varphi}\right), \tag{55}$$

$$\pi_i^* = \frac{\partial L}{\partial \dot{A}_i} = \frac{1}{4\pi c} \overset{*}{E}_i, \tag{56}$$

$$\pi_4^* = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = -\frac{1}{4\pi c}\left(\operatorname{div} A + \frac{1}{c}\dot{\varphi}\right)^*. \tag{57}$$

В классическом случае выражения (54) и (56), (55) и (57) эквивалентны.

Следуя Гейзенбергу–Паули, наложим на скобки Пуассона обычные квантовые условия:

$$\left[\pi_\eta \overset{*}{A'_\mu}\right] = -i\hbar \delta_{\eta\mu}\, \delta(r - r', t - t'), \tag{58}$$

$$\left[\pi_\eta \overset{*}{\varphi}\right] = -i\hbar \delta\, (r - r', t - t'). \tag{59}$$

Одновременно наложим условие (2).

Будем писать в дальнейшем вместо ряда (1) интеграл

$$A_\mu(rt) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \int \left\{ A_\mu^+(k) e^{i\{c|k|t - \mathbf{kr}\}} + A_\mu^-(k) e^{-i\{c|k|t - \mathbf{kr}\}} \right\} dk, \tag{60}$$

$$\varphi(rt) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \int \left\{ \varphi^+(k) e^{i\{c|k|t - \mathbf{kr}\}} + \varphi^-(k) e^{-i\{c|k|t - \mathbf{kr}\}} \right\} dk. \tag{61}$$

Следовательно, условие (2) перепишется:

$$A_\mu^+(k) x_\nu - x_\nu A_\mu^+ = -i r_\nu(k) A_\mu^+(k). \tag{62}$$

Имеем в виду, что[6]

$$\overset{*}{A}_\mu(rt) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2} \int \left\{ \overset{*}{A}{}_\mu^+(k) e^{i\{c|k|t - \mathbf{kr}\}} + \overset{*}{A}{}_\mu^-(k) e^{-i\{c|k|t - \mathbf{k\bar{r}}\}} \right\} dk. \tag{63}$$

Используя определение (45), мы после простых вычислений получаем соотношение

$$A_\eta^+(k) \overset{*}{A}_\mu(k') - \overset{*}{A}{}_\mu^-(k') A_\eta^+(k) = -\frac{2\pi\hbar c}{|k|} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{\eta\mu}, \tag{64}$$

---

[6] Как следует из (44), $\overset{*}{A}$ получится из A заменой D на $\overset{*}{D}$.

$$\varphi^{+}(k)\overset{*}{\varphi}{}^{-}(k') - \overset{*}{\varphi}{}^{-}(k')\varphi^{+}(k) = \frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}'). \tag{65}$$

Но на основании (28):

$$A_{\mu}^{\pm}(k) = D(kx)\xi_{\mu}^{\pm}(k) \quad (\mu = 1, 2, 3), \tag{66}$$

$$\varphi^{\pm}(k) = D(kx)\xi_{0}^{\pm}(k), \tag{67}$$

$$\overset{*}{A}{}_{\mu}^{\pm}(k) = \overset{*}{D}(kx)\xi_{\mu}^{\pm}(k), \tag{68}$$

$$\overset{*}{\varphi}{}^{\pm}(k) = \overset{*}{D}(kx)\xi_{0}^{\pm}(k). \tag{69}$$

Используя последние соотношения, а также соотношение (35), перепишем выражения (61) и (65) в виде

$$\left\{\xi_{\eta}^{+}(k)\xi_{\mu}^{-}(k') - \xi_{\mu}^{-}(k')\xi_{\eta}^{+}(k)\right\}D(k)\overset{*}{D}(k') = -\frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\delta_{\eta\mu}, \tag{70}$$

$$\left\{\xi_{0}^{+}(k)\xi_{0}^{-}(k') - \xi_{0}^{-}(k')\xi_{0}(k)\right\}D(k)\overset{*}{D}(k') = \frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}'). \tag{71}$$

Но на основании (5), (30) и (41):

$$D(kx)\overset{*}{D}(k'x') = 1. \tag{72}$$

Следовательно, обычные соотношения

$$\xi_{\eta}^{+}(k)\xi_{\mu}^{-}(k') - \xi_{\mu}^{-}(k')\xi_{\eta}^{+}(k) = -\frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\delta_{\eta\mu} \tag{73}$$

и

$$\xi_{0}^{+}(k)\xi_{0}^{-}(k') - \xi_{0}^{-}(k')\xi_{0}^{+}(k) = \frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \tag{74}$$

совместимы с (70) и (71).

Другими словами, операторы $\xi^{\pm}$ действительно обладают всеми свойствами соответствующих операторов в электродинамике Гейзенберга–Паули.

Пользуясь (73), (74) и (66), мы можем легко убедиться в справедливости следующих соотношений:

$$A_{\eta}^{+}(k)A_{\mu}^{-}(k') - A_{\mu}^{-}(k')A_{\eta}^{+}(k) = -\frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\delta_{\eta\mu}\, D(xk)D(x'k'), \tag{75}$$

$$\varphi^{+}(k)\varphi^{-}(k') - \varphi^{-}(k')\varphi^{+}(k) = \frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')D(xk)(x'k'). \tag{76}$$

Используя (56) и (57) вместо (54) и (55), мы приходим к тем же соотношениям (73) и (74).

Результат данного параграфа указывает на внутреннюю непротиворечивость теории в том смысле, что условия (3) и (73), (74), (58) и (59) совместны.

§ 11. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Образовывая обычным способом функцию Гамильтона для поля

$$W=\int\left\{\sum\pi_i\dot{A}_i^*-L\right\}dv,$$

пользуясь (52), (54)–(57) и (64)–(69), находим:

$$W=\frac{1}{4\pi}\int\left\{\left(A^-(k)\overset{*}{A}{}^+(k)+A^+\overset{*}{A}{}^-\right)-\left(\varphi^-\overset{*}{\varphi}{}^++\varphi^+\overset{*}{\varphi}{}^-\right)\right\}|k|^2d\mathbf{k}. \tag{77}$$

Последнее выражение на основании (66)–(69) и (72) перепишется:

$$W=\frac{1}{4\pi}\int\left\{\left(\xi^-\xi^++\xi^+\xi^-\right)-\left(\xi_0^-\xi_0^++\xi_0^+\xi_0^-\right)\right\}|k|^2d\mathbf{k}. \tag{78}$$

Другими словами, выбор формы (47) приводит к обычному выражению для энергии поля. Форма (48) приводит к существенно иному результату.

Таким образом, уравнение движения электрона в электромагнитном поле запишется:

$$\begin{aligned}
&-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi+\sum_1^3\alpha_k cp_k\,\psi+i\beta mc\,\psi+\\
&+\frac{1}{4\pi}\int\left\{\left(A^-\overset{*}{A}{}^++A^+\overset{*}{A}{}^-\right)-\left(\varphi^-\overset{*}{\varphi}{}^++\varphi^+\overset{*}{\varphi}{}^-\right)\right\}|k|^2dk\psi-\\
&-e\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2}\int\alpha\left\{A^+e^{i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}+A^-e^{-i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}\right\}d\mathbf{k}\,\psi+\\
&+e\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2}\int\left\{\varphi^+e^{i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}+\varphi^-e^{-i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}\right\}d\mathbf{k}\,\psi=0,
\end{aligned} \tag{79}$$

т.е. обычная запись уравнения Дирака почти не меняется, но, конечно, условия (3), как мы убедимся ниже, существенно меняют результаты многих вычислений.

Дирак [6] показал, что взаимодействие между электрическими зарядами можно наглядно интерпретировать как обмен фотонами.

Эта наглядная интерпретация возможна потому, что в *волновом уравнении* поле

F, взаимодействующее с частицей, можно представить в виде

$$F=\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2}\int\left\{F^{+}_{(k)}e^{i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}+F^{+}_{(k)}e^{-i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}\right\}d\,\mathbf{k}, \tag{80}$$

несмотря на присутствие заряженных частиц. Это обстоятельство использовано при написании уравнения (79).

Правда, если взять выражение (80) вне всякой связи с волновым уравнением, если отвлечься от операторного характера этого выражения, то можно сомневаться в допустимости такого разложения, так как соответствующее разложение имеет место в классической теории только в случае отсутствия заряженных частиц.

Но, пользуясь теорией возмущений, можно, как известно, показать, что обычное волновое уравнение, содержащее оператор (80), правильно учитывает наличие заряженных частиц и в нерелятивистском приближении приводит к кулонову взаимодействию между ними[7].

Для того чтобы строго сравнить классический и квантовый законы движения для поля, необходимо перейти от шредингеровского к гейзенберговскому представлению операторов.

Действительно, если, пользуясь обычным волновым уравнением, найти закон движения для оператора поля $F(rt)$, т.е. вычислить скобку Пуассона:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}=\left[\frac{\partial F}{\partial t},\quad H_r+H_p\right] \tag{81}$$

(где H_r и H_p – функции Гамильтона для радиации и для частицы), то мы получим уравнение Даламбера

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}-\nabla^2 F=e\delta\left(r-r_p\right). \tag{82}$$

Таким образом, доказывается, что выбранный нами оператор поля допустим при написании волнового уравнения. Он приводит к правильному результату для наблюдаемых величин поля и в случае присутствия заряженных частиц (уравнение (82), см. также [1]).

Имея в виду последнее обстоятельство, мы с самого начала (1) написали оператор поля в виде трехмерного ряда Фурье.

При $r_0\to 0$ этот оператор тождественно совпадает с соответствующим оператором электродинамики Гейзенберга–Паули, для которой справедливы указанные выше соображения Дирака.

Последнее соображение является критерием целесообразности выбора данного оператора и в обсуждаемой нами теории.

---

[7] Строгое доказательство этого обстоятельства (т.е. доказательство, не связанное со вторым приближением теории возмущений) дано в статье Фока [9], где при помощи некоторого преобразования, выделяющего продольные колебания поля, получена функция Гамильтона, явно содержащая кулонов член.

На основании (28) мы можем переписать уравнение (79):

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi+\sum_{1}^{3}\alpha_k c p_k\,\psi+i\beta mc\,\psi+$$

$$+\frac{1}{4\pi}\int\left\{\left(\xi^{-}\xi^{+}+\xi^{+}\xi^{-}\right)-\left(\xi_0^{-}\xi_0^{+}+\xi_0^{+}\xi_0^{-}\right)\right\}|k|^2 dk\psi-$$

$$-e\int\boldsymbol{\alpha}\left\{\xi^{+}e^{+i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}D(kx)+\xi^{-}e^{-i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}D(kx)\right\}d\,\mathbf{k}\,\psi+$$

$$+e\int\left\{\xi_0^{+}e^{+i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}D(kx)+\xi_0^{-}e^{-i\{c|k|t-\mathbf{kr}\}}D(kx)\right\}d\,\mathbf{k}\,\psi, \qquad (82')$$

где ξ – операторы, тождественные с соответствующими операторами электродинамика Гейзенберга–Паули. Операторы $D(kx)$ играют здесь роль релятивистски-инвариантных "обрывающих" факторов.

В литературе известны неоднократные попытки формального изменения уравнения движения в смысле (82′) [13, 24, 25], но они не были связаны с каким-либо новым физическим мировоззрением (см. § 15–21).

Прежде чем обсуждать дальнейшие принципиальные вопросы, испытаем уравнение (82) на простых примерах. Другими словами, мы допустим, что уравнение (82) имеет решение, и будем исходить из того, что применима обычная теория возмущений и ψ-функция допускает обычную интерпретацию. Все эти вопросы обсуждаются в дальнейших параграфах.

§ 12. ЗАКОН КУЛОНА

Такие вопросы, как закон Кулона, поперечная и продольная собственная масса частиц, целесообразно рассмотреть в нерелятивистском приближении.

Исходим из уравнения (52) [10]

$$\left(w-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi=-\left\{e_1\varphi(r_1)+e_2\varphi(r_2)\right\}\psi, \qquad (83)$$

$$w=\frac{1}{2m}p_1^2+\frac{1}{2m}p_2^2,\quad p^2=\left(\frac{\hbar}{i}\right)^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right),$$

где e_1 и e_2 – электрические заряды первой и второй частиц, $\varphi(r_1)$ и $\varphi(r_2)$ – соответствующие скалярные потенциалы.

Для решения уравнения (83) применим метод теории возмущений:

$$\psi=\psi_0+\psi'+\psi''+\ldots,$$

тогда

$$\left(w - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi_0 = 0,$$

$$\left(w - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi' = -\left\{e_1\,\varphi(r_1) + e_2\,\varphi(r_2)\right\}\psi_0, \tag{84}$$

$$\left(w - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi'' = -\left\{e_1\,\varphi(r_1) + e_2\,\varphi(r_2)\right\}\psi',$$

где

$$\psi_0 = \left(\frac{1}{2\pi\hbar}\right)^3 e^{-i/\hbar\left\{w^0 t - \mathbf{p}_1^0\mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_2^0\mathbf{r}_2\right\}}\delta I_0, \tag{85}$$

δI_0 – волновая функция поля [6].

Операторы $\varphi(r_1)$ и $\varphi(r_2)$ будем писать в дальнейшем в виде (61). Будем также считать, что операторы $\varphi^{\pm}(k)$ обладают свойствами (76) и (3).

Если пренебречь импульсом заряженных частиц, то второе уравнение схемы (84) удовлетворяется решением в следующем виде:

$$\psi' = -\left\{e_1\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2}\int\left[\frac{\varphi^+(k)e^{i\{c|k|t - \mathbf{kr}_1\}}}{\hbar c|k|} + \frac{\varphi^-(k)e^{-i\{c|k|t - \mathbf{kr}_1\}}}{-\hbar c|k|}\right]d\mathbf{k}\,\psi_0 + \right.$$

$$\left. + e_2\left(\frac{1}{2\pi}\right)^{3/2}\int\left[\frac{\varphi^+(k')e^{i\{c|k'|t - \mathbf{k'r}_2\}}}{\hbar c|k'|} + \frac{\varphi^-(k')e^{-i\{c|k'|t - \mathbf{k'r}_2\}}}{-\hbar c|k'|}\right]d\mathbf{k}\,\psi_0\right\}. \tag{86}$$

Следовательно, третье уравнение (84) можно переписать:

$$\left(w - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi'' \cong \frac{e_1^2}{\hbar c}\left(\frac{1}{2\pi}\right)^3\iint\varphi^+(k')e^{i\{c|k'|t - \mathbf{k'r}_1\}}\,\frac{\varphi^-(k)e^{-i\{c|k|t - \mathbf{kr}_1\}}}{-|k|}d\mathbf{k}'d\mathbf{k}\,\psi_0 +$$

$$+\frac{e_1 e_2}{\hbar c}\left(\frac{1}{2\pi}\right)^3\iint\varphi^+(k')e^{i\{c|k'|t - \mathbf{k'r}_2\}}\,\frac{\varphi^-(k)e^{-i\{c|k|t - \mathbf{kr}_1\}}}{-|k|}d\mathbf{k}d\mathbf{k}'\psi_0. \tag{87}$$

Как известно,

$$\xi_0^+(k)\xi_0^-(k) \text{ пропорционально } n_{k+1},$$

$$\xi_0^-(k)\xi_0^+(k) \text{ пропорционально } n_k, \tag{88}$$

где n_k – число фотонов сорта k.

Если в начальном состоянии мы имеем невозмущенное поле $(n_k = 0)$, то

$$\xi_0^-(k)\xi_0^+(k) \cong 0, \tag{89}$$

и на основании (74)

$$\xi_0^+(k)\xi_0^-(k) = \frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \tag{90}$$

или на основании (76)

$$\varphi^+(k)\varphi^-(k') = \frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')D(xk)D(x'k'). \tag{91}$$

Если перейти к случаю $r_0 = 0$, т.е. $D(kx) = D(k'x') = 1$, то соотношение (87) после интегрирования по $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ запишется в виде [10]

$$\left(w - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi'' \cong \left(K - \frac{e_1 e_2}{|r_1 - r_2|}\right)\psi, \tag{92}$$

где константа K (собственная энергия частиц) имеет бесконечно большое значение.

Совершенно другой результат мы получим в обсуждаемой нами теории.

Продольная собственная энергия электрона. Первый член, стоящий в правой части уравнения (87), представляет собой не что иное как собственную энергию первого электрона.

Учитывая, что операторы $\varphi^{\pm}(k)$ и $e^{\pm i\{c|k|t - \mathbf{k}'\mathbf{r}\}}$ коммутируют и принимая во внимание (91), мы можем интересующий нас член переписать в виде

$$E_{\text{long}}\psi_0 = \frac{e_1^2}{\hbar c}\left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int \frac{\varphi^+(k')\varphi^-(k)}{-|k|} e^{i\{c(|k'|-|k|)t - (\mathbf{k}'-\mathbf{k})\mathbf{r}\}} d\mathbf{k}\, d\mathbf{k}'\psi_0 =$$

$$= -\frac{e_1^2}{\hbar c}\left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int \frac{2\pi\hbar c}{|k|^2} D^2(kx_1)\psi_0\, dk, \tag{93}$$

но так как

$$D^2(kx_1)\psi^0 = e^{-\frac{2b}{\hbar}\left\{w_1^0\frac{|k|}{c} - \mathbf{p}_1^0\mathbf{k}\right\}}\psi_0, \tag{94}$$

то (93) запишется:

$$E_{\text{long}}\psi_0 = -e^2\frac{1}{\pi}\int e^{-\frac{2b}{\hbar}\left(w_1^0\frac{|k|}{c} - \mathbf{p}_1^0\mathbf{k}\right)} d|k|\psi_0. \tag{95}$$

Предполагая, что электрон покоится:

$$p_1 = 0; \quad w_1 = m_0 c^2,$$

получаем

$$E_{\text{long}}\,\psi_0 = -\frac{e^2}{\pi}\int\limits_0^\infty e^{-2b\frac{mc}{\hbar}k}\,dk\psi_0$$

или на основании (16):

$$E_{\text{long}} = \frac{1}{2\pi}\frac{e^2}{r_0^2}\frac{\hbar}{mc}. \tag{96}$$

Если определять константу r_0 из соотношения

$$E_{\text{long}} = m_0c^2, \tag{97}$$

то она выразится через другие константы следующим образом:

$$r_0 \cong \frac{e}{mc}\sqrt{\frac{\hbar}{2\pi c}}. \tag{98}$$

Закон Кулона. Второй член в правой части соотношения (87) учитывает кулоновское взаимодействие зарядов.

Идя тем же путем, что и в предыдущем случае, мы получаем для второго члена выражение

$$w_{12}\psi_0 = -e_1e_2\left(\frac{1}{2\pi}\right)^2\int e^{-\frac{b}{\hbar}\left\{\left(w_1^0+w_2^0\right)\frac{|k|}{c}-\left(\mathbf{p}_1^0+\mathbf{p}_2^0\right)\mathbf{k}\right\}}\frac{e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)}}{|k|^2}d\,\mathbf{k}\,\psi_0. \tag{99}$$

Рассматривая случай покоящихся зарядов, получаем

$$w_{12} = -\frac{e_1e_2}{(2\pi)^2}\int e^{-2b\frac{mc}{\hbar}|k|}\frac{e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)}}{|k|^2}d\,\mathbf{k} = -\frac{e_1e_2}{\pi}\frac{1}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}\operatorname{arctg}\frac{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|}{2b\frac{mc}{\hbar}}. \tag{100}$$

Среди других членов правой части выражения (87) (они не выписаны) имеется еще один член, тождественный с членом (100).

Поэтому кулонова потенциальная функция запишется[8]:

$$w_{12} = \frac{2}{\pi}\frac{e_1e_2}{r_{12}}\operatorname{arctg}\frac{r_{12}}{2b\frac{mc}{\hbar}}. \tag{101}$$

При $r_{12}\to 0$ выражение (101) стремится к конечному пределу:

$$w_{12}\xrightarrow[r_{12}\to 0]{}\frac{e_1e_2}{2b\frac{mc}{\hbar}\pi}.$$

[8] См. выражение (119). Там выражение вида (101) получено из рассмотрения поля *одной* частицы как решение уравнения Пуассона.

Необходимо заметить, что в общем случае электростатическое взаимодействие зависит от энергии и импульсов заряженных частиц.

§ 13. ПОПЕРЕЧНАЯ СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ

Определим для покоящегося электрона среднее значение от выражения

$$w = \frac{1}{2m}\frac{e^2}{c^2}\left[A(r)\right]^2, \tag{102}$$

где $A(r)$ – вектор-потенциал.

В классической теории этот член для покоящегося электрона исчезает, в квантовой теории он расходится.

Предполагая, как и в случае с продольной собственной энергией, что поле не возбуждено:

$$n_k = 0, \quad A^+(k')A^-(k) = 0,$$

$$A^-(k)A^+(k) = \frac{2\pi\hbar c}{|k|}\delta(k-k')D(xk)D(xk'), \tag{103}$$

получаем

$$\overline{w} = E_{\text{trans}} = \frac{1}{2m}\frac{e^2}{c^2}\left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \iint \psi^* A^-(k)A^+(k')e^{-i\{c(|k|-|k'|)t-(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\mathbf{r}\}}\psi d\,\mathbf{k}\,d\,\mathbf{k}' =$$

$$= \frac{e^2}{2m}\frac{1}{\pi}\frac{\hbar c}{c^2}\int_0^\infty e^{-2b\frac{mc}{\hbar}k}kdk \tag{104}$$

или

$$E_{\text{trans}} = \frac{e^2}{2m}\frac{1}{\pi}\frac{\hbar}{c}\frac{\hbar^2}{4b^2m^2c^2} = \frac{e^2}{8\pi}\frac{1}{r_0^4}\left(\frac{\hbar}{mc}\right)^3. \tag{105}$$

При $b = 0$ выражение (104) совпадает с выражением, которое Гайтлер назвал "поперечной собственной" энергией.

Дело в том, что в уравнение Дирака вектор-потенциал входит только линейно, энергия, соответствующая квадрату вектора-потенциала, появляется лишь во втором приближении теории возмущений, что и имеет место в вычислениях Гайтлера [12][9].

Предполагая, что вся масса электрона "поперечного" происхождения, мы можем определить константу r_0:

$$r_0 = \frac{\hbar}{mc}\sqrt[4]{\frac{e^2}{8\pi\hbar c}} \cong \frac{e}{mc}\sqrt{\frac{\hbar}{c}} \cong 10\frac{e^2}{mc^2}. \tag{106}$$

---

[9] Ср. вычисления Ватагина [25] и Шерцера [24].

Сравнивая выражения (106) и (98), мы приходим к заключению, что собственная масса электрона в основном "поперечного" происхождения.

Как мы видим, последнее обстоятельство выступает яснее при рассмотрении нерелятивистского уравнения (16).

Надо заметить, что константа r_0 может показаться с некоторых точек зрения (§ 18) слишком большой. Но такое увеличение "размеров" квантового электрона по сравнению с классическим неизбежно, поскольку принимается во внимание поперечная собственная энергия.

Правда, из гамильтоновой функции уравнения Шредингера можно хотя бы формальным образом удалить выражение, связанное с поперечной собственной энергией [23] (это выражение входит в функцию Гамильтона отдельным членом (A^2) и связано с нулевыми колебаниями осцилляторов электромагнитного поля [3]).

Но оператор энергии в уравнении Дирака нельзя изменить столь простым способом.

По-видимому, этот вопрос (т.е. величина константы r_0, роль поперечной собственной энергии) может быть решен экспериментально при помощи наблюдения комптон-эффекта от жесткого излучения.

§ 14. ТРЕБОВАНИЕ КОНЕЧНОСТИ РЕШЕНИЯ

Необходимо обратить внимание на следующее обстоятельство: оператор $A^{\pm}_{\mu s}$, определенный условием (3), имеет смысл лишь в комплексной полуплоскости.

Действительно, оператор $A^{\pm}_{\mu s}$, действуя на функцию

$$\varphi = e^{-i/\hbar\,\{Et - \mathbf{pr}\}}, \tag{107}$$

дает "обрывающий" фактор:

$$e^{-\frac{b}{\hbar}\left\{E\frac{k_s}{c} - \mathbf{pk}_s\right\}}.$$

Но тот же оператор, действуя на функцию

$$\varphi^* = e^{+i/\hbar\,\{Et - \mathbf{pr}\}}, \tag{108}$$

дает фактор

$$e^{+\left\{\frac{Ek_s}{c} - \mathbf{pk}_s\right\}}. \tag{109}$$

Для волнового уравнения без поля решения (107) и (108) равноправны. Возникает вопрос: как поступать при решении задач методом возмущений, какие функции, (107) или (108), необходимо брать в качестве невозмущенных функций.

Дело в том, что волновое уравнение, описывающее электрон "без собственного поля", представляет собой далеко идущую и, в сущности, внутренне противоречивую идеализацию.

Поэтому с самого начала необходимо исходить из волнового уравнения, учитывающего собственное поле, для которого искать (как и для всякого дифференциального уравнения) только конечные решения.

Решение в виде (108) не удовлетворяет требованию конечности, оно не является приближенным решением уравнения (79), учитывающего поле, так как при подстановке (108) появляются факторы (109), которые неограниченно возрастают при возрастании k_s[10].

Но в то же время необходимо иметь в виду, что функция (108) имеет смысл как приближенное решение комплексно-сопряженного уравнения (43). Последнее обстоятельство дает возможность по-прежнему составлять выражения $\psi^* L\psi$ и придавать им физический смысл наблюдаемых величин.

§ 15. УРОВНИ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

Электромагнитная теория собственной массы частиц неизбежно дает для массы положительное значение[11]. Поэтому любая последовательная попытка построить теорию излучения либо должна быть каким-то образом связана с отказом от отрицательных собственных масс, либо предполагать массу электрона и позитрона неэлектромагнитного происхождения. По последнему пути пошел Дирак.

В связи с этим обсуждаемая нами теория может иметь смысл лишь в том случае, если она даст возможность освободиться от отрицательных собственных масс.

Особый интерес рассматриваемой нами теории заключается в том, что такую возможность в данной теории можно обсуждать.

Действительно, если электродинамика Гейзенберга–Паули совершенно симметрична в отношении знака энергии, то в данной теории имеется резкая асимметрия.

Применяя к функциям

$$\varphi = e^{\frac{-imc^2 t}{\hbar}} \quad \text{и} \quad \psi = e^{\frac{+imc^2 t}{\hbar}}$$

соображения предыдущего параграфа (где первая функция описывает состояние покоящегося электрона с положительной энергией; вторая функция описывает невозмущенный полем покоящийся электрон в состоянии с отрицательной энергией), мы приходим к выводу, что отрицательные состояния запрещены требованием конечности решения.

Но такое простое решение обсуждаемой трудности не может считаться удовлетворительным, пока не дана соответствующая теория позитрона, рождения пар, комптон-эффекта, не рассмотрен вопрос о полной системе функций и т.д.

---

[10] Оператор поля содержит весь спектр волновых чисел k_s.

[11] Во всяком случае, массу одного знака. Это обстоятельство особо выпукло подчеркнул Дирак [7].

Поэтому программа, излагаемая в данной статье, имеет смысл лишь в том случае, если окажется возможным построить, например, такую теорию, в которой электрон и позитрон трактовались бы совершенно симметрично, как частицы с положительной энергией.

В этом направлении известны попытки в духе идей Вайскопфа–Паули, но для частиц, подчиняющихся статистике Ферми, они не приводят к желаемому результату. Здесь, очевидно, необходимы круг совершенно новых идей и дальнейшее изменение математического аппарата теории [т.е. уравнения (79)].

Как будет показано в дальнейшем (§ 20, 21), математический аппарат, о котором шла речь выше, действительно не адекватен физическим идеям, сформулированным в связи с соотношением (3). Эти физические идеи требуют существенного изменения основных понятий современной квантовой теории. Поэтому обсуждать трудность с отрицательными энергиями до тех пор, пока не сформулированы эти более основные положения теории, было бы несколько преждевременно. Но тем не менее хотелось бы иметь в виду следующее обстоятельство.

Если рассматривать положительно и отрицательно заряженные частицы (позитрон и электрон) в рамках классической релятивистской теории, то естественно как для первой, так и для второй частицы писать выражение энергии в виде

$$E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2},$$

считая по-прежнему, что состояние с отрицательной энергией физически не реализуется как для позитрона, так и для электрона. Возникает мысль построить и в квантовой области в этом смысле симметричную теорию электрона и позитрона, а лишние отрицательные уровни запретить, как было указано выше, требованием конечности решения, т.е. имея в виду новые идеи поля, о которых шла речь на предыдущих страницах.

Другими словами, возникает мысль увеличить в 2 раза число функций в уравнении Дирака и интерпретировать эти состояния соответствующим образом. Такие уравнения с соответствующей интерпретацией 8-компонентной ψ-функции уже известны в литературе [11, 14, 21, 26, 27].

Рассмотрим, например, уравнение

$$\sum \Gamma_\nu \frac{\partial\psi}{\partial x_\nu} + \Gamma_s\, imc\, \psi = 0,$$

где Γ_ν – 8-рядные матрицы, которые построены из 4-рядных α-матриц Дирака по правилам:

$$\Gamma_\nu = \begin{pmatrix} \alpha_\nu & 0 \\ 0 & \alpha_\nu \end{pmatrix};\ \Gamma_s = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ \beta & 0 \end{pmatrix};\ \alpha_k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix};\ \alpha_0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix};\ \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}.$$

Легко видеть, что, кроме обычного выражения для плотности числа частиц:

$$\rho = \psi^*\psi;\quad \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi^*\psi\right) + \sum_k \frac{\partial}{\partial x_k}\psi^*\Gamma_k\psi = 0,$$

мы можем получить некоторое другое выражение.

Действительно, все матрицы Γ_ν и Γ_s коммутируют с некоторым оператором:

$$P = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}.$$

Помножая уравнение на оператор P справа, сопряженное уравнение слева и складывая, мы получаем уравнение непрерывности в виде

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi^* P\psi\right) + \sum \frac{\partial}{\partial x_k}\psi^* P\Gamma_k\psi = 0,$$

откуда

$$\rho' = \psi^* P\psi.$$

Обозначая первые четыре функции через φ и вторые через χ

$$\psi = \left|\begin{matrix}\varphi \\ \chi\end{matrix}\right.,$$

имеем

$$\rho' = \varphi^*\chi + \chi^*\varphi,$$

т.е. при $\chi = \varphi$

$$\rho' > 0,$$

при $\chi = -\varphi$

$$\rho' < 0.$$

Таким образом, плотность ρ' не является положительно-дефинитной величиной и может быть интерпретирована как плотность заряда[12].

Конечно, поскольку не проведено квантование ψ-функции, не разобран целый ряд вопросов, имеющих непосредственное отношение к уровням отрицательной энергии, никак нельзя сказать, что в предлагаемом нами направлении, наверное, можно добиться успеха. К этим вопросам мы надеемся вернуться особо.

Необходимо подчеркнуть, что предыдущие замечания далеко выходят за рамки обсуждаемой здесь теории: здесь мы впервые получаем возможность сформулировать принципиально иную программу решения вопроса об отрицательных уровнях и именно на основе новых идей поля, а не на основании принципа Паули.

§ 16. УРАВНЕНИЯ ПОЛЯ

Если мы в обсуждаемой нами теории определим производную по времени от некоторого оператора F, как обычно, в виде

$$\frac{\partial F}{\partial t} = [FH], \tag{110}$$

[12] Оператор P – оператор "знака заряда".

то по аналогии с (81) и (82) мы можем получить некоторое уравнение поля, вообще говоря, отличное от обычных.

Действительно, мы можем вычислить скобку Пуассона для оператора $\partial\varphi/\partial t$, т.е.

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t},\ H_F+H_e\right],$$

где H_F – по-прежнему функция Гамильтона для поля в пустоте, H_e – функция Гамильтона для частицы.

Как обычно, мы имеем [1]

$$\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t},\ H_F\right]=c^2\nabla^2\varphi$$

и

$$\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t},\ H_e\right]=e\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t},\ \varphi_e\right],$$

т.е.

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-c^2\nabla^2\varphi=e\left[\frac{\partial\varphi}{\partial t},\ \varphi_e\right], \tag{111}$$

где φ_e – скалярное поле в точке, где находится частица e: $\varphi_e=\varphi(r_et_e)$; $\varphi=\varphi(rt)$ – поле в любой точке r в любой момент t.

На основании (76) имеем

$$\left[\varphi(rt),\varphi(r_et_e)\right]=-c\frac{1}{2\pi^2}\int\frac{\sin\left\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e)-c|k|(t-t_e)\right\}}{|k|}D(rtk)\,D(r_et_ek)\,d\mathbf{k}. \tag{112}$$

Это выражение отличается от обычного [1] операторами D. Физическое содержание выражения (112) и значение его для пространственно-временнóго описания событий мы обсудим ниже, а пока мы можем формально написать следующее соотношение:

$$\left[\frac{\partial\varphi^{(rt)}}{\partial t},\varphi(r_et_e)\right]=\frac{c^2}{2\pi^2}\int\cos\left\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e)-c|k|(t-t_e)\right\}DD_e\,d\mathbf{k}. \tag{113}$$

На основании (113) и (111) имеем

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\nabla^2\varphi=e\frac{1}{2\pi^2}\int\cos\left\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e)-c|k|(t-t_e)\right\}DD_e\,d\mathbf{k}. \tag{114}$$

Соответственно для вектора-потенциала получаем

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{A} = -\frac{e}{2\pi^2}\alpha\int \cos\left\{\mathbf{k}\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e\right) - c|k|\left(t-t_e\right)\right\} DD_e\, d\mathbf{k}. \tag{115}$$

В электродинамике Гейзенберга–Паули обсуждаемые уравнения имеют вид

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \nabla^2 \varphi = 4\pi e\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e\right) = \frac{e}{2\pi^2}\int \cos\left\{k\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e\right) - c|k|\left(t-t_e\right)\right\} d\mathbf{k} \tag{116}$$

при $t = t_e$ и

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathrm{A}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{A} = -4\pi e\alpha\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e\right) =$$

$$= -\frac{e}{2\pi^2}\alpha\int \cos\left\{\mathbf{k}\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e\right) - c|k|\left(t-t_e\right)\right\} DD_e\, d\mathbf{k} \tag{117}$$

при $t = t_e$.

Присутствие операторов D в (114), (115) как бы "размазывает" δ-функцию обычного уравнения (116), написанного для точечного электрона.

Последнее обстоятельство выглядит яснее, если рассмотреть простой пример покоящегося электрона.

В этом случае $\partial^2\varphi/\partial t^2 = 0$; волновая функция электрона приближенно запишется как $\psi = e^{-\frac{imc^2 t_e}{\hbar}}$.

Оператор D_e можно заменить его собственным значением: так как

$$D_e\psi = e^{-\frac{bmck}{\hbar}}\psi,$$

то оператор DD_e мы можем заменить[13] выражением

$$DD_e \cong e^{-\frac{2bmck}{\hbar}}.$$

Принимая во внимание последние замечания, мы перепишем уравнение (114) в виде

$$\nabla^2\varphi = -\frac{e}{2\pi^2}\int \cos\left\{\mathbf{k}\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e\right)\right\} e^{-\frac{2mcbk}{\hbar}} d\mathbf{k}.$$

После интегрирования получаем

$$\nabla^2\varphi = -4\pi\frac{e}{\pi^2}\frac{\gamma}{\left(\gamma^2 + r^2\right)^2} = -4\pi\rho, \tag{118}$$

где $\gamma = 2bmc/\hbar$; $r = \left|\mathbf{r}-\mathbf{r}_e\right|$.

---

[13] Мы полагаем, как обычно $t = t_e$, волновая функция электрона от координат не зависит, поэтому $D\psi = D_e\psi$.

Выражение

$$\rho = \frac{e}{\pi^2} \frac{\gamma}{\left(\gamma^2 + r^2\right)^2} \tag{119}$$

можно рассматривать как плотность заряда.

Легко убедиться, что

$$\int \rho dv = \frac{e}{\pi^2} \int \frac{\gamma}{\left(\gamma^2 + r^2\right)^2} 4\pi r^2 dr = e.$$

В более общем случае "плотность заряда" ρ зависит от импульса и энергии электрона.

Решая уравнение (118), легко получить для φ выражение

$$\varphi = \frac{2}{\pi} \frac{e}{r} \operatorname{arctg} \frac{r}{\gamma},$$

что полностью совпадает с результатом (101), полученным при помощи теории возмущений.

§ 17. ЭЛЕКТРОН

Электрон, описываемый данной теорией, имеет очень мало сходства с классическим протяженным зарядом. В терминах классической физики функцию ρ (118) естественнее рассматривать как функцию распределения для классического "точечного" электрона[14].

Но только этот "точечный" электрон не может быть "строго локализован" средствами электромагнитного поля[15].

В силу релятивистской инвариантности условия (3) электрон не может быть "точно локализован" не только в пространстве, но и во времени.

Действительно, полагая в правой части уравнения (114) $r = r_e$ и выбирая начало отсчета для времени $t_e = 0$, получим правую часть уравнения в виде

$$4\pi\rho' = \frac{e}{2\pi^2} \int \cos c|k| t D D_e \, d\mathbf{k}. \tag{120}$$

Повторяя рассуждения, которые привели нас к функции плотности ρ (118), мы получим некоторую "плотность заряда", но уже "распределенного по времени", а не по пространству.

Интегрируя выражение (120), имеем

$$\rho' = \frac{e}{\pi^2} \gamma \frac{\gamma^2 - 3t^2c^2}{(\gamma^2 + t^2c^2)^3}. \tag{121}$$

---

[14] При $\hbar \to 0$ теория переходит в классическую теорию точечного электрона.

[15] При помощи жестких γ-лучей на основании (2) или (26) можно определить положение электрона в среднем лишь с точностью до $r_{\nu s}$.

Во избежание недоразумений следует помнить, что t в выражения (121) это

$$t = t_{п} - t_e,$$

где t_e – время частицы, а $t_п$ – время поля.

В обычной теории имеет смысл говорить о взаимодействии поля с частицей лишь в том случае, если $t_п = t_e$.

В этом смысле электрон обычной теории *точечный во времени.*

В обсуждаемой нами теории даже в случае $t_п \neq t_e$ можно говорить о взаимодействии поля с электроном.

Электрон "размазан" не только по пространству, но и по времени. Для взаимодействия протяженного электрона с полем имеют значение не только величины поля в точке r_e (пространственный "центр" электрона), но и значения этих величин в соседних точках, не только в момент t_e ("временной центр" электрона), но и в соседние моменты времени.

Если константу γ в выражении (118) можно условно назвать величиной, характеризующей "пространственные" размеры электрона, то величину γ/c из выражения (121) можно с таким же успехом назвать "временно́й протяженностью" электрона.

Этот термин (и функцию ρ' вообще) можно понимать и в том смысле, что нельзя точно указать момент взаимодействия поля с электроном (2)[16].

Поэтому величины r_e и t_e в уравнениях (114) и (79) нельзя считать координатами электрона; r_e и t_e – это лишь точки в распределении (118) и (121), где функции ρ и ρ' имеют максимальное значение.

Если тем не менее мы будем считать r_e и t_e координатами электрона, мы придем в противоречие с математическим аппаратом теории.

Действительно, в электродинамике Гейзенберга– Паули, например, электрон и любое пробное тело могут быть точно локализованы в пространстве и во времени. Поэтому поле в двух различных r и r_e точках пространства может быть одновременно точно измерено:

$$[\varphi(rt)\varphi(r_e t_e)]\psi = -\frac{c}{2\pi^2}\int \frac{\sin\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e) - c\,|k|\,(t-t_e)\}\psi d\mathbf{k}}{|k|} = 0 \tag{122}$$

при $t = t_e$.

Физически это обстоятельство связано с конечной скоростью распространения электромагнитного возмущения: опыты, поставленные *одновременно* в точках r и r_e, не "мешают" друг другу.

В обсуждаемой же нами теории вместо (122) на основании (112) имеем

$$[\varphi(rt_e)\varphi(r_e t_e)]\psi = -\frac{c}{2\pi^2}\int \frac{\sin\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e)\}}{|k|} d\mathbf{k} D D_e \psi. \tag{123}$$

Правая часть выражения (123), вообще говоря, не равна нулю в отличие от выражения (122).

[16] И, конечно, "место" этого взаимодействия [имея в виду функцию ρ – пространственную "протяженность" (118)].

Если мы в данной теории продолжали бы считать, что электрон может быть "точно локализован" в пространстве и во времени (r_e, t_e), то мы пришли бы в противоречие с требованием конечной скорости распространения сигнала.

Впрочем, соображения, изложенные в этом параграфе, можно качественно усмотреть уже из основного положения (3) или (2′).

§ 18. АТОМИЗМ ВЕЩЕСТВА И ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Совершенно очевидно, что обсуждаемая нами теория ведет к новым дальнейшим ограничениям классической проблемы измерения физических величин.

На основании (3), (15) и (16) также очевидно, что эти новые ограничения формально связаны с константой r_0.

Константа r_0. Считая собственную массу электрона электромагнитного происхождения, мы неизбежно приходим к выводу, что константа r_0 или связанная с ней константа b выражается через другие универсальные константы.

Действительно, на основании (105) и (106) имеем

$$b = \frac{e^2\hbar^3}{8\pi m^4 c^5}. \qquad (124)$$

Рассматривая выражение (124), мы приходим к следующим заключениям.

1. Обсуждаемая нами теория переходит в классическую при

$\hbar \to 0$.

Действительно, при $\hbar \to 0$ b также стремится к нулю, и мы вместо (3) получаем обычные соотношения:

$$A^{+}_{\mu s} x_\nu - x_\nu A^{\pm}_{\mu s} = 0. \qquad (125)$$

2. При

$$b = 0 \quad \text{и} \quad \hbar \neq 0 \qquad (126)$$

мы снова получаем (125), но в данном случае теория переходит в электродинамику Гейзенберга–Паули ($\hbar \neq 0$).

В этом случае (т.е. когда $\hbar \neq 0$) величина b обращается в нуль только при условии, если

$$m \to \infty \qquad (127)$$

или если соответствующим образом распорядиться зарядом.

Итак, новые ограничения классической проблемы измерения поля существенно связаны с атомистическими особенностями (m, e) частиц, описываемых уравнением (79).

Необходимо обратить внимание на то, что само понятие "поле" (содержание этого термина) сильно меняется.

В обсуждаемой нами теории "поле" существенно зависит от "пробного" тела, от его массы, заряда и т.д.

Поэтому все количественные результаты, о которых шла речь выше, относятся только к электронам и позитронам.

На основании предыдущего нельзя сделать количественного заключения о взаимодействии, например, излучения с протоном, о взаимодействии протона с электроном и т.д., так как есть основания думать, что константа r_0 для всех частиц с другими атомистическими особенностями (m, e) будет другой.

Такая точка зрения кажется последовательной, если принять во внимание ограничивающую роль атомизма (m, e) при измерении физических величин[17].

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННО́Е ОПИСАНИЕ

§ 19. ПРОСТРАНСТВО И ВРЕМЯ

Условия (3) ведут к дальнейшим серьезным изменениям наших представлений о пространстве и времени.

Развитие физики текущего столетия постепенно, но настойчиво приводит к мысли, что пространственно-временны́е понятия, в сущности, определяются материей.

Эта мысль находит свое резкое выражение в предложенной выше "модели" электрона (§ 17), "протяженного" в пространстве и во времени[18].

Характерной чертой пространственно-временны́х отношений в обсуждаемом нами мире электромагнитных явлений является их тесная связь (через константу b) с атомистическими особенностями частиц (§ 18).

Заранее нет никаких оснований считать, что пространственно-временны́е отношения одинаковы для всех частиц, что r_0 есть универсальная константа.

Если на основании соотношения (3) или (2′) результат наблюдения, строго говоря, нельзя относить к какому-то определенному моменту времени t_0, то, спрашивается, к какому моменту приписать данные начальные условия [$\psi(0)$].

Какой смысл при этих обстоятельствах может иметь ψ-функция, непрерывным образом зависящая от времени? И вообще какой смысл приобретает основная задача физики:

"По наблюдениям состояния w системы s в момент $t = 0$

$\{w_s(t = 0)\}$

предсказать состояние w_s к любому другому моменту времени t'"?

Некоторые стороны этого вопроса обсуждаются ниже.

---

[17] Более того, в качестве универсальной константы (т.е. для всех элементарных частиц и всякого рода взаимодействия между ними) константа r_0 слишком велика ($\sim 10 \cdot e^2/mc^2$).

[18] Пространственно-временны́е отношения между объектами рассматриваемого нами мира в некотором смысле напоминают свойства пространства–времени со "статистической метрикой" [16–20].

§ 20. ψ-ФУНКЦИЯ

Если требование $pq - qp = i\hbar$ делает невозможным "строгое" описание поведения частицы в смысле классической механики (теряет смысл траектория частицы и т.д.), то соотношение (112) или, что то же, условие (3) делает, в сущности, невозможным "строгое" описание в смысле обычной квантовой теории.

Если в первом случае такое понятие, как траектория, лишь приближенным образом описывает реальное явление, то в мире явлений, в котором выполняется условие (3) или (112), описание с помощью ψ-функции дает также лишь "приближенную" картину.

Как в первом случае траектория, так и во втором случае ψ-функция, "строго говоря", не существует.

Рассмотрим этот вопрос на проблеме многих тел. Здесь указанное выше обстоятельство проявляется наиболее отчетливым образом.

Любопытной чертой обсуждаемой теории является то обстоятельство, что здесь необычайно остро чувствуется необходимость ввести "разные времена" для разных частиц (по типу, например, электродинамики Дирака).

Если для всех частиц писать общее время, то "обрывающий" фактор перестает быть релятивистски-инвариантным.

Действительно, оператор $D(kx)$ получает в проблеме многих тел добавочный индекс "e" (номер частицы). Несимметрия в пространственных и временны́х координатах неизбежно отражается на "обрывающем" факторе.

Оператор $D(kx_e)$, действуя на координаты частицы e, действует при этом на общее для всех частиц время t, например:

$$D(kx_e)e^{-i/\hbar\sum\limits_n (E_n t - \mathbf{p}_n \mathbf{r}_n)} = e^{-\frac{b}{\hbar}\left\{\sum\limits_n E_n \frac{k}{c} - \mathbf{p}_e \mathbf{k}\right\}} e^{-i/\hbar\sum\limits_n \{E_n t - \mathbf{p}_n \mathbf{r}_n\}}. \quad (128)$$

Поэтому "обрывающий" фактор в выражении (128) не имеет релятивистски-инвариантного вида.

Если же ввести разные времена для разных частиц по аналогии с пространственными координатами, то указанная трудность разрешается тривиальным образом.

Оператор D получает индекс "e" не только в отношении пространственных координат, но и в отношении времени, и мы имеем

$$D_e e^{-i/\hbar\sum\limits_n \{E_n t_n - \mathbf{p}_n \mathbf{r}_n\}} = e^{-b/\hbar\left\{E_e \frac{k}{c} - \mathbf{p}_e k\right\}} e^{-i/\hbar\sum\limits_n \{E_n t_n - \mathbf{p}_n \mathbf{r}_n\}}. \quad (129)$$

Можно привести и другой аргумент: написав общее время t для всех частиц, мы получили бы закон взаимодействия между двумя частицами e и p в виде

$$U_{ep} = \frac{e_e e_p}{r_{ep}} \operatorname{arctg} \frac{r_{ep}}{\frac{b}{\hbar}\sum\limits_n m_n c} \to 0 \quad (130)$$

при $n \to \infty$.

Другими словами, в реальном мире (много частиц) фактически не было бы никакого взаимодействия между частицами.

Введением многих времен [16–20][19] эта трудность, как и предыдущая, разрешается немедленно.

В проблеме многих тел, сформулированной в форме Дирака–Фока–Подольского, для каждой частицы пишется отдельное уравнение [8]

$$\left[R_s(t_s) - i\hbar\frac{\partial}{\partial t_s}\right]\Phi = 0 \quad (s = 1,\ 2, \ldots,\ n), \tag{131}$$

где

$$R_s(t_s) = c\alpha_s \mathbf{p}_s + m_s c^2 \alpha_s^{(4)} + e_s[\varphi(r_s t_s) - \alpha_s \mathbf{A}(r_s t_s)], \tag{132}$$

$$\Phi(t_1 t_2, \ldots, t_n) = \psi(0, t_1, t_2, \ldots, t_n),$$

а функция

$$\psi(t, t_1, t_2, \ldots, t_n) = e^{-i/\hbar H_b t}\Phi(t_1, t_2, \ldots, t_n) \tag{133}$$

удовлетворяет уравнению

$$\left(H_b - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi = 0. \tag{134}$$

H_b – гамильтонов оператор поля, t – время поля. Как показал Ф. Блох [5], уравнения (131), вообще говоря, несовместны, так как не выполняются условия

$$i\hbar\left(\frac{\partial^2}{\partial t_s \partial t_{s'}} - \frac{\partial^2}{\partial t_{s'} \partial t_s}\right)\Phi = (R_s R_{s'} - R_{s'} R_s)\Phi = [R_s R_{s'}]\Phi = 0.$$

Действительно, скобка $[R_s R_{s'}]$ имеет вид

$$[R_s R_{s'}]\Phi = \frac{e_s e_{s'}}{i} c\hbar \int \frac{\sin[\mathbf{k}(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{s'}) - c\,|k|\,(t_s - t_{s'})]}{|k|}(1 - \alpha_s \alpha_{s'}) d\mathbf{k}\Phi. \tag{135}$$

В правой части соотношения (135) после интегрирования по $d\mathbf{k}$ возникает δ-функция, она обращается в нуль лишь в области

$$|r_s - r_{s'}|^2 > (t_s - t_{s'})^2 c^2. \tag{136}$$

Таким образом, функция ψ в области $c^2(t_s - t_{s'})^2 > |r_s - r_{s'}|^2$ не существует.

Появление в правой части соотношения (135) выражения, отличного от нуля, формально связано с тем, что потенциалы $\varphi(r_s t_s)$; $A(r_s t_s)$ и $\varphi(r_{s'} t_{s'})$; $A(r_{s'} t_{s'})$ (содержащиеся в гамильтоновых функциях R_s и $R_{s'}$), взятые к разным моментам времени, не коммутируют друг с другом.

Физически результат (135) совершенно понятен, так как в случае

$$|r_s - r_{s'}|^2 < (t_s - t_{s'})^2 c^2$$

---

[19] Если электрон нельзя "точно локализовать" во времени, то, по существу, не имеет смысла относить две различные частицы к строго одному и тому же моменту времени. В этом, быть может, надо видеть физический смысл "многих времен".

будет происходить интерференция между наблюдениями положения различных частиц в различные моменты времени. Возмущение, возникшее в точке r_s в момент t_s, успеет за время $(t_s - t_{s'})$ распространиться до точки $r_{s'}$, если, конечно,

$$|r_s - r_{s'}|^2 < (t_s - t_{s'})^2 c^2.$$

В обсуждаемой нами теории соответствующее обстоятельство значительно усложняется. Действительно, благодаря (112) вместо (135) мы получаем выражение

$$[R_s R_{s'}]\Phi = \frac{e_s e_{s'}}{i} \hbar c \int \frac{\sin\{\mathbf{k}(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{s'}) - c|k|(t_s - t_{s'})\}}{|k|} (1 - \alpha_s \alpha_{s'}) D_s D_{s'} d\mathbf{k}\Phi. \qquad (137)$$

Правая часть этого соотношения отлична от нуля, вообще говоря, и в области

$$|r_s - r_{s'}|^2 > (t_s - t_{s'})^2 c^2. \qquad (138)$$

Другими словами, опыты над частицами s и s', вообще говоря, всегда интерферируют независимо от значения $(t_s - t_{s'})$ и $(r_s - r_{s'})$.

Физически этот результат совершенно очевиден, так как, строго говоря, неизвестно, к какому моменту времени t и к какому месту r надо отнести данное взаимодействие поля с зарядом. Всегда имеется некоторая вероятность обнаружить электрон в пределах $\left\{|r_s - r_{s'}|^2 < c^2(t_s - t_{s'})\right\}$ (см. "модель" электрона в § 17).

Таким образом, мы приходим к выводу, что мир электромагнитных явлений, на который наложено условие (3), как и следовало ожидать, не может быть строго описан при помощи ψ-функции, понимаемой обычным образом. По-видимому, это утверждение справедливо не только в отношении проблемы многих тел. Действительно, в более простом случае проблемы одного тела также необходимы добавочные условия типа

$$\left\{\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \operatorname{div} A\right\}\psi = 0.$$

Неизвестно, можно ли найти соотношение, аналогичное последнему, которое бы было совместно с (79).

Во всяком случае, качественное рассмотрение "модели" электрона не дает указаний на какую-либо специфичность этого случая, так как соотношение (112) для данного вопроса по-прежнему играет определенную роль.

§ 21. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СХЕМА

В свете последних замечаний может показаться, что все конкретные результаты предыдущих параграфов, т.е. выражения (96), (119), (105), (117), (118) и т.д., лишены всякого содержания, так как они получены с помощью ψ-функции. Но такое заключение было бы слишком поспешным: дело в том, что все эти результаты были получены с помощью "приближенных" функций, в сущности, для предельно простых случаев (покоящиеся заряды).

Эти случаи в аспекте замечаний предыдущих параграфов обладают специфическими особенностями.

Действительно, если функцию $\psi = e^{-imc^2 t_e/\hbar}$, которую мы использовали во всех этих примерах, вставим в соотношение (123), мы получим

$$[\varphi(rt_e)\varphi(r_e t_e)]\psi = -\frac{e}{2\pi^2}\int \frac{\sin[\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e)]}{|k|} e^{-2mc^2 b/\hbar} d\mathbf{k}\psi.$$

При интегрировании по углам правая часть этого соотношения обращается в нуль, и мы имеем

$$[\varphi(rt_e)\varphi(r_e t_e)]\psi = 0,$$

т.е. в данном приближении для данного случая замечания предыдущего параграфа не являются существенными. Но приближенные функции получены нами все-таки из уравнения (79) при помощи теории возмущений.

Спрашивается, на каком основании при помощи "уравнения", у которого, строго говоря, нет решений, можно искать решения "приближенные".

В некотором роде аналогичную ситуацию мы имеем в современной квантовой электродинамике.

Строго говоря, уже в электродинамике Гейзенберга–Паули нет волнового уравнения, так как уравнение, которое всегда формально пишется (мы имеем в виду уравнение Дирака с квантованным полем), фактически, как известно, не имеет решения [1]. Уже в электродинамике Гейзенберга–Паули, вместо волнового уравнения фактически используется некоторая вычислительная схема, которая представляет собой несколько первых соотношений "метода последовательных приближений".

Быть может, и в нашем случае на первых порах следует идти по этому до некоторой степени "проверенному" пути, но сделать это сознательно и последовательным образом. Другими словами, написать схему

$$\left.\begin{array}{l} \left\{H_0 - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right\}\psi_0 = 0 \\ \\ \left\{H_0 - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right\}\psi_1 = -\frac{e}{c}\sum_s \left\{A_s^+ e^{i\{c|k_s|t - \mathbf{k}_s\mathbf{r}_s\}} + A_s^- e^{-i\{c|k_s|t - \mathbf{k}_s\mathbf{r}\}}\right\}\psi_0 + \ldots \\ \\ \left\{H_0 - i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right\}\psi_n = -e/c\sum\{\ldots\}\psi_{n-1} \end{array}\right\}, \qquad (139)$$

где

$$H_0 = H_2 + \tfrac{1}{2}\sum n_\mu h\nu_\mu, \qquad H_2 = \sum_k \alpha_k\Gamma_k + \beta imc,$$

$A_s^\pm$, $\varphi_s^\pm$ – операторы, удовлетворяющие условию (3).

Подчинив эту схему некоторым требованиям и определив внутренне непротиворечивым образом операции над ней, мы можем рассматривать эту схему совершенно независимо от уравнения (79).

Другими словами, мы можем рассматривать схему (139) как схему для вычисления различных электродинамических процессов, которые все истолковываются как испускание и поглощение фотонов.

В свете замечаний, сделанных выше относительно функции ψ, очень вероятно, что в схеме (139) необходимо ограничиться какими-то первыми уравнениями, чтобы не получить "слишком точного" описания, т.е. такого описания, которому уже не соответствуют возможности эксперимента, ограниченного условиями (3) или (75).

Поэтому если $(n + 1)$-е уравнение схемы потеряет свой смысл (будет, например, давать расходимости и пр.), то это обстоятельство нисколько не должно бросать тень на остальные n уравнений, так как все операции над n уравнениями определены в этом смысле независимо.

Хотя указанную схему можно значительно усовершенствовать[20], но мы здесь не стремились развивать эту схему, так как этот подход, в сущности, является попыткой "приближенного описания" с помощью ψ-функции. В этом смысле этот путь скорее напоминает (в смысле аналогии) полуклассический подход к квантовым проблемам.

Есть основания думать, что существуют аппарат и система физических понятий, более адекватные тем экспериментальным возможностям, которые определяются в связи с условием (3); что в этих понятиях должна быть более полно отражена та симметрия между пространством и временем, которая характерна для "протяженного" электрона.

В литературе неоднократно обсуждалась попытка ввести в релятивистскую теорию "протяженный" электрон [22]. Но физическое содержание образа "протяженного" релятивистского электрона оставалось неясным. Основное затруднение здесь было в том, что в рамках классических представлений, по-видимому, не существует рационального истолкования такого неизбежного вследствие релятивистской симметрии понятия, как временна́я протяженность электрона.

Нам кажется поэтому, что наиболее существенное в предыдущем изложении заключено в том, что впервые удалось сформулировать физическое содержание образа "протяженного" электрона в релятивистской квантовой области.

Быть может, даже несущественно, каким путем мы пришли к такой "модели" электрона, быть может, нет на первых порах большой необходимости уточнять и анализировать математическую строгость того или иного положения в предыдущем изложении, так как мы можем взять найденную модель "протяженного" электрона за отправной пункт исследования и выяснить те серьезные требования, которые

[20] В предыдущем изложении мы на первых порах, естественно, старались ближе держаться привычных для квантовой теории понятий, но которыми пользовались недостаточно критически (например, определением дифференцирования оператора по времени (110) и т.д.). Вероятность мы по-прежнему молчаливо предполагали определенной в виде ρdv, т.е. по-прежнему определенной только в пространстве. Даже формально уравнение (79) представляет собой нечто, существенно отличное от обычных уравнений квантовой теории, так как оно дифференциально разностное.

предъявляются к понятиям теории при построении соответствующего математического аппарата.

Если в дальнейшем окажется, что эти требования приведут к непреодолимым трудностям, то этот отрицательный результат также представлялся бы существенным, так как тем самым оказалась бы несостоятельной попытка (в довольно общем виде) ввести в релятивистскую квантовую теорию "протяженный" электрон.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дирак П.А.М.* Основы квантовой механики. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1934.
2. *Марков М.* // ЖЭТФ. 1938. Т. 8. С. 124.
3. *Марков М.* // Докл. АН СССР. 1939. Т. 23. С. 9.
4. *Марков М.* // Там же. 1939. Т. 24. С. 233.
5. *Bloch F.* // Sov. Phys. 1934. Vol. 5. P. 301.
6. *Dirac P.A.M.* // Proc. Roy. Soc. London A. 1932. Vol. 136. P. 453.
7. *Dirac P.A.M.* // Ibid. 1938. Vol. 143.
8. *Dirac P.A.M., Fock V.A., Podolsky B.* // Sov. Phys. 1932. Vol. 2. P. 468.
9. *Fock V.A.* // Sov. Phys. 1934. Vol. 6. P. 425.
10. *Fock V., Podolsky B.* // Sov. Phys. 1932. Vol. 1. P. 802.
11. *Gehenian G.* // C.r. Acad. sci. 1934. Vol. 198. P. 713.
12. *Heitler W.* The quantum theory of radiation. Oxford: Clarendon press, 1936.
13. *Hoyl F.* // Proc. Cambridge Philos. Soc. 1939. Vol. 35. P. 419.
14. *Markow M.* // Sov. Phys. 1937. Vol. 2. P. 295.
15. *Markow M.* // Ibid. Vol. 12. P. 105.
16. *Markow M.* // Ztschr. Phys. 1937. Bd. 104. S. 93.
17. *Markow M.* // Ibid. Bd. 105. S. 620.
18. *Markow M.* // Ibid. Bd. 106. S. 49, 291, 532.
19. *Markow M.* // Ibid. Bd. 107. S. 104.
20. *Markow M.* // Ibid. 1938. Bd. 108. S. 128.
21. *Mie G.* // Ann. Phys. 1933. Vol. 17. P. 465.
22. *Pauli W.* // Hb. Phys. 1933. Bd. 24/1. S. 271.
23. *Rosenfeld L.* // Ztschr. Phys. 1931. Bd. 70. S. 454.
24. *Scherzer O.* // Ann. Phys. 1939. Vol. 34. P. 585.
25. *Watagin G.* // Ztschr. Phys. 1934. Bd. 88. S. 92.
26. *Zaycoff R.* // Ibid. 1933. Bd. 84. S. 264.
27. *Zaycoff R.* // Ibid. Bd. 89. S. 398.

DAS MEHRKÖRPERPROBLEM IN DER KLASSISCHEN RELATIVISTISCHEN THEORIE

(die Methode von Dirac, Fock, Podolsky in der klassischen Elektrodynamik)*

1. EINLEITUNG

In der Arbeit von Dirac, Fock, Podolsky [3] ist das Mehrkörperproblem in relativistisch-invarianter Weise formuliert. Die Elektrodynamik von Dirac, Fock, Podolsky stellt sich zum Unterschied von der gewöhnlichen eine allgemeinere Aufgabe: es sind die Koordinaten und Impulse der Teilchen in den Zeitpunkten $t_1^0, t_2^0.,,, t_n^0$, das Feld im Zeitpunkt T^0 gegeben; es sind diese Grossen für die Zeitpunkte $t_1^0, t_2^0.,,, t_n^0$ T zu finden. Mit anderen Worten, es wird ein vierdimensionaler Konfigurationsraum eingeführt.

Im Prinzip enthalten diese Ideen (Wechselwirkung durch das Feld, verschiedene Zeiten für verschiedene Teilchen u. s. w.) nichts spezifisch Quantenhaftes. Darum ist der Umstand, dass die Diracsche Methode zuerst in der Quanten- und nicht in der klassischen Elektrodynamik durchgeführt wurde, ein rein zufälliger.

Es seien n geladene klassische Teilchen vorhanden. Die Raumkoordinaten des s-ten Teilchens bezeichnen wir mit $\mathbf{r}_s$ (s = 1, 2,..., n); die Zeitkoordinaten mit t_s. Die entsprechenden Feldkoordinaten bezeichnen wir mit R und T.

Die Hamiltonsche Funktion für das s-te Teilchen wird sein:

$$H_s = e_s \varphi_s + c\sqrt{m_s^2 c^2 + (\mathrm{p}_s - \frac{e_s}{c} \mathrm{A}_s)^2} \quad (s = 1, 2, ..., n), \tag{1}$$

wo φ ein skalares Potential, $\mathbf{A}$ ein vierdimensionales Vektorpotential bezeichnen.

Wir schreiben φ und $\mathbf{A}$ in der Form:

$$\begin{aligned} \varphi &= \sum_\sigma \left\{ \frac{P_\sigma}{k_\sigma} \cos\Gamma_\sigma + cQ_\sigma \sin\Gamma_\sigma \right\}, \\ \mathbf{A} &= \sum_\sigma \left\{ \frac{\mathbf{p}_\sigma}{k_\sigma} \cos\Gamma_\sigma + c\mathbf{q}_\sigma \sin\Gamma_\sigma \right\}, \end{aligned} \tag{2}$$

wo

$$\Gamma_\sigma = ck_\sigma T - \mathbf{k}_\sigma \mathbf{R}; \;\; [\mathbf{p}_\sigma, \mathbf{q}] = 1; \;\; [P_\sigma, Q_\sigma] = 1.$$

K_μ ist ein vierdimensionaler Nullvektor der Wellenzahl. Die Bewegungsgleichungen

---

* J. Phys. 1943. Vol. 7, N 1. P. 42–47.

schreiben wir mittels Poissonscher Klammern in folgender Weise:

$$\frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial t_{s'}} = [H_{s'}\mathbf{p}_s]; \quad \frac{\partial \mathbf{r}_s}{\partial t_{s'}} = [H_{s'}\mathbf{r}_s],$$
$$\frac{\partial P_\sigma}{\partial t_{s'}} = [H_{s'}P_\sigma]; \quad \frac{\partial Q_\sigma}{\partial t_{s'}} = [H_{s'}Q_\sigma], \tag{3}$$

wo $\partial \mathbf{p}_s / \partial t_{s'}$ die Ableitung des Impulses des s-ten Teilchens nach der Zeit des s'-ten Teilchens ist u. s. w. Gehen wir sodann zu einer gemeinsamen Zeit t über, so bekommen wir für die Ableitung irgendeiner kanonischen Veränderlichen nach dieser Zeit:

$$\frac{d\mathbf{p}_s}{dt} = \left(\frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial t_1} + \ldots + \frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial t_s} + \ldots + \frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial T}\right)_{t=t_1=t_2=\ldots=t_s=T},$$

oder

$$\frac{d\mathbf{p}_s}{dt} = \sum_\mu [H_\mu \mathbf{p}_s] = [H\mathbf{p}_s],$$

wo

$$H = \sum_s H_s + H_F$$

die gesamte Hamiltonsche Funktion des Systems ist.

Mit anderen Worten, wir sehen, dass wir beim Übergang zu einer gemeinen Zeit die üblichen Gleichungen der Mechanik bekommen. Dadurch wird das Umschreiben der Bewegungsgleichungen mit Hilfe des Formalismus vieler Zeiten rechtfertigt.

φ_s, $\mathbf{A}_s$ in der Beziehung (1) unterscheiden sich von φ und $\mathbf{A}$ in den Beziehungen (2) nur dadurch, dass anstatt $\mathbf{R}$ und T die Koordinaten des Teilchens $\mathbf{r}_s$ und t_s stehen.

Die Lagrangesche Funktion für das Feld wählen wir in der Form [1]:

$$L = \frac{1}{2}\left(E^2 - H^2\right) - \frac{1}{2}\left(\operatorname{div} \mathrm{A} + \frac{1}{c}\overset{*}{\varphi}\right)^2.$$

Entsprechend wird die Hamiltonsche Funktion für das Feld geschrieben.

Ein charakterischer Zug des Problems vieler Körper mit vielen Zeiten ist der Umstand, dass φ und $\mathbf{A}$ sogar bei Anwesenheit von Ladungen als auch beim Fehlen der letzten denselben Gleichungen genügen:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} + \frac{d^2 \varphi}{dZ^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial T^2} = 0,$$
$$\nabla^2 \mathrm{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2} = 0, \tag{4}$$

wo X, T die Veränderlichen des Feldes sind.

Es ist völlig klar, dass, wenn wir das Feld und die Teilchen als ein verbundenes System

ansehen, es notwendig ist, dass φ und **A** in der Gleichung (4) Funktionen von Grössen sind, die diese Teilchen charakterisieren, z. B. $t_1, t_2, ..., t_n$,

Jedoch gibt uns die Integration der Gleichung (4) nur eine Abhängigkeit von den Koordinaten des Feldes:

$$\varphi = \varphi(\mathbf{R}, T); \quad \mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{R}, T)$$

und sagt nichts darüber aus, wie diese Funktionen von anderen Teilchen abhängen können. Wie sieht z. B. die Ableitung nach der Zeit des s-ten Teilchens aus:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t_s} = ? \tag{5}$$

Schreibt man die Funktionen φ und **A** in der Form (2), wobei eine explizite Abhängigkeit von der Zeit und den Feldkoordinaten **R** und T auftritt, so ergibt es sich natürlich, dass die Abhängigkeit von φ und **A** von den t_i aller Teilchen in diesem Falle durch die verallgemeinerten Impulse und Feldkoordinaten $P_\sigma, Q_s; \mathbf{p}_\sigma, \mathbf{q}_\sigma$ geleistet wird. Deshalb kommt die oben gestellte Frage $d\varphi/dt_s$ = ? auf die Erforschung der Abhängigkeit der verallgemeinerten Impulse und Feldkoordinaten von der Zeit aller Teilchen hinaus.

Um diese Frage beantworten zu können, muss man nach der allgemeinen Regel die entsprechenden Poissonschen Klammern ausrechnen:

$$\frac{\partial Q_\sigma}{\partial t_s} = [H_s Q_\sigma]; \quad \frac{\partial P_\sigma}{\partial t_s} = [H_s P_\sigma] \quad \text{u. s. w.}$$

Der Definition gemäss haben wir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_\sigma}{\partial t_s} &= [H_s P_\sigma] = \sum_\mu \frac{\partial H_s}{\partial P_\mu}\frac{\partial P_\sigma}{\partial Q_\mu} - \frac{\partial H_s}{\partial Q_\mu}\frac{\partial P_\sigma}{\partial P_\mu} = -\frac{\partial H_s}{\partial Q_\sigma}, \\ \frac{\partial P_\sigma}{\partial t_s} &= -e_s c \sin \Gamma_\sigma^s = -e_s c \sin\{c k_\sigma t_s - \mathbf{k}_\sigma \mathbf{r}_s\}. \end{aligned} \tag{6}$$

In ähnlicher Weise findet man:

$$\frac{\partial Q_\sigma}{\partial t_s} = e_s \frac{\cos \Gamma_\sigma^s}{k_\sigma},$$

und es wird also die Ableitung des skalaren Potentials φ des s-ten Teilchens nach der Zeit t_s:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t_s} = e_s[\varphi_s \varphi] = e_s[\varphi(\mathbf{r}_s t_s), \varphi(\mathbf{R}, T)] = -e_s \sum_\sigma \frac{c}{k_\sigma} \sin\{c k_\sigma (t_s - T) - \mathbf{k}_\sigma(\mathbf{r}_s - \mathbf{R})\}. \tag{7}$$

Zum Integral übergehend, erhält man:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t_s} = -e_s \int \frac{c}{k} \sin\{ck(t_s - T) - \mathbf{k}(\mathbf{r}_s - \mathbf{R})\} dk_x dk_y dk_z. \tag{8}$$

Auf analoge Weise findet man:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t_s} = [H_s \mathbf{A}] = \sum_\sigma \frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{p}_\sigma}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{q}_\sigma} - \frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{q}_\sigma}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{p}_\sigma};$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{q}_\sigma} = c \sin \Gamma_\sigma; \quad \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \mathbf{p}_\sigma} = \frac{\cos \Gamma_\sigma}{k_\sigma};$$

$$\frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{p}_\sigma} = \frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{A}_s}\frac{\partial \mathbf{A}_s}{\partial \mathbf{p}_\sigma} = -\frac{e_s}{c}\frac{\left(\mathbf{p}_s - \frac{e_s}{c}\mathbf{A}_s\right)\cdot c}{\sqrt{m_s^2c^2 + \left(\mathbf{p}_s - \frac{e_s}{c}\mathbf{A}_s\right)^2}} = -\frac{e_s}{c}\mathbf{v}_s\frac{\cos \Gamma_\sigma^s}{k_\sigma},$$

wo

$$\mathbf{v}_s = \frac{\left(\mathbf{p}_s - \frac{e_s}{c}\mathbf{A}_s\right)\cdot c}{\sqrt{m_s^2c^2 + \left(\mathbf{p}_s - \frac{e_s}{c}\mathbf{A}_s\right)^2}}$$

die Geschwindigkeit des Teilchens bedeutet:

$$\frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{q}_\sigma} = -e_s \mathbf{v}_s \sin \Gamma_\sigma^s.$$

Folglich ist

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t_s} = \sum_\sigma -e_s \frac{\mathbf{v}_s}{k_\sigma}\{\cos \Gamma_\sigma^s \sin \Gamma_\sigma - \sin \Gamma_\sigma \cos \Gamma_\sigma\},$$

oder

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t_s} = e_s \mathbf{v}_s \int \frac{\sin\{ck(t_s - T) - \mathbf{k}_\sigma(\mathbf{r}_s - \mathbf{R})\}}{k} dk_x dk_y dk_z. \tag{9}$$

Wir sehen, dass die Ausdrücke (6), (8), (9) wirklich auf eine implizite Abhängigkeit des Feldes von den das Teilchen charakterisierenden Veränderlichen hinweisen. Mit anderen Worten, wir sehen, dass die Gleichungen, die aus den Hamiltonschen Funktionen H_s and H_F entstehen, durch die Veränderlichen $P_\sigma, Q_\sigma; \mathbf{p}_\sigma, \mathbf{q}_\sigma$ untereinander verknüpft sind, wodurch die Wechselwirkung des Teilchens mit dem Feld und umgekehrt zustande kommt; die völlige Unabhängigkeit des T des Feldes von den t_s der Teilchen ermöglicht es, dieselbe Form der Gleichungen (4) sowohl bei Anwesenheit wie auch beim Fehlen von geladenen Teilchen beizubehalten. Natürlich ist es notwendig, sich weiter davon zu überzeugen, dass, erstens, diese Abhängigkeit des Feldes von den Teilchen für den Fall des Übergangs zur gemeinsamen Zeit $t = T = t_s$ die üblichen d'Alembertschen Gleichungen gibt und dass, zweitens, die kanonischen Gleichungen ein verträgbares System darstellen.

2. DIE D'ALEMBERTSCHEN GLEICHUNGEN

Gehen wir nun zu der für die Teilchen und das Feld gemeinsamen Zeit t über und berechnen $\partial^2\varphi/\partial t^2$ und $\partial^2\mathbf{A}/\partial t^2$. Da

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}=\left(\frac{\partial\varphi}{\partial T}+\frac{\partial\varphi}{\partial t_1}+\ldots+\frac{\partial\varphi}{\partial t_n}\right)_{t=T=t_1=\;\;=t_n} \tag{10}$$

und

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial T^2}+2\frac{\partial^2\varphi}{\partial T\partial t_1}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial t_1^2}+\ldots+\frac{\partial^2\varphi}{\partial t_n^2}\right)_{t=T=t_1=..=t_n},$$

ist es nötig, zuerst die in den Klammern (10) stehenden Ausdrücke zu berechnen. Auf Grund von (8) haben wir

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t_s^2}=-e_s c^2\int\cos\{ck(t_s-T)-\mathbf{k}(\mathbf{r}_s-\mathbf{R})\}dk_x dk_y dk_z,$$

$$2\frac{\partial^2\varphi}{\partial t_s\partial T}=2e_s c^2\int\cos\{ck(t_s-T)-\mathbf{k}(\mathbf{r}_s-\mathbf{R})\}dk_x dk_y dk_z.$$

Auf Grund von (4) erhält man:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial T^2}=c^2\nabla^2\varphi.$$

Folglich wird

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=c^2\nabla^2\varphi+c^2\sum_s e_s\int\cos\{ck(t_s-T)-\mathbf{k}(\mathbf{r}_s-\mathbf{R})\}_{t_1=\ldots=t_n=T=t}dk_x dk_y dk_z$$

oder unter Berücksichtigung von

$$\int\cos\mathbf{k}(\mathbf{r}_s-\mathbf{R})\,dk_x dk_y dk_z=\delta(\mathbf{r}_s-\mathbf{R})$$

erhalten wir

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}-\nabla^2\varphi=\sum_s e_s\delta(\mathrm{r}_s-\mathrm{R}). \tag{11}$$

Unter Berücksichtigung der Gleichung (9) bekommen wir in analoger Weise für **A** die Gleichung:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathrm{A}}{\partial t^2}-\nabla^3\mathrm{A}=-\sum_s e_s\frac{\mathrm{v}_s}{c}\delta(\mathrm{r}_s-\mathrm{R}). \tag{12}$$

Wir sehen, also, dass die Gleichungen die Wechselwirkung zwischen den Teilchen und dem Feld richtig darstellen.

3. ZUSÄTZLICHE BEDINGUNGEN

In der üblichen Elektrodynamik (Elektrodynamik mit gemeinsamer Zeit für Feld und Teilchen) ist der Ausdruck

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{A} = B = 0 \tag{13}$$

mit den Bewegungsgleichungen für das Teilchen verträgbar: der Ausdruck (13) ändert sich nicht mit der Zeit. In unserem Falle jedoch ist leicht einzusehen, dass sich dieser Ausdruck mit der Teilchenzeit ändert:

$$\frac{\partial B}{\partial t_s} \neq 0.$$

Es ist jedoch ebenso leicht einzusehen, dass eine kleine Abänderung des Ausdrucks (13) die Schwierigkeit auch in diesem Falle behebt. In der Tat kann man den Ausdruck (13), indem man (2) benutzt, durch die Beziehungen:

$$k_\sigma Q_\sigma - \mathbf{k}_\sigma \mathbf{q}_\sigma = B_\sigma = 0, \tag{14}$$

$$k_\sigma P_\sigma - \mathbf{k}_\sigma \mathbf{p}_\sigma = C_\sigma = 0, \tag{15}$$

ersetzen.

Man sieht leicht, dass

$$\frac{\partial B_\sigma}{\partial t_s} = k_\sigma [H_s Q_\sigma] - \mathbf{k}_\sigma [H_s \mathbf{q}_\sigma], \tag{16}$$

und auf Grund von (6)

$$[H_s Q_\sigma] = \frac{\partial Q_\sigma}{\partial t_s} = \frac{e_s}{k_\sigma} \cos \Gamma_\sigma^s, \tag{17}$$

$$[H_s \mathbf{q}_\sigma] = -e_s \frac{\mathbf{v}_s}{c} \frac{\cos \Gamma_\sigma^s}{k_\sigma}, \tag{18}$$

d. h.

$$\frac{\partial B_\sigma}{\partial t_s} = e_s \cos \Gamma_\sigma^s - e_s \frac{\mathbf{v}_s}{c} \frac{\mathbf{k}_\sigma}{k_\sigma} \cos \Gamma_\sigma^s. \tag{19}$$

In ähnlicher Weise finden wir:

$$\frac{\partial C_\sigma}{\partial t_s} = -e_s \sin \Gamma_\sigma^s + \frac{\mathbf{v}_s}{c} \frac{\mathbf{k}_\sigma}{k_\sigma} e_s \sin \Gamma_\sigma^s. \tag{20}$$

Mit anderen Worten, wir sehen, dass die rechte Seite des Ausdrucks (13) kein

Bewegungsintegral ist, d. h. die Bedingung (13) kann nicht erfüllt werden. Es ist aber leicht einzusehen, dass ein Bewegungsintegral durch die Ausdrücke (14) und (15) gegeben wird, falls man annimmt

$$B_\sigma = \frac{e_s}{k_\sigma}\frac{\sin\Gamma_\sigma^s}{c}, \quad C_\sigma = e_s\cos\Gamma_\sigma^s. \tag{21}$$

In der Tat ist dabei:

$$\frac{\partial B_\sigma}{\partial t_s} = e\cos\Gamma_\sigma^s + \frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{p}_s}\frac{\partial B_\sigma}{\partial \mathbf{r}_s} - \frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{r}_s}\frac{\partial B_\sigma}{\partial \mathbf{p}_s} = e_s\cos\Gamma_\sigma^s - \frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{p}_s}e_s\frac{\mathbf{k}_\sigma}{k_\sigma c}\cos\Gamma_\sigma^s,$$

$$\frac{\partial H_s}{\partial \mathbf{p}_s} = \mathbf{v}_s,$$

und folglich

$$\frac{\partial B_\sigma}{\partial t_s} = e_s\cos\Gamma_\sigma^s - e_s\frac{\mathbf{v}_s}{c}\frac{\mathbf{k}_\sigma}{k_\sigma}\cos\Gamma_\sigma^s.$$

So überzeugen wir uns davon, dass der Ausdruck:

$$k_\sigma Q_\sigma - \mathbf{k}_\sigma\mathbf{q}_\sigma - \frac{e_s}{k_\sigma}\frac{\sin\Gamma_\sigma^s}{c} = 0, \tag{22}$$

wirklich ein Bewegungsintegral darstellt. Ebenso überzeugen wir uns davon, dass die Beziehung

$$k_\sigma P_\sigma - \mathbf{k}_\sigma\mathbf{p}_\sigma - e_s\cos\Gamma_\sigma^s = 0 \tag{23}$$

für jeden Zeitpunkt gültig bleibt. Multiplizieren wir den rechten Teil des Ausdrucks (22) mit $c\cos\Gamma_\sigma$ und (23) entsprechend mit $\sin\Gamma_\sigma/k_\sigma$, addieren die Resultate und summieren in Bezug auf σ, s, so erhalten wir:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \operatorname{div}\mathrm{A} - \sum_{s,\sigma} e_s\left\{\frac{\sin\Gamma_\sigma^s\cos\Gamma_\sigma}{k_\sigma} - \frac{\cos\Gamma_\sigma^s\sin\Gamma_\sigma}{k_\sigma}\right\} = 0$$

oder, indem wir von der Reihe nach σ zum Integral übergehen, bekommen wir [3]

$$\frac{1}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \operatorname{div}\mathrm{A} = \sum_s e_s\int\frac{\sin\{ck(t_s - T) - \mathrm{k}(\mathrm{r}_s - \mathrm{R})\}}{k}\,dk_x dk_y dk_z. \tag{24}$$

Da alle Zeiten t_s voneinander unabhängig sind, ist es notwendig, dass z. B.

$$\frac{\partial^2\mathbf{p}_s}{\partial t_{s'}\partial t_s} - \frac{\partial^2\mathbf{p}_s}{\partial t_s\partial t_{s'}} = 0,$$

es ist, aber

$$\frac{\partial}{\partial t_{s'}}\frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial t_s} = \frac{\partial}{\partial t_{s'}}[H_s \mathbf{p}_s] = [H_{s'}[H_s \mathbf{p}_s]];$$

$$\frac{\partial}{\partial t_s}\frac{\partial \mathbf{p}_s}{\partial t_{s'}} = [H_s[H_{s'}\mathbf{p}_s]];$$

$$[H_s[H_{s'}\mathbf{p}_s]] = -[\mathbf{p}_s[H_s H_{s'}]] - [H_{s'}[\mathbf{p}_s H_s]];$$

folglich

$$\frac{\partial^2 \mathbf{p}_s}{\partial t_{s'}\partial t_s} - \frac{\partial^2 \mathbf{p}_s}{\partial t_s \partial t_{s'}} = [\mathbf{p}_s[H_s H_{s'}]].$$

Die rechte Seite des letzten Ausdrucks verschwindet, wenn

$$[H_s H_{s'}] = \frac{\partial H_{s'}}{\partial t_s} = 0. \tag{25}$$

Berücksichtigt man, dass

$$\frac{\partial}{\partial t_{s'}} c\sqrt{m_s^2 c^2 + \left(\mathbf{p}_s - \frac{e_s}{c}\mathbf{A}_s\right)^2} = -\frac{e_s}{c}\mathbf{v}_s \frac{\partial \mathbf{A}_s}{\partial t_{s'}}$$

und dass die Ausdrücke $\partial\varphi_s / \partial t_{s'}$ und $\partial \mathbf{A}_s / \partial t_{s'}$ schon früher von uns gefunden worden sind, so erhält man:

$$\frac{\partial H_s}{\partial t_{s'}} = e_s e_{s'}\left(1 - \frac{\mathbf{v}_s \mathbf{v}_{s'}}{c^2}\right)\int \frac{\sin\{ck(t_s - t_{s'}) - \mathbf{k}(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{s'})\} dk_x dk_y dk_z}{k}. \tag{26}$$

Die Bedingung (25) ist nur in dem Falle erfüllt, wenn

$$\int \frac{\sin\{ck(t_s - t_{s'}) - \mathbf{k}(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{s'})\}}{k} dk_x dk_y dk_z = 0 \tag{27}$$

aber der letzte Ausdruck stellt, wie bekannt, eine vierdimensionale δ-Funktion dar. Sie wird Null, wenn

$$c^2(t_s - t_{s'})^2 < (\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{s'})^2. \tag{28}$$

Auf eine analoge Beziehung in der Quantentheorie ist von Fr. Bloch [1] hingewiesen worden; sie unterscheidet sich von der unseren nur dadurch, dass die Geschwindigkeiten $\mathbf{v}_s / c$ und $\mathbf{v}_{s'} / c$ durch die Diracschen Matrizen $\vec{\alpha}_s$ und $\vec{\alpha}_{s'}$ ersetzt sind.

Es ist völlig klar, dass diese Zusatzbedingungen eine rein klassische (nichtquantenhafte) Bedeutung haben.

4. DER IMPULSENERGIETENSOR

In vierdimensionaler Schreibweise lässt sich die Lagrangesche Feldfunktion folgendermassen darstellen:

$$L = -\frac{1}{4}\sum_{ik} f_{ik}^2 - \frac{1}{2}\left(\sum_{\mu} \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial x_\mu}\right)^2,$$

wo φ_μ das Vektor-Potential, f_{ik} das Feld bedeuten. Wenn man auf die Lagrangesche Funktion das bekannte Theorem von Emma Noether [4] anwendet, kann man alle Invarianten vom Typus

$$\operatorname{div} \mathbf{N} = M$$

erhalten.

Mit anderen Worten, man kann alle Erhaltungssätze der gegebenen Theorie bekommen. Insbesondere überzeugt man sich leicht davon, dass der Impulsenergietensor des Feldes der Gleichung

$$\frac{\partial T_{\lambda\iota}}{\partial x_i} = 0 \tag{29}$$

genügt und dass die Komponenten des Tensors selbst die Form haben:

$$T_{\lambda\iota} = \sum_k \left\{ f_{ik} \frac{\partial \varphi_\lambda}{\partial x_k} - \sum_\mu \frac{\partial \varphi_\mu}{\partial x_\mu} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_\lambda} \delta_{ki} + f_{ik} f_{k\lambda} - L\lambda_{\lambda\iota} \right\}.$$

Gehen wir zu dreidimensionalen Bezeichnungen über, so erhalten wir:

$$T_{44} = \frac{E^2 + H^2}{2} + \mathbf{E} \operatorname{grad} \Phi - \frac{1}{2}\left(\operatorname{div} \mathbf{A} + \frac{1}{c}\dot{\Phi}\right)^2 + \operatorname{div} \mathbf{A}\left(\operatorname{div} \mathbf{A} + \frac{1}{c}\dot{\Phi}\right),$$

was identisch mit dem entsprechenden Ausdruck von Dirac, Fock, Podolsky für die Hamiltonsche Funktion des Feldes ist. Ein charakteristischer Zug der Gleichung (29) ist der Umstand, dass sie sich beim Vorhandensein von Ladungen nicht ändert, ihre rechte Seite bleibt beständig Null. Das bedeutet, dass das Feld auch beim Vorhandensein von Ladungen "korpuskularen" Charakter hat und dass man immer einen Vierervektor – den Impulsenergievektor des Feldes – bilden kann.

Der letztere Umstand (zum Unterschied von der Situation in der üblichen Elektrodynamik) ist natürlich durch die Unabhängigkeit der Zeit des Feldes T von den Zeiten der Ladungen t_s bedingt.

Wenn wir zu einer gemeinsamen Zeit t übergehen, so erscheint in (29) auf Grund der Beziehung

$$\frac{\partial T_{\lambda 4}}{\partial t} = \left(\frac{\partial T_{\lambda 4}}{\partial T} + \ldots + \frac{\partial T_{\lambda 4}}{\partial t_n}\right)_{t=t_1=\,..}$$

die "rechte Seite" in ihrer gewöhnlichen Form.

Auf diese Weise kann man alle Erhaltungssätze auch für die das Teilchen charakterisierenden Grössen finden; die Invarianz der entsprechenden Funktion $\int L_s dt_s$ bezüglich den Änderungen der Zeit $t_s \to t_s + \Delta t_s$ gibt den Erhaltungssatz der Energie, die Invarianz bezüglich der Änderungen der Raumkoordinaten $\mathbf{r}_s \to \mathbf{r}_s + \Delta\mathbf{r}_s$ führt zum Erhaltungssatz des Impulses, die Invarianz bezüglich der Drehungen um räumliche Achsen gibt den Erhaltungssatz des Momentes der Bewegungsgrösse, die Drehung um die Zeitachse gibt den Erhaltungssatz des Schwerpunkts.

Da alle t_s voneinander unabhängig sind, so bekommt man für jedes Teilchen, wie auch für das Feld, eigene Erhaltungssätze. Solche Erhaltungssätze, die sich auf das ganze Teilchensystem beziehen (auf die Bewegung des Schwerpunkts des Systems), existieren in dieser Theorie nicht [2].

Die Elektrodynamik von Dirac, Fock und Podolsky für das punktförmige Elektron ist, was ihre Ergebnisse anbetrifft, mit der Elektrodynamik in ihrer üblichen Darlegung völlig identisch. Zwar lassen sich die Fragen der relativistischen Symmetrie in mancher Hinsicht mehr deutlich formulieren, sehr bequem ist aber der Umstand, dass der Wellenvektor sowohl für longitudinale, als auch für transversale Schwingungen auch bei Vorhandensein von Teilchen immer ein vierdimensionaler Nullvektor bleibt. Beim ausgedehnten Elektron ist dies alles viel komplizierter.

Das "ausgedehnte" Elektron kann in die Hamiltonsche Funktion mittels eines abbrechenden Faktors eingeführt werden z. B.

$$D_\sigma = e^{-\sum v_\mu K_\mu^\sigma} \quad (\mu = 1, 2, 3, 4);$$

v_μ – die Geschwindigkeitskomponenten; K_μ^σ – der Nullvektor der Wellenzahl in der Entwicklung (2).

Kann man in der gegenwärtigen klassischen oder Quantentheorie, wenn auch vielleicht nur formal, aber folgerichtig und widerspruchsfrei den relativistisch invarianten abbrechenden Faktor einführen, indem man zugleich den Differentialcharakter der Gleichungen aufbewahrt? Diese Frage wird in der folgenden Arbeit untersucht.

REFERENCES

1. *Bloch F.* // Phys. Ztchr. Sowjetunion. 1934. Bd. 5. S. 301.
2. *Born M., Fuchs K.* // Nature. 1940. Vol. 145. P. 933.
3. *Dirac P.A., Fock V.A., Podolsky B.* // Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1932. Bd. 2. S. 468.
4. *Markow M.* // Ibid. 1936. Bd. 10. S. 773.

ОБ ОДНОМ КРИТЕРИИ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ*

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существуют различные попытки устранить известные трудности в теории поля. По мнению ряда авторов, существенную роль в будущей теории должна играть некоторая фундаментальная длина. Эта длина, войдя в математический аппарат теории, устранит расходимость известных интегралов.

Рассмотрим сначала одну группу попыток, вводящих в метод Гамильтона "длину" с помощью релятивистски-инвариантных "обрывающих" факторов [4, 8, 9].

Можно показать строго, что фундаментальная длина, вводимая таким образом, и метод Гамильтона несовместимы. Более того, фундаментальная длина несовместима с любым формализмом, сохраняющим релятивистски-инвариантное пространственно-временнóе описание [5].

Содержание последних попыток таково: вектор-потенциал (A_ν; $\nu = 1, 2, 3, 4$), описывающий взаимодействие электромагнитного поля с электроном[1], пишется в виде ряда или интеграла Фурье:

$$A_\nu = \sum_\mu A^+_{\nu\mu} e^{+i\{ck_\mu t - \mathbf{k}_\mu \mathbf{r}\}} + A^-_{\nu\mu} e^{-i\{ck_\mu t - \mathbf{k}_\mu \mathbf{r}\}}. \tag{1}$$

Релятивистски-инвариантная функция $B(k)$, быстро убывающая с частотой ("обрывающий" фактор), вводится фактором в каждый член разложения (1). Другими словами, вместо (1) пишется

$$A'_\nu = \sum_\mu A^+_{\nu\mu} e^{+i\{ck_\mu t - \mathbf{k}_\mu \mathbf{r}\}} B(k_\mu) + A^-_{\nu\mu} e^{-i\{ck_\mu t - \mathbf{k}_\mu \mathbf{r}\}} B(k_\mu). \tag{2}$$

Введя некоторый четырехмерный вектор λ, мы можем рассматривать факторы $B(k)$ как некоторые функции от инварианта (k, λ), например

$$B(k,\lambda) = e^{-k,\lambda} \text{ и т.д.} \tag{3}$$

Если для свободного поля писать разложение (1) и функцию $B(k, \lambda)$ вводить только в член взаимодействия электрона с полем, то λ можно рассматривать как, например, новую степень свободы электрона. Формально тот же результат может быть получен с помощью нового определения скобок Пуассона для амплитуд $A^\pm_{\nu\mu}(k_\mu)$ свободного поля, т.е. если вместо обычных скобок

$$[A^+_{\nu\mu}(k_\mu) A^-_{\nu\gamma}(k_\gamma)] = \delta_{\mu\gamma} \tag{4}$$

---

* ЖЭТФ. 1946. Т. 16, вып. 9. С. 790–799.

[1] Мы в дальнейшем в качестве примера будем иметь в виду электродинамику.

писать

$$[A^{+}_{\nu\mu}(k_\mu)A^{-}_{\nu\gamma}(k_\gamma)] = \delta_{\mu\gamma}C(k_\mu,\lambda) = B^2(k_\mu,\lambda). \qquad (5)$$

Конечно, в этом случае вектор λ должен иметь смысл для свободного поля.

В данном случае нас интересует лишь математическая непротиворечивость таких теорий, и мы не будем обсуждать физическую интерпретацию этого вектора. Тем более, как мы увидим ниже, во всех случаях, когда могла бы идти речь о физическом смысле этого вектора ($\lambda \neq 0$), теория оказывается внутренне противоречивой либо не дает сходимости интересующих нас интегралов.

§ 2. ТРЕБОВАНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ

Уравнение Дирака для электрона

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi, \qquad (6)$$

где

$$H = eA'_0(t,\mathbf{r}) - c\vec{\alpha}\left\{\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}'(t,\mathbf{r})\right\} - \beta mc^2, \qquad (7)$$

имеет по-прежнему релятивистски-инвариантный вид, если $A'_{\mu\nu}$ определены разложением (2) или через скобки Пуассона (5), а $B(k, \lambda)$ инвариантны.

Но требование релятивистской инвариантности уравнения движения (6), необходимое, но все же, как мы увидим ниже, не достаточное требование.

Действительно, пусть $M(t, \mathbf{r})$ и $N(T, \mathbf{R})$ – какие-то две физические величины. Одна из них взята в момент t в точке $\mathbf{r}$, а другая в какой-либо другой момент T в другой точке пространства $\mathbf{R}$.

Если при этом выполнено условие

$$c(t-T) < |\mathbf{r}-\mathbf{R}|, \qquad (8)$$

то между величинами M и N не должно быть какой-либо зависимости.

Пусть $M(t, \mathbf{r})$ есть функция Гамильтона $H(T, \mathbf{r})$, а $N(T, \mathbf{R})$ – вектор-потенциал, взятый в точке $\mathbf{R} \neq \mathbf{r}$ в момент $T \neq t$. Тогда скобка Пуассона от $H(t, \mathbf{r})$ и $A'(T, \mathbf{R})$ при условии (8) должна обращаться в нуль:

$$\frac{\partial A'(T,\mathbf{R})}{\partial t} = [H(t,\mathbf{r})A'(T,\mathbf{R})] \text{ при } c\,|t-T| < |\mathbf{r}-\mathbf{R}|. \qquad (9)$$

Используя (7) и (5) при вычислении скобки (9), имеем

$$\frac{\partial A(T,\mathbf{R})}{\partial t} = e\vec{\alpha}\int \sin\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{R}) - ck(t-T)\}\frac{dk_x dk_y dk_z}{k}C(k,\lambda). \qquad (10)$$

При $C(k, \lambda) = 1$ интеграл в правой части уравнения (10) представляет собой, как

известно, четырехмерную D-функцию:

$$D(x-X)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int\sin\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{R})-ck(t-T)\}\frac{dk_x dk_y dk_z}{k}, \tag{11}$$

которая как раз обращается в нуль при $c(t-T)<|\mathbf{r}-\mathbf{R}|$.

При $C(k,\lambda)\neq 1$ условие (9), вообще говоря, не выполняется, и в противоречии с конечностью скорости распространения взаимодействия имеется связь между $H(t,\mathbf{r})$ и $A(T,\mathbf{R})$ даже в случае $c(t-T)<|\mathbf{r}-\mathbf{R}|$.

Мы видим, таким образом, что релятивистская инвариантность уравнения движения (6) не ведет автоматически к выполнению требования (9), что понятно, так как требование (9) относится к двум событиям $(t,\mathbf{r})$ и $(T,\mathbf{R})$, в то время как величины, входящие в уравнение движения (6), являются функциями только четырех чисел $(t,\mathbf{r})$. В необходимости учета при исследовании вопросов релятивистской инвариантности дополнительного условия (9) можно видеть известное несовершенство математического аппарата теории. И действительно, строго последовательная релятивистская теория, даваемая многовременным формализмом Дирака, органически включает в себя требование (9). Как известно, здесь мы имеем для n электронов и поля систему из $n+1$ совместных дифференциальных уравнений:

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t_s}=H_s(t_s,\mathrm{r}_s)\psi\quad(s=1,2,\ldots,n), \tag{12}$$

где

$$H_s=e_sA_s^0-c\vec{\alpha}_s\left(\mathbf{p}_s-\frac{e_s}{c}\mathbf{A}_s\right)-\beta_s m_s c^2, \tag{13}$$

и уравнения для поля

$$\frac{\partial^2A}{\partial X^2}+\frac{\partial^2A}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2A}{\partial Z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2A}{\partial T^2}=0. \tag{14}$$

Система уравнений (12) имеет решение, если выполняются известные условия интегрируемости системы дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial t_s\partial t_{s'}}-\frac{\partial^2}{\partial t_{s'}\partial t_s}\right\}\psi=0. \tag{15}$$

Как указал Ф. Блох, условие (15) налагает в данном случае требование:

$$i\hbar\left(\frac{\partial^2}{\partial t_s\partial t_{s'}}-\frac{\partial^2}{\partial t_{s'}\partial t_s}\right)\psi=[H_sH_{s'}]\psi=e_se_{s'}\{[A_s^0A_{s'}^0]+\vec{\alpha}_s\vec{\alpha}_{s'}[\mathbf{A}_s\mathbf{A}_{s'}]\}\psi=$$

$$=\frac{e_se_{s'}}{i}c\hbar\{1-\vec{\alpha}_s\vec{\alpha}_{s'}\}\int C(k,\lambda)\sin[\mathbf{k}(\mathbf{r}_s-\mathbf{r}_{s'})-ck(t_s-t_{s'})]\frac{dk_xdk_ydk_z}{k}\psi=0. \tag{16}$$

В противном случае, несмотря на инвариантный вид уравнения (12), теория

несостоятельна, ибо соответствующая система уравнений не имеет решений. В классической теории, как нами показано, условие (16) принимает вид [6]

$$\frac{\partial H_s}{\partial t_{s'}} = e_s e_{s'}\left(1-\frac{v_s v_{s'}}{c^2}\right) c\int \sin[\mathbf{k}(\mathbf{r}_s-\mathbf{r}_{s'})-kc(t_s-t_{s'})]\frac{dk_x dk_y dk_z}{k},$$

если $C(k, \lambda) = 1$.

§ 3. РАЗЛИЧНЫЕ СЛУЧАИ ИНТЕГРИРУЕМЫХ $C(k, \lambda)$

A priori ясно, что, кроме случая $C(k, \lambda) = 1$, лишь какие-то очень специальные функции $C(k, \lambda)$ удовлетворяют условиям (9) или (16).

Рассмотрим в качестве примера фактор (3). Интеграл (10) или (15) получает конкретный вид:

$$J = \int_0^\infty e^{-2k\lambda} \sin\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{R})-ck(t-T)\}\frac{dk_x dk_y dk_z}{k}. \tag{17}$$

Отсюда простым преобразованием подынтегрального выражения можно получить:

$$J = \frac{1}{2}\{D(x-X-i2\lambda)+D(x-X+i2\lambda)\}+\frac{i}{2}\{\Delta(x-X-i2\lambda)-\Delta(x-X+i2\lambda)\}, \tag{18}$$

где $D(x-X \pm i2\lambda)$ представляет собой интеграл вида (11), т.е. четырехмерную D-функцию от смещенного в мнимую область аргумента, а $\Delta(x-X \pm i2\lambda)$ – тот же интеграл (11) с заменой функции sinus на cosinus [7].

Функция $\Delta(x-X)$, хотя она релятивистски инвариантна, не удовлетворяет, как указал Паули, условию на конусе, и, следовательно, выражение (17) при $\lambda \neq 0$ не удовлетворяет требованию (9); этот же результат можно получить непосредственным вычислением интеграла.

Легко убедиться, что интегрируемый фактор $C(k, \lambda)$ ведет к неточечному источнику, что выражение для плотности заряда дается теперь в виде (см. Дополнение)

$$\rho(\mathbf{r}-\mathbf{R}) = \frac{e}{(2\pi)^3}\int \cos\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{R})C(k,\lambda)dk_x dk_y dk_z. \tag{19}$$

При $C(k, \lambda) = 1$ выражение (19) переходит в обычную δ-функцию.

В случае времеобразного вектора λ в системе координат, где $\lambda \neq 0$; $\vec{\lambda} = 0$, фактор (3) приводит к функции распределения в виде

$$\rho(r) = \frac{e}{2\pi}\frac{\lambda}{(\lambda^2+r^2)^2}, \tag{20}$$

здесь λ играет роль критической длины.

Таким образом можно идти обратно: задав какую-то произвольную функцию $\rho(r)$, с помощью (19) или, вернее, (5) искать соответствующий фактор $C(k, \lambda)$ и убедиться в невыполнимости условия (9).

Хотя в последнем мы убедились на конкретном примере фактора (3), но достаточно очевидно, что любая функция $C(k, \lambda)$, которая ведет к неточечному заряду, не удовлетворяет условию (9). Различные факторы $C(k, \lambda)$ дают различную внешнюю форму заряда, а суть вся в том, что введение "обрывающего" фактора эквивалентно рассмотрению протяженного заряда, сигнал по которому передается со скоростью, большей критической ("твердый" электрон).

Общий результат можно формулировать иначе: не существует ψ-функции, описывающей поведение заряда с распределенной плотностью.

Стремя λ к нулю в конечных результатах вычислений, мы получаем при интегрируемом факторе $C(k, \lambda)$ обычную теорию со всеми ее трудностями. В настоящее время обсуждаются попытки использовать такие факторы, которые при стремлении $\lambda \to 0$ в конечных результатах вычислений не давали бы обычно расходящихся интегралов. Такие факторы, как показал Дирак, действительно существуют. Они в отличие от рассмотренных нами не собственно интегрируемы[2]. Рассмотрим некоторые из них.

§ 4. РАЗЛИЧНЫЕ СЛУЧАИ ПРЕДЕЛЬНЫХ λ-ПРОЦЕССОВ

Как мы увидим ниже, последний класс факторов $C(k, \lambda)$ связан с разрывными функциями плотности заряда и потенциала, а специфические их свойства – с неоднозначностью способа стремления к месту разрыва [1, 10].

λ-процесс Венцеля–Дирака

Пусть для скалярного потенциала в нерелятивистском случае мы имеем разрывную функцию, так что

$$\varphi(r) = e\frac{f(r)}{r}; \tag{21}$$

$$f(r) = 1, \text{ если } r > \lambda; \quad f(r) = 0, \text{ если } r < \lambda; \tag{22}$$

тогда уравнение Пуассона для φ запишется в виде

$$\frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\varphi}{dr} = e\frac{f''(r)}{r}. \tag{23}$$

Правая часть уравнения (23) на основании (19) запишется:

$$-\frac{e}{2\pi^2}\int \cos \mathbf{kr} C(k,\lambda) dk_x dk_y dk_z = e\frac{f''(r)}{r} = 4\pi\rho, \tag{24}$$

---

[2] Надо иметь в виду, как нами указано (см. Дополнение), что задание распределенной плотности как $\rho(r)$ само по себе еще не противоречит релятивизму.

откуда

$$k \cdot C(k,\lambda) = -\int_0^\infty f''(r)\sin kr\,dr = -f'(r)\sin kr\Big|_0^\infty + \int_0^\infty f'(r)\cos kr \cdot r \cdot dr, \tag{25}$$

но производная от разрывной функции $f(r)$ обладает свойствами δ-функции:

$$\int_0^\infty f'(r)\Phi(r)dr = [f(r)\Phi(r)]_0^\infty - \int_0^\infty f'(r)\Phi'(r)dr = \Phi(\infty) - \int_0^\infty \Phi(r)dr = \Phi(\lambda), \tag{26}$$

следовательно:

$$C(k,\lambda) = \cos k\lambda. \tag{27}$$

После простых преобразований интеграл (16) с фактором (27) выражается через четырехмерные D-функции со смещенным аргументом

$$\frac{1}{2}\{D(x-x'+\lambda)+D(x-x'-\lambda)\}. \tag{28}$$

Правда, здесь условие (9) выполняется лишь в области

$$c(t-t'\pm\lambda) < |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1 \pm \vec{\lambda}| \tag{29}$$

и при $\vec{\lambda} = 0$; $\lambda \neq 0$ даже в случае $c(t-t') < |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|$ возможно, что $c(t-t'+\lambda) > |\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|$, т.е. существует при конечном λ область, где сигнал распространяется со скоростью, большей критической. Но при $\lambda \to 0$ условие (9) выполняется точно, а расходящиеся интегралы прежней теории типа

$$\int_0^\infty k^{2n}dk \to \int_0^\infty k^{2n}\cos k\lambda dk = 0 \tag{30}$$

исчезают, если $\lambda \to 0$ после интегрирования.

Пусть

$$f(r) = 1, \quad \text{если} \quad r > \lambda;$$
$$f(r) = \frac{r}{\mu}, \quad \text{если} \quad r < \lambda. \tag{31}$$

Случай при $\mu = \lambda$ описывает заряженную сферическую поверхность радиуса λ. Рассмотрение, аналогичное предыдущему, дает

$$C(k,\lambda) = \cos k\lambda\left(1-\frac{\lambda}{\mu}\right) + \frac{\sin k\lambda}{k\mu}. \tag{32}$$

Собственная электростатическая энергия электрона при использовании фактора (32), в отличие от случая Дирака, не будет нулем; она конечна, но также не зависит от λ:

$$\int_0^\infty C(k,\lambda)dk = \frac{1}{\mu}\int_0^\infty \frac{\sin k\lambda}{k}dk = \frac{\pi}{2}\frac{1}{\mu}, \tag{33}$$

при $\mu = \lambda$ фактор (32) переходит в

$$C(k,\lambda) = \frac{\sin k\lambda}{k\lambda}. \tag{34}$$

Считая k и λ четырехмерными векторами, мы получаем релятивистски-инвариантный фактор, его некоторым обобщением будет выражение

$$C(k,\mu,\lambda) = \frac{\sin k\lambda}{k\mu} + \cos k\lambda, \tag{35}$$

где μ – некоторый другой четырехмерный вектор. Рассматриваемый случай любопытен тем, что имеется длина μ при точечном источнике ($\lambda \to 0$).

Условие существования ψ-функции для уравнения с фактором вида $\sin k\lambda / k\mu$ требует обращения в нуль интеграла:

$$J = \int\limits_0^\infty \frac{\sin k\lambda}{k\mu} \sin\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{R}) - ck(t-T)\} \frac{dk_x dk_y dk_z}{k}. \tag{36}$$

Этот интеграл – инвариант. Рассмотрим его значение в той системе координат, в которой $\vec{\mu} = 0$, $\mu \neq 0$:

$$J = -\frac{\pi}{\mu} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}-\vec{\lambda}|} \left\{ \frac{\pi}{2} - \begin{matrix} +\frac{\pi}{2}, & \text{если } c(t-T-\lambda) > |\mathbf{r}-\mathbf{R}-\lambda| \\ -\frac{\pi}{2}, & \text{если } c(t-T-\lambda) < |\mathbf{r}-\mathbf{R}-\lambda| \end{matrix} \right\} +$$

$$+\frac{\pi}{\mu} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}-\vec{\lambda}|} \left\{ \frac{\pi}{2} - \begin{matrix} +\frac{\pi}{2}, & \text{если } c(t-T+\lambda) > |\mathbf{r}-\mathbf{R}+\lambda| \\ -\frac{\pi}{2}, & \text{если } c(t-T+\lambda) < |\mathbf{r}-\mathbf{R}+\lambda| \end{matrix} \right\}, \tag{37}$$

т.е. при конечном λ ψ-функция не существует, даже если $c(t-T-\lambda) < |\mathbf{r}-\mathbf{R}-\vec{\lambda}|$. Другими словами, осуществляется связь внесветового конуса при малых временах и как угодно больших расстояниях, чем этот случай существенно отличается от случая Дирака. Рассматривая в (22) различное поведение функции $f(r)$ при $r < \lambda$, мы получаем различные случаи предельных процессов. Но, по-видимому, все они при $\lambda \neq 0$ не удовлетворяют условию (9).

Рассмотрим случаи факторов, которые не содержат явно волновых чисел, а представляются некоторыми операторами, с помощью которых можно записать в гамильтоновой форме "вычислительную схему", предложенную Гайтлером–Пенгом и др.

§ 5. "ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СХЕМЫ"

По своему математическому смыслу теория возмущений должна давать приближенные решения уравнения (6). Но так как уравнение Дирака, в сущности, не имеет решений, то фактически в настоящее время мы принуждены пользоваться математическим аппаратом теории возмущений как самостоятельной "вычислительной схемой", независимой от уравнения Дирака. Поскольку в случаях, срав-

нимых с опытом, метод дает хорошие результаты, естественна идея узаконить это обстоятельство [3, 5].

Другими словами, необходимо определить строгим образом физические понятия, содержащиеся в данной "вычислительной схеме", определить внутренне непротиворечивым образом операции над ними и получить таким образом последовательную "вычислительную схему" для различных электродинамических случаев, свободную от известных трудностей электродинамики. Так как в соответствующую систему уравнений теории возмущений расходящиеся интегралы входят явно, то наиболее простая попытка исправить теорию – это вычеркнуть расходящиеся выражения всюду, где они встречаются, и узаконить полученные уравнения. В таком виде теория была предложена Гайтлером и Пенгом. Хотя вид этих уравнений не дан авторами в релятивистски-инвариантной форме, но это можно сделать, пользуясь релятивистски-инвариантной записью теории возмущений, предложенной Штюкельбергом.

В данном случае мы имеем дело с отказом в известном смысле от обычной гамильтоновой схемы. Но, в сущности, в самих физических принципах нет ничего принципиально нового, что бы ограничивало пространственно-временнóе описание, например преобразование от пространства импульсов к координатному пространству и т.д. Иначе говоря, теория не связана с какой-либо новой константой, ограничивающей пространственно-временнóе описание, и естественна попытка найти гамильтонову форму такой теории.

Расходящиеся выражения получаются, как известно, при суммировании по таким промежуточным состояниям, в которых электрон испускает и поглощает тот же самый фотон. Все рассмотренные нами случаи решения проблемы связаны с другим определением этой суммы. "Вычислительная схема" Гайтлера–Пенга эквивалентна такой форме гамильтоновых уравнений, которые запрещают подобные промежуточные состояния[3]. Рассмотрим возможные формальные записи таких ограничений. Испускание и поглощение того же самого фотона (k) записывается произведением операторов амплитуд

$$A_k^+ A_k^- \tag{38}$$

или, используя неопределенный пока фактор B_k,

$$A_k^+ B_k A_k^- B_k. \tag{39}$$

Для того чтобы выражение (39) обращалось в нуль, достаточно, чтобы

$$B_k B_{k'} = 0, \quad \text{если} \quad k = k'. \tag{40}$$

Этому условию удовлетворяет, например, оператор

$$B = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}; \qquad B^2 = 0. \tag{41}$$

---

[3] В λ-теории Дирака эта сумма обращается в нуль только в случае обмена частицами, не имеющими собственной массы покоя (фотон, нейтрино). Поэтому λ-теория не является гамильтоновой формой "вычислительной схемы" Гайтлера–Пенга.

Следуя математическому смыслу этого оператора, мы должны ввести два новых состояния и нумеровать их, например, 0 и 1:

$$\psi(\xi)=\delta_{\xi_0,\xi}, \quad \text{где} \quad \xi_0=0 \quad \text{или} \quad 1.$$

Одно из них можно сопоставить со случаем, когда было взаимодействие с квантом номера k: $\delta_{1_k,\xi}$ (испускание или поглощение), другое – со случаем, когда взаимодействия с данным квантом не было: $\delta_{0_k,\xi}$. Эти новые состояния должны различаться номерами фотонов (k) и номерами электронов (j)

$$\psi_{kj}(\xi)=\delta^{(j)}_{\xi_k,\xi}, \tag{42}$$

так что

$$B_{kj}B_{k'j}\neq 0; \qquad B_{ki}B_{kj}\neq 0,$$

ибо соответствующие матрицы действуют на различные состояния $\psi_{kj}(\xi)$.

Для j-го электрона полное описание состояния по переменным ξ дается в виде

$$\prod_k \psi_{kj}(\xi)=\prod_k \delta^{(j)}_{\xi_k,\xi}, \quad \text{где} \quad \xi_k=0 \quad \text{или} \quad 1. \tag{43}$$

Оператор B_k, действуя на $\psi_{kj}(0)$, заменяет ее на $\psi_{kj}(1)$, а действуя на $\psi_{kj}(1)$, дает нуль.

Интеграл (10) имеет теперь вид

$$\int_0^\infty \sin\{\mathbf{k}(\mathbf{r}-\mathbf{R})-ck(t-T)\}\frac{dk_x dk_y dk_z}{k}B_k\psi. \tag{44}$$

Если в одном из множителей произведения (43), входящего в функцию ψ, встречается функция $\delta_{1_k,\xi}$, то оператор B_k, действуя на ψ-функцию, дает нуль. Это значит, что из интеграла (44) выпадает подынтегральное выражение для соответствующего k. Если состояния $\delta_{1_k,\xi}$ заполняют непрерывный участок спектра, то подынтегральное выражение (44) исчезает на всем этом участке. Но интеграл (44) с произвольно выброшенными участками интегрирования, вообще говоря, не образует четырехмерной D-функции и не удовлетворит условию "вне конуса".

Интеграл (11) не меняет своего значения в том случае, если в пространстве k, например, вычеркнуть счетное множество точек, поскольку излучение соответствует только дискретному спектру. С другой стороны, вычеркивание по регулярному закону целых участков непрерывного спектра может удовлетворить условию конечности распространения сигнала (например, ряд, представляющий четырехмерную D-функцию "в ящике"). Иначе говоря, критерий (9), если и не закрывает данную возможность, то налагает существенные ограничения на излучение. Правда, если состояние $\delta_{1\xi}$ и $\delta_{0\xi}$ считать различными лишь в промежуточных состояниях, то критерий (9) не ведет к каким-либо новым ограничениям. По своим результатам последний случай буквально соответствует "вычислительной схеме" Гайтлера–Пенга.

Случай фактора (41) мы привели лишь в качестве примера применения условия (9). К самой же попытке по существу мы вернемся в дальнейшем, если более подробный анализ не покажет ее несостоятельности в других физических вопросах[4].

Не так давно Гейзенберг предложил более общий случай "вычислительной схемы" [2].

Хотя руководящими идеями Гейзенберга были идеи фундаментальной длины, ограничивающей пространственно-временнóе описание, предложенный им математический аппарат фактически не содержит фундаментальной длины и, более того, что главное, внутри математической схемы Гейзенберга нет внутренней необходимости для введения критической длины: обсуждаемые трудности теории поля отсутствуют в математическом аппарате Гейзенберга, по определению, и для точечных взаимодействий.

Отсюда, строго говоря, не ясно, что на описание с помощью матрицы S нельзя смотреть как на элемент некоторого другого пространственно-временнóго описания, но в таком случае здесь надо осторожнее отнестись к доказательству релятивистской инвариантности и тем требованиям внутренней непротиворечивости, которые должны быть предъявлены к такой теории.

Конечно, можно отказаться "в малом" от точной пространственно-временнóй локализации событий, и тогда точное применение условия (9) оказывается бессодержательным, но соответствующий внутренне непротиворечивый и однозначный математический аппарат пока не удалось построить.

ДОПОЛНЕНИЕ

В многовременном формализме различаются производные по времени частицы

$$\frac{\partial F}{\partial t_s} = [FH_s]$$

и производные по времени поля

$$\frac{\partial F}{\partial T} = [FH_f].$$

Производная по общему времени определяется:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \left[\frac{\partial F}{\partial t_s} + \frac{\partial F}{\partial T}\right]_{T=t}.$$

Если $F = \partial A / \partial T$, $\mathbf{A}$ – вектор-потенциал поля, то

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2}\left[\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t_s \partial T} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T^2}\right]_{T=t_s},$$

[4] Если состояниям $\psi_{1\xi}$ придавать смысл наблюдаемых состояний, то поведение электрона в такой теории существенно отличается от обычной, по-видимому, она допускает такие состояния, в которых электрон не может терять энергию на излучение, если $\psi(\xi) = \Pi\delta_{1\kappa\xi}$.

а также на основании (14) $1/c^2 \cdot \partial^2 A/\partial T^2 = \nabla^2 A$, то вычисление выражения $1/c^2(\partial^2 A/\partial t_s \partial T)_{T=t_s}$ должно давать выражение для плотности тока. На основании (10) имеем

$$\frac{1}{c^2}\left\{\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t_s \partial T}\right\}_{T=t_s} = \frac{1}{c^2}\left\{\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial T \partial t_s}\right\}_{T=t_s} =$$

$$= \{-e\vec{\alpha}_s \int \cos k(\mathbf{r}_s - \mathbf{R}) - ck(t_s - T)\}_{t_s = T} C(k) dk_x dk_y dk_z =$$

$$= -c\vec{\alpha}_s \int \cos \mathbf{k}(\mathbf{r}_s - \mathbf{R}) C(k) dk_x dk_y dk_z. \qquad (45)$$

Здесь обращает на себя внимание, что выражения для плотности тока и заряда являются в любой лоренцевой системе функциями только координат. Правда, пользуясь лоренцевыми преобразованиями, мы можем преобразовать (45) в другую систему координат и получить $t_s \neq T$, но полученное выражение имеет отношение к току, как показано в общем виде, лишь в сечении $t_s = T$ по самому смыслу вывода уравнения Д'Аламбера. Аналогичный случай мы имеем с понятием общего импульса многих частиц, если эти импульсы меняются со временем. Конечно, общий импульс частиц можно как целое преобразовать в другую систему координат, но эта величина не имеет физического смысла в другой системе, но имеет смысл преобразовать импульс каждой частицы в отдельности, а затем взять сумму от импульсов, отнесенных к одному и тому же моменту.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dirac P.A.M.* // Commun. Dublin Inst. Adv. Stud. 1943. N 1.
2. *Heisenberg W.* // Ztschr. Phys. 1943. Bd. 120. S. 513.
3. *Heitler W., Peng H.* // Proc. Cambridge Phys. Soc. 1942. Vol. 38. P. 296.
4. *Hoyl F.* // Ibid. 1939. Vol. 35. P. 419.
5. *Markow M.* // J. Phys. 1940. Vol. 2. P. 461.
6. *Markow M.* // Ibid. 1942. Vol. 7. P. 42.
7. *Pauli W.* // Rev. Mod. Phys. 1941. Vol. 13. P. 203.
8. *Scherzer O.* // Ann. Phys. 1939. Vol. 34. P. 385.
9. *Watagin G.* // Ztschr. Phys. 1934. Bd. 88. S. 92.
10. *Wentzel G.* // Ibid. 1933. Bd. 86. S. 479.

ОБ ОБРАТНОМ ДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЭЛЕКТРОНА*

§ 1. ВВЕДЕНИЕ

В нерелятивистском приближении обратное действие электромагнитного поля на движущийся электрон учитывается членом $\frac{2}{3}\cdot e^2/c^3\cdot\dddot{x}(t)$ и уравнение движения пишется обычно в виде

$$(m+m_e)\ddot{x}-\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\dddot{x}=F, \tag{1}$$

где m и m_e – механическая и электромагнитные массы электрона, e – заряд, c – скорость света, F – внешняя сила, действующая на электрон, x – координата центра тяжести электрона.

В теории неточечного электрона уравнение (1) – приближенное уравнение, оно учитывает лишь первые члены ряда, которым дается сила "собственного" поля, действующего на электрон.

Ниже для случая неточечного заряда получено более полное решение задачи действия собственного поля на заряд и найдено, что при действии внешней периодической силы $F=e^{i\omega t}$ высшие члены силы Лоренца неожиданным образом полностью компенсируют влияние члена $\dddot{x}$. Другими словами, решение точного уравнения не дает обычно обсуждаемого затухания амплитуды x для больших частот рассеиваемого излучения, вернее, периодической внешней силы.

При переходе к точечному электрону в его обычном смысле мы имеем $m_e\to\infty$, и уравнение (1) теряет смысл.

С другой стороны, в последние годы имеются попытки рассматривать уравнение типа (1) как точное [2]. Эти попытки связаны с представлением об электроне как точечной частице в смысле предельного λ-процесса [3] ($m_e=0$).

В последних случаях возникает ряд вопросов.

1. Уравнение (1) имеет нарастающее решение типа $e^{+\alpha t}$ даже в отсутствие внешнего поля.

2. Вопрос о начальных условиях: так как уравнение третьего порядка, то, кроме обычных начальных данных, требуется задание в начальный момент второй производной по времени.

3. Уравнение не симметрично в отношении изменения знака времени[1].

Хотя первые два вопроса были подробно рассмотрены [2], но толкование их, данное Дираком, приводит в некоторой области к противоречию с релятивизмом. Именно к такому противоречию, которого нет, как мы увидим ниже, в исходной

---

* ЖЭТФ. 1946. Т. 16, вып. 9. С. 800–809.

[1] Последнее замечание принадлежит И.Е. Тамму. И.Е. Тамм на руководимом им теоретическом семинаре неоднократно приводил это замечание как возражение против уравнения (1).

системе электродинамических уравнений, из которых путем исключения поля получается уравнение (1).

Уравнение (1) (с $m_e = 0$) действительно следует из системы электродинамических уравнений теории предельного λ-процесса при $\lambda = 0$. Но более подробный анализ показывает, однако, что в теории предельного λ-процесса существенно и последовательно сохранить в уравнениях движения вектор λ, отличный от нуля, т.е. стремить к нулю этот вектор лишь в решениях. Тогда вместо уравнения (1) мы имеем некоторое другое уравнение (25) или (27), а все возникшие вопросы и затруднения, как выясняется, носят чисто математический характер и отсутствуют при более строгом анализе проблемы.

Теория приводит в этом случае, в отличие от случая распределенного заряда, к характерному затуханию (31).

§ 2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Систему уравнений электродинамики запишем в виде

$$\frac{d}{dt}(m\dot{\mathbf{R}}) = \int \rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})\mathbf{E}dv + \frac{1}{c}\int \rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})[\dot{\mathbf{R}}\mathbf{H}]dv + \mathbf{F}; \tag{2}$$

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}; \quad \mathbf{H} = \operatorname{rot}\mathbf{A}; \ \nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -4\pi\rho(\mathbf{r}-\mathbf{R}); \tag{3}$$

$$\nabla^2\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -4\pi\rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})\frac{\dot{\mathbf{R}}}{c},$$

где $\mathbf{R}$ – вектор, характеризующий положение центра тяжести заряда, $\mathbf{r}$ – вектор, характеризующий любую точку пространства, φ и $\mathbf{A}$ – скалярный и векторный потенциалы, $\rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})$ – функция плотности заряда.

С помощью двух уравнений (3) мы можем исключить поле (**E** и **H**) из уравнения (2) и таким образом получить уравнение

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(m\dot{\mathbf{R}}) = &-\frac{1}{2\pi^2}\iiint_{-\infty}^{+\infty}\rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})\iiint_{-\infty}^{+\infty} e^{i\mathbf{kr}}\int_{t_0}^{t}\iiint_{-\infty}^{+\infty}\rho(\mathbf{r}'-\mathbf{R}')\mathbf{R}'\cdot e^{-i\mathbf{kr}'}\times\\
&\times\cos kc(t-t')dv'dt'dv_k dv - \frac{ic}{2\pi^2}\iiint_{-\infty}^{+\infty}\rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})\iiint_{-\infty}^{+\infty}e^{i\mathbf{kr}}\frac{\mathbf{k}}{k}\int_{t_0}^{t}\iiint_{-\infty}^{+\infty}\rho(\mathbf{r}'-\mathbf{R}')e^{-i\mathbf{kr}'}\times\\
&\times\sin kc(t-t')dv'\,dt'\,dv_k\,dv + \frac{i}{c2\pi^2}\iiint_{-\infty}^{+\infty}\rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})\iiint_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{i\mathbf{kr}}}{k}\times\\
&\times\int_{t_0}^{t}\iiint_{-\infty}^{+\infty}\rho(\mathbf{r}'-\mathbf{R}')e^{-i\mathbf{kr}'}[\dot{\mathbf{R}}[\mathbf{k}\dot{\mathbf{R}}']]\sin kc(t-t')dv'\,dt'dv_k dv +\\
&+\iiint_{-\infty}^{+\infty}\rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})\left(\mathbf{E}^0 + \frac{1}{c}[\dot{\mathbf{R}}\mathbf{H}^0]\right)dv + F.
\end{aligned} \tag{4}$$

В виде (4) уравнение было записано Белоусовым [1].

Решения уравнения (3) задавались Белоусовым в виде интегралов Фурье; поэтому в уравнении (4) содержится интегрирование по пространству v_k ($\mathbf{k}$ – волновой вектор), а решения соответствующего уравнения для амплитуд этого разложения даются интегралами по времени вида

$$y_k = y_k^0 + \int\limits_{t_0} \rho_k \sin kc(t-t')dt'; \qquad \mathbf{R}' = R(t').$$

Запись уравнения в виде (4) делает прозрачным вопрос о начальных условиях. Действительно, в момент t_0 мы имеем

$$\left.\frac{d}{dt}\{m\dot{\mathbf{R}}(t)\}\right|_{t=t_0} = \iiint\limits_{-\infty}^{+\infty} \rho(\mathbf{r}-\mathbf{R})\left(\mathbf{E}^0 + \frac{1}{c}[\dot{\mathbf{R}}\mathbf{H}^0]\right)dv\,|_{t_0} + F_{t_0}, \tag{5}$$

т.е. $\ddot{\mathbf{R}}(t_0)$ вполне определяется через $\mathbf{R}(t_0)$ и $\dot{\mathbf{R}}(t_0)$. Дифференцируя уравнение (4) по t, Белоусов [1] приходит к выводу, что и все высшие производные ($\mathbf{R}^n(t_0)$) определяются через $\mathbf{R}(t_0)$ и $\dot{\mathbf{R}}(t_0)$, таким образом нельзя задавать произвольно $\ddot{\mathbf{R}}(t)$ и при решении уравнения (1). Последнее замечание существенно в дальнейшем при анализе результатов Дирака в его теории классического электрона.

Переходя к нерелятивистскому случаю прямолинейного движения электрона, мы вместо уравнения (4) получим:

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{4}{3}\frac{e^2}{c}\int\limits_0^{\infty}\int\limits_{t_0}^{t} \ddot{x}(s)\cdot k\cdot \sin kc(t-s)\cdot f^2(k)dkds + F, \tag{6}$$

где $f(k)$ – формфактор заряда:

$$f(k) = \int \rho(\mathbf{r})e^{i\mathbf{kr}}dv.$$

Уравнение (6) получено нами из уравнения (4) интегрированием по частям. При выводе уравнения (6) предположено: а) прямолинейное движение по оси x, б) малость смещения $x(t) - x(s) = \beta$ за время $t - s$ (высшими степенями β пренебрегаем, что справедливо в нерелятивистском приближении); в) времена $t - t_0$ будут большими.

Эти условия тождественны с условиями, при которых обычно выводится уравнение (1). При выводе (1) обычно полагается $t_0 = -\infty$, что дает возможность ограничиться запаздывающими потенциалами, данными в виде интегралов по всему пространству, и не рассматривать условия для поля на поверхности сферы радиуса $c(t - t_0)$.

§ 3. ЭЛЕКТРОН ЛОРЕНЦА

Рассмотрим неточечный электрон, выберем для простоты формфактор в виде [1]

$$f(k) = \frac{1}{1 + a^2 k^2}. \tag{7}$$

Начальные условия отнесем к $t_0 = -\infty$. Внешнюю силу выберем в виде $E_0 e^{i\omega t}$. Теперь мы имеем интегральное уравнение относительно $\ddot{x}$:

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{4}{3}\pi \frac{e^2}{c} \int_0^\infty \int_{-\infty}^{t} \ddot{x}(s) k \cdot \sin kc(t-s) f^2(k) dk ds + eE_0 e^{i\omega t}. \tag{8}$$

Используя фактор (7) и интегрируя по k, получим

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{1}{3}\frac{e}{ac^2} \int_{-\infty}^{t} \ddot{x}(s) \frac{c(t-s)}{a} e^{-c(t-s)/a} ds \frac{c}{a} + eE_0 e^{i\omega t}. \tag{9}$$

Будем искать периодическое решение этого интегрального уравнения. Пусть

$$\ddot{x}(t) = B e^{i\omega t}. \tag{10}$$

Подставляя (10) в интегральное уравнение, получаем уравнение для определения B и в конце концов имеем:

$$\ddot{x}(t) = \frac{eE_0}{m} e^{i\omega t} \frac{\left(1 + i\frac{a\omega}{c}\right)^2}{\gamma + \left(1 + \frac{a\omega}{c}\right)^2}, \tag{11}$$

где

$$\gamma = \frac{1}{3}\frac{e^2}{mc^2 a} = \frac{1}{3}\frac{r_0}{a}; \qquad r_0 = \frac{e^2}{mc^2}.$$

Решение (11) можно записать в виде

$$\ddot{x}(t) = \frac{eEe^{i(\omega t - \delta)}\left(1 + \frac{a^2\omega^2}{c^2}\right)\sqrt{\left(1 + \frac{a^2\omega^2}{c^2}\right)^2 + 2\gamma\left(1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}\right) + \gamma^2}}{m\left(\gamma + 1 - \frac{a^2\omega^2}{c^2}\right)^2 + 4\frac{a^2\omega^2}{c^2}}, \tag{12}$$

где

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{2\gamma\dfrac{a\omega}{c}}{\left(1+\dfrac{a^2\omega^2}{c^2}\right)^2 + \gamma\left(1-\dfrac{a^2\omega^2}{c^2}\right)},$$

а) если $\omega a / c \ll 1$; $a \gg r_0$; $\gamma < 1$, то

$$\ddot{x} = \frac{eE_0}{m} e^{i\omega t}; \tag{13}$$

б) если $\omega a / c \ll 1$; $a \ll r_0$; $\gamma > 1$, то

$$\ddot{x} = \frac{eE_0}{m\lambda} e^{i\omega t}; \tag{14}$$

в) если $\omega a / c \gg 1$; $a^2\omega^2 / c^2 \gg \gamma$; $\omega^2 a^2 / c^2 \gg \dfrac{\omega a}{c}$, имеем снова

$$\ddot{x} = \frac{eE_0}{m} e^{i\omega t}. \tag{15}$$

Несколько неожиданно, что для больших частот выражение (15) не содержит затухания, характерного для так называемого радиационного трения. Вычисления показывают, что этот результат не зависит от вида фактора $f(k)$.

Соответствующая задача, решенная с учетом только радиационного трения [учет первых членов ряда (17)], приводит к выражению, падающему с частотой:

$$\ddot{x} = \frac{eE_0 e^{i\omega t}}{m - \dfrac{2}{3}\dfrac{e^2}{c^3} i\omega}. \tag{16}$$

Таким образом, в случае неточечного электрона высшие члены ряда [см. ниже (17)] вполне компенсируют при больших частотах влияние радиационного трения $(\dddot{x})$. Здесь надо отметить, что речь идет о выяснении роли радиационного торможения, которое не связано с геометрическими размерами заряда. Конечно, геометрические размеры заряда по-своему будут влиять на взаимодействие с полями больших частот, но для каждой заданной частоты внешнего поля, уменьшая пространственные размеры разряда, это влияние можно сделать как угодно малым.

Интегрируя по частям в (9), мы легко можем записать это уравнение в виде ряда

$$m\ddot{x} = -\frac{1}{3}\frac{e^2}{ac^2}\ddot{x} + \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\dddot{x} - \frac{3}{3}\frac{e^2}{c^3}\left(\frac{a}{c}\right)^1 \ddddot{x} + \frac{4}{3}\frac{e^2}{c^3}\left(\frac{a}{c}\right)^2 x^{(5)} + \ldots + F. \tag{17}$$

Этот ряд интересен тем, что в явной форме можно выписать его любой член.

Мы можем предыдущую задачу и здесь решать подстановкой. Подстановка дает для $\ddot{x}$ выражение

$$\ddot{x} = \frac{eE_0 e^{i\omega t}}{m + \frac{1}{3}\frac{e^2}{ac^2} - \frac{1}{3}\frac{e^2}{c^3} i\omega \left\{ 2 + (2+1)\left(-i\frac{\omega a}{c}\right)^1 + \ldots + (2+n)\left(-i\frac{\omega a}{c}\right)^n \right\}}. \tag{18}$$

В скобках мы имеем ряд вида

$$\sum_0^\infty (a + kd)q^k, \tag{19}$$

который при $q = -i\omega a / c < 1$ сходится к выражению

$$\frac{a}{1-q} + \frac{dq}{(1-q)^2}, \tag{20}$$

и мы получаем

$$\ddot{x} = \frac{eE_0 e^{i\omega t}\left(1 + i\frac{a\omega}{c}\right)^2}{\left(m + \frac{1}{3}\frac{e^2}{ac^2}\right)\left(1 + \frac{ia\omega}{c}\right)^2 - \frac{1}{3}\frac{e^2}{c^3} i\omega\left(2 + i\frac{\omega a}{c}\right)}. \tag{21}$$

Простым преобразованием выражение (11) может быть приведено к выражению (21).

§ 4. ЭЛЕКТРОН ДИРАКА
(λ-процесс)

Электрон Дирака характеризуется тем, что формфактор в (6) выбирается в виде [5]

$$f^2(k) = \cos k\lambda, \tag{22}$$

где λ – временнáя компонента некоторого вспомогательного вектора, который в конечных результатах стремится к нулю. Соответствующее уравнение движения перепишется:

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{4}{3}\pi\frac{e^2}{c}\int_0^\infty \int_{-\infty}^t \ddot{x}(s) k \sin kc(t-s) \cos k\lambda \cdot dk ds + eE_0 e^{i\omega t}. \tag{23}$$

Но интеграл в (23) является не собственным интегралом. Для того чтобы придать ему однозначный смысл, мы вместо фактора (22) используем выражение

$$\underset{\lim a\to 0}{f^2(k)} = \frac{\cos k\lambda}{(1+a^2k^2)^2}. \tag{24}$$

В этом случае после интегрирования по k мы получим уравнение

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{1}{3}\frac{e^2}{ca^3}\frac{1}{2}\left\{\int_{-\infty}^{t}\ddot{x}(s)c(t-s+\lambda)e^{-(t-s+\delta)\frac{c}{a}}ds + \right.$$

$$\left.+\int_{-\infty}^{t-\lambda}\ddot{x}(s)c(t-s-\lambda)e^{-(t-s-\lambda)\frac{c}{a}}ds - \int_{t-\lambda}^{t}\ddot{x}(s)c(s-t+\lambda)e^{-(s-t+\lambda)\frac{c}{a}}ds\right\}_{a\to 0} + eE_0e^{i\omega t}. \tag{25}$$

Здесь интегралы по k имели вид

$$\int_0^\infty \frac{k\sin pk}{q^2+k^2} = \frac{1}{2}\pi e^{-pq}, \tag{26}$$

так как равенство (26) имеет смысл при положительном p, а в области $s > t-\lambda$ p – отрицательно: $p = t-\lambda-s < 0$, то второй интеграл в (25) пришлось разбить на два.

Интегрируя по частям, мы можем выделить в (25) члены с электромагнитной массой

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{e^2}{3ac^2}\left\{\ddot{x}\left[e^{-\lambda c/a}\left(1+\frac{c\lambda}{a}\right)\right]+\ldots\right\}. \tag{27}$$

При $\lim a \to 0$ выражение

$$e^{-\lambda c/a}\left\{1+\frac{c\lambda}{a}\right\} \to 0, \tag{28}$$

т.е., как это должно быть в теории Дирака, собственная электромагнитная масса электрона обращается в нуль.

Как и в случае электрона Лоренца, мы можем искать периодическое решение интегрального уравнения (25).

Для амплитуды B мы получаем уравнение

$$Bm = B\frac{2}{3}\frac{e^2ci\omega e^{i\omega\lambda}}{(c^2+a^2\omega^2)^2} + e^{-\lambda c/a}\{\ldots\} + eE_0. \tag{29}$$

При стремлении a, а затем λ к нулю имеем

$$Bm = B\frac{2}{3}i\frac{e^2}{c^3}\omega + eE_0, \tag{30}$$

и решение получаем в виде

$$\ddot{x}(t) = \frac{eE_0 e^{i\omega t}}{m - \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3} i\omega}. \quad (31)$$

Мы видим, что предельный λ-процесс Дирака действительно приводит к затуханию.

§ 5. НАРАСТАЮЩЕЕ РЕШЕНИЕ

В своей работе о классической теории электрона Дирак [2] рассмотрел движение электрона под влиянием δ-образного во времени электромагнитного возмущения:

$$a\ddot{x} - \dddot{x} = k\delta(t). \quad (32)$$

Легко видеть, что однородное уравнение

$$a\ddot{x} - \dddot{x} = 0 \quad (33)$$

имеет нарастающее решение:

$$\dot{x} = c_1 e^{at} + c_2. \quad (34)$$

Задавая начальные условия для $\dot{x}$ в $t = -\infty$ [уравнение (32) третьего порядка], Дирак получает решение:

$$\dot{x} = \frac{k}{a} e^{at}, \quad t < 0;$$
$$\dot{x} = \frac{k}{a}, \quad t > 0. \quad (35)$$

И таким образом Дирак приходит к необычному результату: электрон испытывает влияние электромагнитного поля в момент $t < 0$ и начинает излучать еще до того, как до него доходит электромагнитный импульс.

Но, во-первых, в свете указанных выше соображений (5) нельзя произвольно задавать значения $\ddot{x}$, а, во-вторых, указанная Дираком связь между электроном и излучением вне светового конуса противоречит той же теории Дирака предельного λ-процесса, следствием которых, по Дираку, является уравнение (1).

Действительно, если мы в классической электродинамике возьмем функцию Гамильтона для электрона в момент t_s в точке $\mathbf{r}_s$:

$$H(t_s \mathbf{r}_s) = e\varphi(\mathbf{r}_s t_s) + c\sqrt{m^2 c^2 + \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}(r_s t_s)\right)^2}, \quad (36)$$

а поле в точке **R** в момент T, то соответствующая классическая скобка Пуассона от этих величин [6] дает четырехмерную D-функцию:

$$[H(t_s\mathbf{r}_s),\mathbf{A}(T,\mathbf{R})]=e\mathbf{v}\int\frac{\sin\{ck(t_s-T)-\mathbf{k}(\mathbf{r}_s-\mathbf{R})\}}{k}dk_x dk_y dk_z=$$

$$=e\mathbf{v}D(x_s-X)=e\mathbf{v}[\mathbf{A}(t_s\mathbf{r}_s)\mathbf{A}(T,\mathbf{R})], \tag{37}$$

где

$$\mathbf{v}=\frac{c\left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}(t_s\mathbf{r}_s)\right)}{\sqrt{m^2c^2+\left(\mathbf{p}-\frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2}}, \tag{38}$$

что указывает на то, что связь между излучением и электроном осуществляется лишь на световом конусе. Но так как в новой теории Дирака скобка Пуассона имеет вид [4]

$$[\mathbf{A}(t_s\mathbf{r}_s),\mathbf{A}(T,\mathbf{R})]=\frac{1}{2}\{D(x_s-X+\lambda)+D(x_s-X-\lambda)\}, \tag{39}$$

то при $\lambda\to 0$ мы опять получаем связь только на световом конусе, и указание Дирака на взаимодействия вне светового конуса противоречит теории предельного λ-процесса.

Для того чтобы яснее представить математическую природу нарастающего решения, вернемся к интегральному уравнению (8). Мы видели, что его частное решение (31) не возбуждает каких-либо специфических вопросов, о которых шла речь выше. Рассмотрим соответствующее однородное уравнение

$$m\ddot{x}(t)=-\frac{4}{3}\pi\frac{e^2}{c}\int_{-\infty}^{t}\int_{0}^{\infty}\ddot{x}(s)k\sin kc(t-s)\cos k\lambda dkds. \tag{40}$$

Попробуем удовлетворить это уравнение нарастающим решением

$$x=c^{\alpha t}. \tag{41}$$

Для определения x мы получим уравнение

$$m=-\frac{4}{3}\pi\frac{e^2}{c^3}\int_0^\infty\frac{z^2}{\alpha^2+z^2}\cos z\lambda dz. \tag{42}$$

Последний интеграл можно заменить [5]

$$m=-\frac{4}{3}\pi\frac{e^2}{c^3}\int_0^\infty\frac{z^2+\alpha^2}{\alpha^2+z^2}\cos z\lambda dz+\frac{4}{3}\pi\frac{e^2}{c^3}\alpha^2\int_0^\infty\frac{\cos z\lambda}{\alpha^2+z^2}dz, \tag{43}$$

где

$$\int_0^\infty \cos z\lambda dz = \int_0^\infty e^{-az} \cos z\lambda dz = 0,$$

$$\lim a \to 0, \tag{44}$$

и, полагая во втором интеграле (43) в соответствии с λ-теорией $\lambda = 0$, имеем[2]

$$\alpha = \frac{3}{2}\frac{mc^3}{e^2} \quad \text{и} \quad \ddot{x} = e^{\frac{3}{2}\frac{mc^3}{e^2}t}. \tag{45}$$

Как и в случае вычисления магнитного момента протона и нейтрона [5], соответствующий интеграл при применении λ-процесса меняет знак на обратный.

Мы, таким образом, действительно получили расходящееся решение, но обращает на себя внимание то обстоятельство, что расходящееся решение обязано своим происхождением использованию несобственных интегралов. В соответствующем месте (44), когда в этом была прямая необходимость, несобственный интеграл заменялся предельным значением некоторого сходящегося интеграла. Нетрудно видеть, что если эту замену произвести последовательно с самого начала в интегральном уравнении, то нарастающего решения мы не получим.

Действительно, выбирая вместо (22) фактор (24), мы получим интегральное уравнение

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{4}{3}\pi\frac{e^2}{c}\int_0^\infty\int_{-\infty}^t \ddot{x}(s)k\sin kc(t-s)\frac{\cos k\lambda}{(1+a^2k^2)^2}dkds. \tag{46}$$

Легко убедиться подстановкой, что при $a \neq 0$ однородное интегральное уравнение (46) не имеет ни нарастающего, ни убывающего, ни периодических решений, за исключением тривиального решения $\ddot{x} = 0$. Последнее утверждение имеет очень общий характер. Как известно, доказывается в общем случае, что однородное интегральное уравнение типа Вольтерра

$$\varphi(t) = \int_{t_0}^t \varphi(s)K(t-s)ds \tag{47}$$

не имеет никаких других решений, кроме решения $\varphi = 0$.

Таким образом, сохраняя строгий математический смысл уравнения в промежуточных вычислениях и лишь в конечном результате (в решениях) переходя к пределу ($a \to 0$; $\lambda \to 0$), мы не получаем нарастающих решений. В то же время в теории предельного λ-процесса, данной Дираком в формализме Гамильтона, вектор λ входит явно, и его также нельзя стремить к нулю в формализме самой теории, а лишь в решениях.

---

[2] Легко убедиться, что уравнение (40) удовлетворяется нарастающим решением (45) и в случае конечных пределов интегрирования.

§ 6. СИММЕТРИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО ВРЕМЕНИ

Исходные уравнения электродинамики (2) и (3) симметричны относительно изменения знака времени. Уравнение движения (17) не обладает этой симметрией, так как содержит как четные, так и нечетные производные по времени. Это же замечание относится к уравнениям (1) и (32). Легко видеть, что уравнение (17) получено в предположении положительных t.

Действительно, беря по частям в (46) временной интеграл, мы получаем коэффициентами при четных производных по времени интегралы типа

$$\int \varphi(k) \cos kc(t-s) dk, \tag{48}$$

при нечетных ($\dot{x}$, $\dddot{x}$ и т.д.) коэффициентами оказываются выражения, содержащие

$$\int \varphi(k) \sin kc(t-s) dk. \tag{49}$$

Последние выражения меняют знак при изменении знака аргумента $(t-s)$, а изменение знака при нечетной производной оставляет знак члена неизменным.

Но при получении ряда (17) интегралы типа (49) сводились к интегралу (26), который вычислялся при положительном t.

ДОПОЛНЕНИЕ

Уравнение (4) для прямолинейного движения электрона дается Белоусовым в виде

$$\frac{d}{dt}(m\dot{x}) = A + B + F,$$

где

$$A = -\frac{2}{\pi} \int_{t_0}^{t} \frac{\dot{x}(s)}{\beta} \int_0^{\infty} \cos k\alpha \sin k\beta f^2(k) k dk ds;$$

$$B = \frac{2c}{\pi} \int_{t_0}^{t} \frac{1}{\beta^2} \int_0^{\infty} \sin k\alpha \sin k\beta f^2(k) dk ds - \frac{2c}{\pi} \int_{t_0}^{t} \frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} \sin k\alpha \cos k\beta f^2(k) k dk ds,$$

где F – внешняя сила; $\alpha = c(t-s)$; $\beta = x(t) - x(s)$. Мы выбираем $t_0 = -\infty$ и рассматриваем в дальнейшем нерелятивистский случай движения: считаем малыми смещения положения электрона (β), получаемые им за время $t-s$. Разлагая факторы $\sin k\beta$ и $\cos k\beta$ в ряды

$$\sin k\beta = \frac{k\beta}{1} - \frac{(k\beta)^3}{3!} + \ldots$$

и пренебрегая квадратами и высшими степенями β, получаем

$$m\ddot{x}(t) = -\frac{2}{\pi}\int_0^t\int_0^\infty \dot{x}(s)\cos k\alpha k^2 f^2(k)dkds + \frac{2}{3}\frac{c}{\pi}\int_0^t\int_0^\infty \beta\sin k\alpha k^3 f^2(k)dkds.$$

Интегрируя выражения в правой части последнего уравнения по частям и считая большим $t - t_0$, получаем уравнение (6).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Белоусов А.П.* // ЖЭТФ. 1939. Т. 9. С. 658.
2. *Dirac P.A.* // Proc. Roy. Soc. London A. 1938. Vol. 167. P. 148.
3. *Dirac P.A.* // Ibid. 1942. Vol. 180. P. 1.
4. *Dirac P.A.* // Commun Dublin. Inst. Adv. Stud. 1943. N 1.
5. *Jauch J.M.* // Phys. Rev. 1943. Vol. 63. P. 334.
6. *Markov M.* // J. Phys. 1943. Vol. 7. P. 42.

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ. О ПРЕДЕЛЬНОМ λ-ПРОЦЕССЕ*

Для устранения известных трудностей теории поля (расходимостей) предложены различные формы предельных процессов [1, 3]. Цель заметки – обратить внимание на то, что предельные λ-процессы нарушают равенство инертной и гравитационной массы.

Характерной чертой предельных процессов является специальный выбор определения расходящихся интегралов (например, интегралов, представляющих собственную энергию поля какого-нибудь источника). Саму же плотность энергии предельный переход оставляет без изменения. Это свойство предельного процесса наиболее отчетливо выступает в его форме, предложенной Венцелем, где непосредственно вычисляется интеграл от плотности электростатической энергии заряда [3, 4]:

$$\int T_{44}dv.$$

С другой стороны, гравитационный эффект поля учитывается тензором плотности энергии, который содержится в правой части уравнения Эйнштейна ($G_{\mu\nu} = -8\pi T_{\mu\nu}$), т.е. гравитационный эффект поля полностью сохраняется после удаления предельным переходом его собственной массы. Это обстоятельство скорее указывает на внутреннюю противоречивость теорий, использующих предельные процессы.

Данное замечание относится не только к предельным процессам, но и к другим

* ЖЭТФ. 1947. Т. 17, вып. 9. С. 848.

теориям, вычеркивающим без дальнейшего анализа расходящиеся выражения. Конечно, замечание имеет строгий смысл для классической теории поля.

При рассмотрении элементарных частиц, вследствие малости гравитационных эффектов последние обычно не принимаются во внимание в квантовой теории. Но, как показал Вайскопф [2], собственная электростатическая энергия электрона в теории Дирака (теория позитрона) расходится логарифмически, и масса электростатического поля становится равной массе электрона лишь при длинах порядка

$$\frac{h}{mc} e^{-hc/e^2} \sim 10^{-70} \text{см}.$$

Эта "критическая длина" значительно меньше гравитационного радиуса электрона ($\sim 10^{-55}$ см). При таком рассмотрении гравитационные эффекты должны быть приняты во внимание последовательным образом и могут оказаться решающими для обсуждаемых трудностей. По-видимому, гравитационный радиус – это пока единственная "критическая" длина, входящая в теорию последовательным образом, которая может играть роль "обрывающего" фактора для расходящихся интегралов.

К подробному рассмотрению возможной роли гравитационного радиуса в теории элементарных частиц мы надеемся вернуться особо.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dirac P.A.* // Commun. Dublin Inst. Adv. Study. 1943. N 1.
2. *Weisskopf V.* // Phys. Rev. 1939. Vol. 56. P. 72.
3. *Wentzel G.* // Ztschr. Phys. 1933. Bd. 86.
4. *Wentzel G.* // Ibid. 1934. Bd. 86. S. 726.

КЛАССИЧЕСКИЙ АНАЛОГ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ*

Метод классической механики Гамильтона–Якоби представляет собой наиболее близкий аналог методам квантовой теории. Поэтому естественно строить классический аналог квантовой теории возмущений в рамках метода Гамильтона–Якоби. Мы будем исходить из классического уравнения Гамильтона–Якоби

$$-\partial S/\partial t = H, \tag{1}$$

где H – функция Гамильтона рассматриваемой системы; она включает в себя возмущение, содержащие "заряд" как малый параметр. Функцию действия S мы будем писать в виде ряда по степеням заряда:

$$S = S_0 + S_1 + S_2 + \ldots \tag{2}$$

Проиллюстрируем метод на двух примерах.

* ЖЭТФ. 1948. Т. 18, вып. 6. С. 510–514.

1. ПОПЕРЕЧНАЯ СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ БЫСТРОГО ЭЛЕКТРОНА

Рассмотрим часть собственной энергии быстрого электрона, которая связана с его поперечно-поляризованным полем. Иначе говоря, для простоты мы ограничиваемся функцией Гамильтона в виде

$$H = c\{m^2c^2 + [\mathbf{p} + (e/c)\mathbf{A}(\mathbf{r})]^2\}^{1/2}. \tag{3}$$

Выбор примера определяется тем, что вполне аналогичная задача в квантовой теории была решена Валлером [3] с использованием уравнения Дирака. Мы имеем возможность сравнить решения.

Вектор-потенциал **A** мы будем писать в виде ряда

$$\mathbf{A} = (4\pi/V)^{1/2}\sum_f\{(\mathbf{l}_f p_f/k_f)\cos\Gamma_f + \mathbf{l}_f q_f \sin\Gamma_f\}, \tag{4}$$

где $\Gamma_f = ck_f t - \mathbf{k}_f\mathbf{r}$. Здесь $\mathbf{k}_f$ – волновой вектор, t и $\mathbf{r}$ – время и координата частицы, $\mathbf{l}_f$ – единичный вектор поляризации; $\mathbf{l}_f$ перпендикулярен $\mathbf{k}_f$; p_f и q_f – канонические переменные поля:

$$p_f = -\partial S/\partial q_f; \quad \mathbf{p} = \partial S/\partial\mathbf{r}, \tag{5}$$

$\mathbf{p}$ – импульс частицы, V – объем.

Используя (5), (1) и (2), мы получаем для функции действия нулевого приближения (S_0) уравнение

$$-\partial S_0/\partial t = c\{m^2c^2 + (\partial S_0/\partial\mathbf{r})^2\}^{1/2}, \tag{6}$$

откуда

$$S_0 = -c(m^2c^2 + \mathbf{p}_0^2)^{1/2}t - \mathbf{p}_0\mathbf{r}, \tag{7}$$

где $\mathbf{p}_0$ – постоянная интегрирования.

Для функции первого приближения (S_1) мы получаем уравнение

$$-\partial S_1/\partial t = \mathbf{v}_0\partial S_1/\partial\mathbf{r} - (e/c)\mathbf{v}_0\sum_f \mathbf{l}_f q_f \sin\Gamma_f(4\pi/V)^{1/2}, \tag{8}$$

где

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{p}_0 c(m^2c^2 + \mathbf{p}_0^2)^{-1/2}. \tag{9}$$

Правую часть уравнения (8) мы получили разложением функции Гамильтона (3) в ряд, в котором затем отобрали члены первого порядка относительно заряда:

$$c[m^2c^2 + \mathbf{p}^2 - 2(e/c)\mathbf{p}\mathbf{A} + (e^2/c^2)\mathbf{A}^2]^{1/2} =$$

$$= c(m^2c^2 + \mathbf{p}_0^2)^{1/2}[1 + (m^2c^2 + \mathbf{p}_0^2)^{-1}(\mathbf{p}_1\mathbf{p}_0 - (e/c)\mathbf{p}_0\mathbf{A}_0) + \ldots], \tag{10}$$

где

$$\mathbf{p}_0 = \partial S_0 / \partial \mathbf{r}; \quad \mathbf{p}_1 = \partial S_1 / \partial \mathbf{r}, \tag{11}$$

$$\mathbf{A}_0 = \left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2} \sum_f \left[-\mathbf{l}_f \frac{\partial S_0}{\partial q_f} \frac{\cos\Gamma_f}{k_f} + \mathbf{l}_f q_f \sin\Gamma_f\right] = \sum_f \mathbf{l}_f q_f \sin\Gamma_f, \tag{12}$$

так как, по (7),

$$\partial S_0 / \partial q_f = 0. \tag{13}$$

Подставляя (9), (11) **и** (13) в (10), мы получим

$$c\left\{m^2c^2 + \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c}\mathbf{A}\right)^2\right\}^{1/2} = c(m^2c^2 + \mathbf{p}_0^2)^{1/2} - \left(\frac{e}{c}\right)\mathbf{v}_0 \sum \mathbf{l}_f q_f c \sin\Gamma_f. \tag{14}$$

Таким образом, радикалы не входят в уравнения высших приближений. Из (8) имеем

$$S_1 = -e(4\pi / V)^{1/2} \sum_f \mathbf{v}_0 \mathbf{l}_f q_f \cos\Gamma_f / (ck_f - \mathbf{v}_0 \mathbf{k}_f). \tag{15}$$

Легко видеть, что уравнение второго приближения имеет вид

$$-\frac{\partial S_2}{\partial t} - \mathbf{v}_0 \frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}} = e\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2} \sum_f \frac{\mathbf{v}_0}{c} \mathbf{l}_f \frac{\partial S_1}{\partial q_f} \frac{\cos\Gamma_f}{k_f}, \tag{16}$$

или, принимая во внимание (15), получаем

$$-\frac{\partial S_2}{\partial t} - \mathbf{v}_0 \frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}} = -e^2 \frac{\mathbf{v}_0^2}{c^2} \frac{4\pi}{V} \sum_f \frac{\cos^2\beta_f \cos^2\Gamma_f}{k_f(k_f - \mathbf{v}_0 \mathbf{k}_f / c)}, \tag{17}$$

где β_f – угол между вектором скорости $\mathbf{v}_0$ и вектором поляризации $\mathbf{l}_f$.

Обозначая угол между $\mathbf{v}_0$ и $\mathbf{k}_f$ через ϑ и имея в виду, что $\mathbf{l}_f$ перпендикулярен $\mathbf{k}_f$, мы можем написать

$$\cos^2\beta = \sin^2\vartheta \cos^2\varphi, \tag{18}$$

где φ – азимутальный угол. Переходя в правой части уравнения (17) от ряда к интегралу и интегрируя по φ, получаем

$$-\frac{\partial S_2}{\partial t} - \mathbf{v}_0 \frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}} = e^2 \frac{v_0^2}{c^2} \int_1^{-1} \frac{(1 - x^2)}{(1 - v_0 x / c)} dx \int_0^\infty dk \tag{19}$$

или, после элементарного интегрирования,

$$-\frac{\partial S_2}{\partial t} - \mathbf{v}_0 \frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}} = e^2 \left[\left(\frac{c}{v_0} - \frac{v_0}{c}\right) \ln \frac{1 + v_0 / c}{1 - v_0 / c} - 2\right] \int_0^\infty dk. \tag{20}$$

Используя соотношение $\mathbf{v}_0 = \mathbf{p}_0 c^2/E_0$, где $E_0 = c(m^2c^2 + \mathbf{p}_0^2)^{1/2}$, окончательно получаем

$$-\frac{\partial S_2}{\partial t} - \mathbf{v}_0 \frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}} = e^2\left[\frac{m^2c^3}{E_0 p_0}\ln\frac{E_0 + p_0 c}{E_0 - p_0 c} - 2\right]\int_0^\infty dk. \tag{21}$$

Валлер, решая аналогичную задачу с помощью квантово-механического уравнения Дирака, получил при e^2 соответствующее выражение для энергии:

$$\left\{\frac{m^2c^3}{p_0E_0}\ln\frac{E_0 + cp_0}{E_0 - cp_0} - 2\right\}\int_0^\infty dk + \frac{h}{mc}\int_0^\infty k\,dk. \tag{22}$$

Первый член выражения (22) полностью совпадает с полученным нами выражением, второй член выражения (22) при $h \to 0$ исчезает.

Несколько больший интерес представляет собой соответствующее разложение классического выражения для взаимодействия быстрых зарядов. Здесь во втором приближении мы получаем классический аналог формулы Мёллера [1, 2].

2. КЛАССИЧЕСКИЙ АНАЛОГ ФОРМУЛЫ МЁЛЛЕРА

Для случая взаимодействия двух релятивистских электронов функция Гамильтона запишется в виде

$$H = c\left\{m_1^2c^2 + \left[\mathbf{p}_1 - \frac{e}{c}\mathbf{A}(\mathbf{r}_1)\right]^2\right\}^{1/2} + e_1\varphi(\mathbf{r}_1 t) +$$

$$+c\left\{m_2^2c^2 + \left(\mathbf{p}_2 - \frac{e_2}{c}\mathbf{A}(\mathbf{r}_2)\right)\right\}^{1/2} + e_2\varphi(\mathbf{r}_2 t). \tag{23}$$

Здесь m_1 и m_2 – массы электронов, e_1 и e_2 – их заряды, $\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_2$ и $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ – импульсы и координаты, φ и $\mathbf{A}$ – скалярный и векторный потенциалы поля.

Для скалярного потенциала мы напишем ряд

$$\varphi = (4\pi / V)^{1/2}\sum_f\{(P_f / k_f)\cos\Gamma_f + Q_f c\sin\Gamma_f\}. \tag{24}$$

Здесь P_f и Q_f – новые канонические переменные и $P_f = \partial S/\partial Q_f$. Для функции действия нулевого приближения (S_0) имеем уравнение

$$-\partial S_0 / \partial t = c\left\{m_1^2c^2 + (\partial S_0 / \partial \mathbf{r}_1)^2\right\}^{1/2} + c\left\{m_2^2c^2 + (\partial S_0 / \partial \mathbf{r}_2)^2\right\}^{1/2}, \tag{25}$$

откуда

$$S_0 = -c\left\{m_1^2c^2 + \mathbf{p}_{10}^2\right\}^{1/2}t - c\left\{m_1^2c^2 + \mathbf{p}_{20}^2\right\}^{1/2}t + \mathbf{p}_{10}\mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_{20}\mathbf{r}_2, \tag{26}$$

где $\mathbf{p}_{10}$ и $\mathbf{p}_{20}$ – постоянные интегрирования.

Используя результаты предыдущего раздела, мы для функции первого приближения (S_1) получаем уравнение

$$-\frac{\partial S_1}{\partial t} - \mathbf{v}_{10}\frac{\partial S_1}{\partial \mathbf{r}_1} - \mathbf{v}_{20}\frac{\partial S_1}{\partial \mathbf{r}_2} = \left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\left\{e_1\sum_f cQ_f \sin\Gamma_f^{(1)} - \right.$$

$$\left. -\frac{e_1}{c}\mathbf{v}_{10}\sum_f \mathbf{l}_f q_f c\sin\Gamma_f^{(1)} + e_2\sum_f cQ_f \sin\Gamma_f^{(2)} - \frac{e_2}{c}\mathbf{v}_{20}\sum_f \mathbf{l}_f q_f c\sin\Gamma_f^{(2)}\right\}, \tag{27}$$

где $\mathbf{v}_{10}$ и $\mathbf{v}_{20}$ – скорости электронов.

Для данного случая в квантовой области мы имели бы уравнение Дирака

$$-\partial\psi_1/\partial t - (\alpha_1\partial\psi_1/\partial\mathbf{r}_1) - (\alpha_2\partial\psi_1/\partial\mathbf{r}_2) = \{\ldots\}\psi_0. \tag{28}$$

Здесь α_1 и α_2 – матрицы Дирака, ψ_1 – волновая функция первого приближения. Из (27) получаем

$$S_1 = e_1\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\sum_f \frac{Q_f\cos\Gamma_f^{(1)}}{k_f - \mathbf{v}_{10}\mathbf{k}_f/c} + e_2\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\sum_f \frac{Q_f\cos\Gamma_f^{(2)}}{k_f - \mathbf{v}_{20}\mathbf{k}_f/c} -$$

$$-\frac{e_1}{c}\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\sum_f \frac{\mathbf{v}_{01}\mathbf{l}_f q_f\cos\Gamma_f^{(1)}}{k_f - \mathbf{v}_{10}\mathbf{k}_f/c} - \frac{e_2}{c}\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\sum_f \frac{\mathbf{v}_{02}\mathbf{l}_f q_f\cos\Gamma_f^{(2)}}{k_f - \mathbf{v}_{20}\mathbf{k}_f/c}. \tag{29}$$

Уравнение для функции второго приближения (S_2) находим в виде

$$-\frac{\partial S_2}{\partial t} - \mathbf{v}_{10}\frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}_1} - \mathbf{v}_{20}\frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}_2} = e_1\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\sum_f \frac{\partial S_1}{\partial Q_f}\frac{\cos\Gamma_f^{(1)}}{k_f} +$$

$$+e_2\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\sum_f \frac{\partial S_1}{\partial Q_f}\frac{\cos\Gamma_f^{(2)}}{k_f} - e_1\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\sum_f \frac{\mathbf{v}_{10}}{c}\mathbf{l}_f\frac{\partial S_1}{\partial q_f}\frac{\cos\Gamma_f^{(1)}}{k_f} -$$

$$-e_2\left(\frac{4\pi}{V}\right)^{1/2}\sum_f \frac{\mathbf{v}_{20}}{c}\mathbf{l}_f\frac{\partial S_1}{\partial q_f}\frac{\cos\Gamma_f^{(2)}}{k_f} + \frac{c}{2\gamma_1}\left\{\frac{\partial S_1}{\partial \mathbf{r}_1}\right\}^2 + \frac{c}{2\gamma_2}\left\{\frac{\partial S_1}{\partial \mathbf{r}_2}\right\}^2 -$$

$$-\frac{1}{2c\gamma_1}\left(\mathbf{v}_{10}\frac{\partial S_1}{\partial \mathbf{r}_1}\right)^2 - \frac{1}{2c\gamma_2}\left(\mathbf{v}_{20}\frac{\partial S_1}{\partial \mathbf{r}_2}\right)^2. \tag{30}$$

Здесь $\gamma = (m^2c^2 + \mathbf{p}_0^2)^{1/2}$. При выводе (30) учтены дальнейшие члены в разложении выражения, содержащего корень (10). Подставляя в правую часть (30) выражения $\partial S_1/\partial Q_f$, $\partial S_1/\partial \mathbf{r}_1$ и т.д., получаем

$$-\frac{\partial S_2}{\partial t} - \mathbf{v}_{10}\frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}_1} - \mathbf{v}_{20}\frac{\partial S_2}{\partial \mathbf{r}_2} =$$

$$= \frac{4\pi}{V}e_1^2\sum_f \frac{\cos^2 \mathrm{I}_f^{(1)}}{(k_f - \mathbf{v}_{10}\mathbf{k}_f/c)k_f} + \frac{4\pi}{V}e_1e_2\sum_f \frac{\cos \mathrm{I}_f^{(1)} \cos \Gamma_f^{(2)}}{(k_f - \mathbf{v}_{10}\mathbf{k}_f/c)k_f} +$$

$$+ \frac{e_1^2}{2}\frac{4\pi}{V}\frac{c}{\gamma_1}\sum_\mu\sum_\nu\sum_{xyz}\frac{Q_\mu Q_\nu k_x^\mu k_x^\nu \sin\Gamma_\mu^{(1)} \sin\Gamma_\nu^{(1)}}{(k_\mu - \mathbf{v}_{10}\mathbf{k}_\mu/c)(k_\nu - \mathbf{v}_{10}\mathbf{k}_\nu/c)} + \ldots \tag{31}$$

Первый член выражения (31) представляет собой электростатическую собственную энергию движущегося заряда, второй член – взаимодействие движущихся зарядов, третий член – последовательное испускание волн с k_μ и k_ν одной и той же частицей (двуквантовые процессы в квантовой теории). Второй член можно записать в виде интеграла

$$I = \frac{e_1e_2}{4\pi}\int_0^\infty dk\int_0^\pi d\vartheta \frac{\cos \mathbf{k}\mathbf{r}_{12}}{1 - \mathbf{v}_{10}\mathbf{k}/kc}\sin\vartheta \tag{32}$$

($\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$). При $\mathbf{v}_{10} = 0$ это выражение дает электростатическое взаимодействие двух зарядов:

$$I_{v_1=0} = e_1e_2/2r_{12}. \tag{33}$$

Выражение (32) представляет собой электростатическое взаимодействие зарядов при учете их скоростей – электростатическое действие первого заряда (e_1), движущегося со скоростью v_{10}, на второй заряд (e_2). Это взаимодействие учитывается в том же приближении теории возмущений, что и в формуле Мёллера. Оно является классическим аналогом соответствующего члена формулы Мёллера. Член, связанный с векторным потенциалом, нами явно не выписан.

Взаимодействие (32), как и его квантовый аналог, лишь частично учитывает запаздывание в распространении электромагнитного поля. Оно учитывает его лишь с точностью до второго приближения теории возмущений. С другой стороны, в классической физике запаздывание учитывается совершенно строго потенциалом Лиенарда–Вихерта. Некоторый интерес представляет детальное сравнение потенциалов Лиенарда–Вихерта с найденным выражением для взаимодействия во втором приближении теории возмущений и вообще получение соответствующего разложения потенциалов Лиенарда–Вихерта, написанных в явном виде. Развитый нами классический аналог квантовой теории возмущений представляет собой некоторый интерес для анализа известных трудностей современной теории поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Möller C.* // Ztschr. Phys. 1931. Bd. 70. S. 686.
2. *Möller C.* // Ann. Phys. 1932. Vol. 14. P. 531.
3. *Waller J.* // Ztschr. Phys. 1930. Bd. 68. S. 673.

СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА*

Для поперечной собственной энергии электрона в теории Дирака Валлер [5] приводит следующее выражение:

$$W_{A\perp} = \frac{e^2}{\pi}\left[\frac{m^2c^2}{pE}\lg\frac{E+cp}{E-cp}-2\right]\int_0^\infty dk + \hbar a\int_0^\infty k\,dk, \qquad (1)$$

где m – масса электрона, E и p – его энергия и импульс, e – заряд, k – волновое число, c – скорость света. Это выражение получено Валлером во втором приближении теории возмущений от векторного потенциала ($-\vec{\alpha}e\mathbf{A}$), где учтена лишь его поперечная часть.

Первый член выражения (1) не зависит от постоянной Планка. Этот член получен нами в тождественном виде при помощи теории возмущений классической электродинамики (разложением по степеням заряда соответствующей классической функции действия) [2]. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением именно этого классического члена. Этот член легко переписать в зависимости от скорости:

$$W = \frac{e^2}{\pi}\left[\left(\frac{c}{v}-\frac{v}{c}\right)\lg\frac{1+v/c}{1-v/c}-2\right]\int_0^\infty dk. \qquad (2)$$

В связи с выражением (1) нас интересуют два вопроса.

1. Выражение (1) содержит такую явную зависимость от импульса частицы, что оно "уменьшается" с ростом импульса частицы, что противоречит его физическому смыслу – энергии движущегося заряда. Ясно, конечно, что причиной этого является расходящийся интеграл, который допускает любое преобразование вида $k' = f(v)\,k$. Спрашивается, как вести вычисления, чтобы однозначно получать правильную и по внешней форме зависимость от скорости для обсуждаемых расходящихся выражений.

2. Интересующие нас выражения (1) и (2) получены во втором приближении теории возмущений (разложение по степеням заряда). Спрашивается, какая часть полной поперечной энергии учитывается этим членом. Этот вопрос имеет особый интерес, так как соответствующая задача (поле равномерно движущегося заряда) имеет в классической электродинамике точное решение.

Для простоты рассмотрим сначала "продольную" собственную энергию движущегося заряда, т.е. выражение, связанное с членом $e\varphi$.

---

* ЖЭТФ. 1948. Т. 18, вып. 12. С. 1130–1133.

1. ПРОДОЛЬНАЯ СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ ЗАРЯДА

В классической электродинамике потенциал φ электрона, движущегося со скоростью v, дается точным решением:

$$\varphi = e / r(x'y'z')\sqrt{1 - v^2 / c^2}, \tag{3}$$

где

$$x' = (x - vt) / \sqrt{1 - v^2 / c^2}; \quad y' = y; \quad z' = z,$$

т.е. выражение преобразуется как четвертая компонента вектора. Стремя r к нулю, мы получим соответствующее выражение с правильными трансформационными свойствами и для собственной энергии:

$$e\varphi_v(0) = e\varphi_0(0) / \sqrt{1 - v^2 / c^2}. \tag{4}$$

Та же задача во втором приближении теории возмущений (классической и квантовой) приводит к выражению

$$W_\varphi = \frac{4\pi e^2}{V} \sum_\sigma \frac{1}{k_\sigma (k_\sigma - \mathbf{v}\mathbf{k}_\sigma / c)} = \frac{e^2}{2\pi^2} \int \frac{dk_x dk_y dk_z}{k(k - \mathbf{v}\mathbf{k} / c)} =$$

$$= \frac{e^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk \sin\vartheta \, d\vartheta}{1 - (v / c)\cos\vartheta} = \frac{e^2 c}{2\pi v} \lg \frac{1 + v / c}{1 - v / c} \int_0^\infty dk, \tag{5}$$

т.е., как и в случае "поперечной" энергии, мы получаем лишенную физического смысла форму явной зависимости от скорости частицы.

Для сравнения рассмотрим соответствующее точное решение классической электродинамики, но полученное в пространстве волновых чисел [1]. Уравнение

$$\Box \varphi = -4\pi e \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) \tag{6}$$

описывает поле заряда, движущегося с постоянной скоростью $\mathbf{v}$. Решение для компоненты Фурье скалярного потенциала имеет вид

$$\varphi_k = \frac{e}{2\pi^2} \frac{e^{i(\mathbf{k}\mathbf{v})t}}{k^2 - (\mathbf{k}\mathbf{v} / c)^2}. \tag{7}$$

Соответственно для векторного потенциала имеем

$$\mathbf{A}_k = \frac{e}{2\pi^2 c} \frac{\mathbf{v} e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{v})t}}{k^2 - (\mathbf{k}\mathbf{v} / c)^2}. \tag{8}$$

На основании (7) мы можем вычислить собственную энергию $e\varphi_v(0)$:

$$e\varphi_v(0) = \frac{e^2}{2\pi^2} \int \frac{dk_x dk_y dk_z}{k^2 - (\mathbf{k}\mathbf{v} / c)^2} = \frac{e^2 c}{\pi v} \lg \frac{1 + v / c}{1 - v / c} \int_0^\infty dk, \tag{9}$$

т.е., вопреки ожиданию, получаем не выражение (4), а выражение того же вида, что и во втором приближении теории возмущений, – (2).

Но то же вычисление в пространстве **k** мы могли бы провести для значения потенциала в любой точке пространства, т.е. для конечной величины, и этому выражению мы заведомо можем придать форму (3). Действительно, для $\varphi(\mathbf{r})$ имеем

$$\varphi_v(\mathbf{r}) = \frac{e}{2\pi^2}\int \frac{e^{i\{\mathbf{kr}-(\mathbf{vk})t\}}}{k^2-(\mathbf{kv}/c)^2}dk_x dk_y dk_z. \tag{10}$$

Предполагая движение по оси x, мы перепишем (10) в виде

$$\varphi_v(\mathbf{r}) = \frac{e}{2\pi^2}\int \frac{e^{i\{k_x(x-vt)+k_y y+k_z z\}}}{k_x^2(1-v^2/c^2)+k_y^2+k_z^2}dk_x dk_y dk_z. \tag{11}$$

Для того чтобы выражение (11) привести в соответствие с выражением (3), необходимо сделать в (11) замену переменных:

$$k_x = k'_x/\sqrt{1-v^2/c^2};\quad k_y = k'_y;\quad k_z = k'_z, \tag{12}$$

тогда (11) переходит в

$$\varphi_v(\mathbf{r}') = \frac{e}{\pi\sqrt{1-v^2/c^2}}\int \exp\left\{i\left[\frac{k'_x(x-vt)}{\sqrt{1-v^2/c^2}}+k'_y y+k'_z z\right]\right\}dk$$

или

$$\varphi_v(\mathbf{r}) = e/r'(x'y'z')\sqrt{1-v^2/c^2}. \tag{3'}$$

Другими словами, мы получаем правильную явную зависимость от скорости интересующих нас выражений, если мы объем **k**-пространства для движущегося электрона преобразуем согласно (12).

Таким образом, например, вместо интеграла (9) мы получаем

$$e\varphi_v(0) = \frac{e^2}{2\pi^2\sqrt{1-v^2/c^2}}\int \frac{dk'_x dk'_y dk'_z}{k'^2}$$

и вместо (5) имеем

$$e\varphi_v(0) = \frac{2e^2}{\pi\sqrt{1-v^2/c^2}}\int_0^\infty dk', \tag{13}$$

где

$$(2e^2/\pi)\int_0^\infty dk' = e\varphi_0(0) \tag{14}$$

– собственная энергия покоящегося заряда.

2. ПОПЕРЕЧНАЯ СОБСТВЕННАЯ ЭНЕРГИЯ

То же самое преобразование (12) мы можем использовать при анализе выражения для поперечной энергии (1) и (2). Выражения (1) и (2) получены во втором приближении соответственно квантовой и классической теорий возмущений.

Строгое классическое выражение для соответствующей величины мы получим, если возьмем поперечную часть от векторного потенциала (8) и помножим это выражение скалярно на вектор скорости **v**. Тогда мы будем иметь

$$W = e\frac{v}{c}A_{\perp}(0) = -\frac{v^2}{c^2}\frac{e^2}{2\pi^2}\int\frac{\sin^2\vartheta\, dk_x dk_y dk_z}{k^2-(\mathbf{kv}/c)^2}. \tag{15}$$

Это выражение после интегрирования по углам совпадает с выражением (2).

Если теперь до интегрирования по углам мы преобразуем (15) согласно (12), мы получим

$$W = -\frac{v^2e^2}{c^2\sqrt{1-v^2/c^2}}\int_1^{-1}(1-x^2)dx\int_0^{\infty}dk' = -\frac{2}{3}\frac{2v^2e^2}{\pi c^2\sqrt{1-v^2/c^2}}\int_0^{\infty}dk', \tag{16}$$

т.е. после преобразования (12) выражение (2) принимает вид выражения (16), которое по явной зависимости от скорости не имеет ничего общего с выражением Валлера [5]. Если бы мы в (16) учли и продольную составляющую векторного потенциала, мы получили бы вместо коэффициента $^2/_3$ коэффициент 1.

Так как второе приближение теории возмущений как для $e\varphi_v(0)$ (5), так и для $e\mathbf{vA}/c$ (2) совпадает с точными решениями задачи, то высшие приближения для собственной энергии в квантовой теории не должны содержать классических расходимостей, т.е. членов, не зависящих от постоянной Планка.

Указанное нами преобразование может иметь некоторый интерес в связи с идеями Бете [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ландау Л., Лифшиц Е.* Теория поля. М.: Гостехтеоретиздат, 1940. 158 с.
2. *Марков М.* // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. С. 510.
3. *Bethe H.A.* // Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 339.
4. *Dyson F.J.* // Ibid. 1948. Vol. 73. P. 617.
5. *Waller J.* // Ztschr. Phys. 1930. Bd. 68. S. 673.

О НЕЛОКАЛИЗУЕМЫХ ПОЛЯХ*

Десять лет тому назад нами было высказано предположение о том, что классическое поле "вблизи" точечного источника перестает быть наблюдаемой величиной, т.е. теряет в некоторой малой области свое обычное физическое содержание [1]. На этом пути искалось решение известных трудностей теории поля.

Эта физическая идея была сформулирована математически на примере электродинамики в виде новых перестановочных соотношений между вектором-потенциалом электромагнитного поля и компонентами четырехмерного вектора положения x_ν

$$\left.\begin{aligned} &A_\mu(k)x_\nu - x_\nu A_\mu(k) = -ir_{\nu k}A_\mu(k) \\ &\text{или} \\ &A_\mu(k)x_\nu^n = (x_\nu - ir_{\nu k})^n A_\mu(k) \quad (\nu,\mu = 1,2,3,4) \end{aligned}\right\}, \quad (1)$$

где $A_\mu(k)$ – известные квантовые операторы амплитуд поля для μ-й компоненты четырехмерного вектора-потенциала

$$A_\mu(x) = \sum_k A_\mu(k)e^{ik_\nu x_\nu} + A_\mu^*(k)e^{-ik_\nu x_\nu}, \quad (2)$$

где k – волновое число. $r_{\nu k}$ – некоторый новый четырехмерный вектор размерностью длины.

В дальнейших работах Юкава [7] и других авторов эта идея получила название "нелокализуемости" поля[1].

В упомянутой работе нам удалось лишь установить, что:

1) введение нелокализуемости поля математически эквивалентно введению некоторого четырехмерного релятивистски-инвариантного "обрывающего" фактора;

2) нелокализуемость поля, вообще говоря, несовместна с гамильтоновым методом [1, 3, 7], т.е. по своей форме уравнения теории получаются релятивистски-инвариантными, но в последовательно релятивистском написании (многовременной формализм Дирака) не имеют решений;

3) была сделана попытка отказаться от метода Гамильтона, заменив систему волновых уравнений некоторой "вычислительной схемой" [1, 3], которая, в сущности, представляет собой систему уравнений теории возмущений, определенных независимо от исходных волновых уравнений и модифицированных введением реля-

---

* ЖЭТФ. 1951. Т. 21, вып. 1. С. 11–15.

[1] Соотношение (1) Юкава [7] переписывает в виде

$$[x_\mu[x^\mu U]] - \lambda^2 U = 0, \quad (3)$$

где в наших обозначениях: $\lambda^2 = \sum_{\nu=1}^{4}(ir_\nu)^2$.

Действительно, используя второй раз наше соотношение (1), мы имеем

$$[x_\nu[x_\nu A_\mu(k)]] = (ir_\nu)^2 A_\mu(k). \quad (4)$$

тивистски-инвариантных "обрывающих" факторов. Основными физическими элементами "вычислительной схемы" являлись свободные электроны и фотоны: поглощение и испускание фотонов свободными электронами. Эту "вычислительную схему" можно было записать в релятивистски-инвариантной форме, аналогичной той, в которой Штюкельберг записал релятивистски инвариантную теорию возмущений [3].

Впоследствии близкая по принципиальной идее, но значительно усовершенствованная "вычислительная схема" была предложена В. Гайтлером с сотрудниками. В методе S-матрицы Гейзенберга негамильтонов метод находит наиболее четкую формулировку.

Попытки негамильтоновых методов пока не дали положительных результатов. Более того, пока все еще не ясно, действительно ли здесь, как это думают некоторые, имеется большая свобода, чем в гамильтоновом методе, в смысле введения "обрывающих" факторов или нелокализуемых полей. В действительности эта свобода может быть лишь кажущейся, в том смысле, что пока еще в рамках этих методов недостаточно четко формулируются требования релятивистской инвариантности.

Ярким примером этого служит схема Гайтлера. В его книге [5] доказывается релятивистская инвариантность этой схемы. С другой стороны, в литературе указаны случаи, когда эта теория приводит к сигналу, распространяющемуся со скоростью, превышающей скорость света [4]. Можно привести и другие примеры.

В настоящей статье мы делаем попытку найти такую форму нелокализуемых полей, которая была бы наиболее близка к гамильтоновой схеме, где вопросы релятивистской инвариантности и совместности уравнений решаются однозначно.

Для предложенного нами ранее варианта нелокализуемых полей характерно отсутствие симметрии в знаке смещения $(-ir_{\nu k})$:

$$A_\mu(k)(x_\nu)^n = (x_\nu - ir_{\nu k})^n A_\mu(k).$$

Эта несимметрия существенно затрудняла построение математического аппарата [1]. Поэтому мы в дальнейшем симметризуем смещение по знаку и, кроме того, сделаем его действительным:

$$A_\mu^2(k)(x_\nu)^n = \frac{1}{2}\left\{\left(x_\nu - \frac{r_{\nu k}}{2}\right)^n + \left(x_\nu + \frac{r_{\nu k}}{2}\right)^n\right\}A_\mu^2(k). \tag{5}$$

Действие оператора $A_\mu(k)$ на функции, например, вида

$$\psi = e^{ip_\nu x_\nu} \tag{6}$$

запишется следующим образом:

$$A_\mu^2(k)\psi = e^{ip_\nu x_\nu} A_\mu^2(k)\cos p_\nu r_{\nu k} \tag{7}$$

или

$$A_\mu(k)\psi = e^{ip_\nu x_\nu} A_\mu(k)\sqrt{\cos p_\nu r_{\nu k}}; \tag{7'}$$

$r_{\nu k}$ выберем по-прежнему [1] в виде

$$r_{\nu k} = bk_\nu, \tag{8}$$

где k_ν – компонента волнового вектора, а

$$b = r_0^2 \tag{8'}$$

– константа размерностью квадрата длины.

Такой выбор вектора $r_{\nu k}$ очень удобен для дальнейшего потому, что вследствие соотношения

$$k_\nu r_{\nu k} = \sum_{\nu=1}^{4} \frac{b}{2}(k_\nu)^2 = 0 \tag{9}$$

в выражении (2) факторы можно писать в любом порядке, так как

$$A_\mu(k)e^{ik_\nu x_\nu} = e^{ik_\nu x_\nu}\sqrt{\cos k_\nu r_{\nu k}}\, A_\mu(k) = e^{ik_\nu x_\nu} A_\mu(k). \tag{10}$$

Квантовая скобка от амплитуд, действуя на ту же функцию (6), дает

$$\{A_\mu^*(k)A_\mu(k') - A_\mu(k')A_\mu(k)\}\psi = e^{ip_\nu x_\nu}\cos p_\nu r_{\nu k}\{A_\mu^*(k)A_\mu(k') -$$

$$- A_\mu(k')A_\mu^*(k)\} = -\frac{2\hbar c}{|k|}\delta(k-k')\cos p_\nu k_{k\nu}\psi. \tag{11}$$

Квантовая скобка для слагающих потенциала, взятых в разных точках пространства–времени, запишется в виде

$$[A_\mu(x)A_\nu(x')]\psi = \frac{\delta_{\mu\nu}}{(2\pi)^3}\int \sin\{k_\nu(x_\nu - x'_\nu)\}\cos(p_\nu r_{\nu k})\frac{dk_x dk_y dk_z}{|k|}\psi =$$

$$= \frac{\delta_{\mu\nu}}{(2\pi)^3}\int \sin\{\bar{k}(\bar{\mathbf{r}} - \bar{\mathbf{r}}') - ck(t-t')\}\cos(p_\nu r_{\nu k})\frac{dk_x dk_y dk_z}{|k|}\psi =$$

$$= \frac{\delta_{\mu\nu}}{2}\{D(x - x' + \lambda) + D(x - x' - \lambda)\}\psi, \tag{12}$$

где через λ обозначен четырехмерный вектор

$$\lambda_\nu = r_0^2 p_\nu \quad (\nu = 1, 2, 3, 4). \tag{13}$$

В данном случае p_ν есть c-число, собственное значение оператора энергии импульса, вернее, волнового вектора; D – известная четырехмерная D-функция. Если ψ-функция есть произведение двух функций вида (6): $\psi = e^{ip_\nu^s x_\nu} e^{ip_\nu^{s'} x_\nu^{s'}}$, то в формуле (11) фактор получается в виде произведения двух косинусов

$$\cos p_\nu^s r_{\nu k} \cos p_\nu^{s'} r_{\nu_k}^{s'}. \tag{14}$$

Любую функцию координат φ мы можем разложить по собственным функциям оператора импульса

$$\varphi = \sum_n a_n \psi_n. \tag{15}$$

Теперь соотношение, аналогичное (12) для φ-функции, будет иметь в правой части ряд $\sum a_n D_n \psi_n$, что можно, однако, формально записать по-прежнему в виде (12), если под вектором $\lambda_\nu = r_0^2 p_\nu$ понимать вектор, пропорциональный четырехмерному оператору импульса. Квантовые скобки (12) совпадают с соответствующими скобками в теории λ-процесса, только вектор λ здесь – оператор, связанный с оператором энергии-импульса.

Не придавая большого значения этому конкретному варианту нелокализуемого поля, мы еще раз подчеркиваем связь идеи нелокализуемости поля с релятивистским "обрывающим" фактором. Правда, данный вариант нелокализуемого поля обладает рядом свойств, достойных особого внимания. Воспользуемся случаем и проиллюстрируем эти свойства на примере скалярного поля, взаимодействующего с частицами, подчиняющимися уравнению Дирака.

Пусть далее для n частиц мы имеем систему уравнений Дирака, записанных в многовременнóм формализме:

$$i\hbar \partial\varphi / \partial t_s = H_s(t_s x_s)\varphi \quad (s = 1, 2, ..., n), \tag{16}$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = 0, \tag{17}$$

где

$$H_s = -g_s \beta_s A(x_s) + c\vec{\alpha}_s \mathbf{p}_s - \beta_s m_s c^2, \tag{18}$$

где t_s, x_s – время и координата s-й частицы, $A(x)$ – скалярное поле, T, X, Y, Z – время и координаты поля, g_s – специфический заряд.

В отличие от обычной системы уравнений многовременнóго формализма поле удовлетворяет перестановочным соотношениям (5) или, вернее, (12). Условие совместности (16) (оно же, физически, – условие конечности распространения сигнала) записывается теперь в виде

$$[H_s H_{s'}]\varphi = g_s g_{s'}[A(x_s)A(x_{s'})] = \frac{g_s g_{s'}}{i} e\hbar \frac{1}{4}\{D(x_s - x_{s'} + \lambda_1) +$$

$$+ D(x_s - x_{s'} - \lambda_1) + D(x_s - x_{s'} + \lambda_2) + D(x_s - x_{s'} - \lambda_2)\}\varphi, \tag{19}$$

где на основании (14)

$$\lambda_{1\nu} = r_0^2(p_\nu^s + p_\nu^{s'}); \quad \lambda_{2\nu} = r_0^2(p_\nu^s - p_\nu^{s'}). \tag{20}$$

Условие (19) выполняется [см. (12)] лишь в области

$$c\,|\,t_s - t_{s'} \pm \lambda_{i4}\,| < |\,\mathrm{r}_s - \mathrm{r}_{s'} \pm \vec{\lambda}_i\,| \quad (i = 1, 2) \tag{21}$$

или при переходе к одному времени ($t_s = t_{s'}$):

$$c\,|\,\lambda_{i4}\,| < |\,\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_{s'} \pm \vec{\lambda}_i\,|, \tag{22}$$

где $\lambda_{i4} = r_0^2(p_4^s \pm p_4^{s'})$.

Мы подчеркиваем, во-первых, то обстоятельство, что имеется решение (16) в области (21), а, во-вторых (что не менее существенно), что в остальной области (в области нелокализуемости) имеется единственное тривиальное решение $\varphi = 0$, а, вообще говоря, уравнения несовместны. Этим, в сущности, подчеркивается то обстоятельство, что пространственно-временнóе описание в данном случае не является вполне адекватным описанием.

В некоторых негамильтоновых схемах (S-матрица Гейзенберга) авторы часто решительным образом отказываются от обычного пространственно-временнóго описания. Наблюдаемыми полагаются "свойства на бесконечности".

Нам кажется, что для этого необходимо:

а) существование в рамках данного математического аппарата автоматически действующего "запрета" для описания в конечной области пространства–времени, т.е. такое описание само по себе должно терять физический смысл;

б) наличие уверенности в не всегда ясном вопросе – существовании ψ-функции на бесконечности.

Развиваемый нами математический аппарат, как нам кажется, способен отвечать этим требованиям. Действительно, во-первых, отсутствует решение уравнения (16) в области нелокализуемости (21) и тем самым первое условие автоматически выполняется; во-вторых, включая в рассмотрение частицы с большими импульсами, мы вынуждены, согласно критерию (21), соответственно увеличивать область нелокализуемости, и, строго говоря, для системы частиц область, где система соответствующих уравнений имеет решение, отодвигается на бесконечность. Кроме того, необходимость этого просто следует из преобразования условия (21) или (22) в любую другую лоренцеву систему координат. Ясно, что только при $\bar{\mathbf{r}}_1 - \bar{\mathbf{r}}_2 \to \infty$ в каждой системе координат будет существовать совместность уравнений.

Надо также заметить, что в последние годы выясняется некоторое внутреннее сходство многих формально различных попыток построения теории поля, свободной от известных трудностей. Так, квантование пространства–времени имеет непосредственную связь с идеями релятивистски-инвариантных факторов, релятивистски-инвариантные факторы могут быть истолкованы в рамках нелокализуемости поля. Нелокализуемость поля придает, с нашей точки зрения, физическое содержание релятивистски-инвариантному "обрывающему" фактору.

Существенно отметить, что в свете сказанного выше по-новому встает и старый вопрос о протяженном заряде в более обычном смысле этого слова. Другими словами, нельзя ли все-таки построить такую теорию элементарной частицы, система уравнений которой будет иметь нетривиальные решения всюду, за исключением

конечной области, которую можно отождествить с размерами самой частицы. В настоящий момент требования релятивистской инвариантности сформулированы последовательным образом [6], и на предыдущий вопрос как в классической физике, так и в квантовой теории может быть дан исчерпывающий ответ. Этот вопрос целесообразно обсудить, прежде чем выбирать конкретный вариант нелокализуемости с существованием ψ-функций лишь на бесконечности. Пока нам хотелось обратить внимание лишь на общий тип указанной нелокализуемости, оставляющий смысл волновой функции за пределами области нелокализуемости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Марков М.* // ЖЭТФ. 1940. Т. 10. С. 1311.
2. *Марков М.* // Успехи физ. наук. 1946. Т. 29. С. 269.
3. *Марков М.* // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 790.
4. *Ferretti B., Peierls R.E.* // Nature. 1947. Vol. 160. P. 531.
5. *Heilter W.* The quantum theory of radiation. Oxford, 1944.
6. *Tomonaga S.* // Progr. Theor. Phys. 1946. Vol. 1. P. 27.
7. *Yukawa H.* // Phys. Rev. 1949. Vol. 76. P. 300.

ДИНАМИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫЙ ФОРМФАКТОР ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ*

1. СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОПЫТКИ РАССМАТРИВАТЬ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ ПРОТЯЖЕННЫМИ (ДИНАМИЧЕСКИ НЕДЕФОРМИРУЕМЫЙ ФОРМФАКТОР)

Все известные попытки строить теорию поля, свободную от трудностей, связанных с расходимостями, рассматривая элементарные частицы протяженными, приводят в конце концов к использованию некоторого формфактора, характеризующего протяженность элементарной частицы [10]. Для попыток в этом направлении характерна следующая особенность: все предлагаемые формфакторы задаются функциями, вид которых не меняется под влиянием действующих сил[1]. Если можно так сказать, протяженная частица в этих теориях обладает абсолютно жесткой структурой. Естественно, что сигнал внутри частицы распространяется с бесконечной скоростью в противоречии с теорией относительности, и именно здесь находится источник неудач различных попыток данного направления.

Имеются разнообразные попытки математического оформления физической идеи протяженности элементарных частиц. Рассмотрим некоторые из них.

---

* ЖЭТФ. 1953. Т. 25, вып. 5(11). С. 527–539.

[1] Конечно, кинематически в соответствии с преобразованиями Лоренца формфактор деформируется.

Протяженность частиц в рамках метода Гамильтона

Бесконечно-временнáя формулировка метода Гамильтона завершает процесс усовершенствования последовательной релятивистской записи уравнений. Известное уравнение Томонага–Швингера

$$i\hbar c\frac{\delta\Psi(\sigma)}{\delta\sigma(\mathrm{x})}=H(\mathrm{x})\Psi(\sigma) \tag{1}$$

представляет собой краткую запись бесконечной системы уравнений Томонага

$$i\hbar c\frac{\delta\Psi}{\delta t_{xyz}}=H(x,y,z,t)\Psi, \tag{2}$$

где H – плотность энергии взаимодействия. Как известно, бесконечная система уравнений (2) совместна, если выполняются условия интегрируемости[2]:

$$H(\mathrm{x})H(\mathrm{x}')-H(\mathrm{x}')H(\mathrm{x})=0, \tag{3}$$

где x и x′ – пространственно-временны́е точки. В случае, например, скалярного поля U, взаимодействующего со спинорным ψ-полем, $H(\mathrm{x})$ имеет вид

$$H=g\psi^*(\mathrm{x})U(\mathrm{x})\psi(\mathrm{x}). \tag{4}$$

Условие интегрируемости (2) всегда сводится к условиям, наложенным на скобки Пуассона вида $[\psi^*(\mathrm{x})\psi(\mathrm{x}')]$ и $[U(\mathrm{x})U(\mathrm{x}')]$. Эти скобки Пуассона выражаются через известные Δ-функции, которые действительно обращаются в нуль на пространственно-подобной поверхности σ, вследствие чего вместо бесконечной системы уравнений (2) появляется возможность компактной записи (1).

Последовательно релятивистская запись уравнений в виде (1) несовместима с любой известной попыткой ввести в теорию какой-либо релятивистски-инвариантный формфактор. В этих случаях условия интегрируемости уравнений (2) оказываются невыполнимыми. Действительно, взаимодействие скалярного поля U с протяженным источником записывается в виде[3]

$$H(\mathrm{x})=g\int\psi^*(\mathrm{x})U(\mathrm{x}'')\psi(\mathrm{x})F(\mathrm{x},\mathrm{x}'')d\,\mathrm{x}'', \tag{4′}$$

где $F(\mathrm{x}, \mathrm{x}'')$ – функция, инвариантная относительно полной группы преобразований Лоренца.

В случае (4′) скобки $[U(\mathrm{x})U(\mathrm{x}')]. = \Delta(x-x')$. заменяются скобками от величин

$$[\int U(\mathrm{x}'')F(\mathrm{x},\mathrm{x}'')d\,\mathrm{x}''; \quad \int U(\mathrm{x}''')F(\mathrm{x}',\mathrm{x}''')d\,\mathrm{x}''']\neq\Delta(x-x'). \tag{5}$$

Цель введения формфактора $F(\mathrm{x}',\mathrm{x}''')$ – сделать конечными появляющиеся в теории расходящиеся выражения. Появление расходимостей связано с особенностями $\Delta(x-x')$ на световом конусе.

---

[2] Для простоты рассмотрения мы принимаем, что функция $H(\mathrm{x})$ не содержит производных от поля.

[3] Протяженность обеих частиц, участвующих во взаимодействии, записывается, как известно, более общим выражением

$$H(\mathrm{x})=g\int\psi^*(\mathrm{x}')U(\mathrm{x})\psi(\mathrm{x}'')F(\mathrm{x}',\mathrm{x},\mathrm{x}'')d\,\mathrm{x}'d\,\mathrm{x}''.$$

Если формфактор $F(\mathrm{x}', \mathrm{x}''')$ ликвидирует расходимость входящих в теорию интегралов, то этот же формфактор неизбежно ликвидирует полюс $\Delta(x - x')$-функции. "Размазывая" точечную частицу, формфактор "размазывает" и $\Delta(x - x')$-функцию[4]. Другими словами, в правой части (5) стоит теперь выражение, которое не обладает свойствами $\Delta(x - x')$ обращаться в нуль на пространственно-подобной поверхности, т.е. в случае, когда

$$(\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2 > c^2(t - t')^2. \tag{6}$$

Следовательно, при введении формфактора $F(\mathrm{x}, \mathrm{x}')$ система уравнений (2) становится, вообще говоря, несовместной, а уравнение (1) противоречивым. Указанная несовместность уравнений представляет собой математическое следствие допускаемой введением формфактора возможности бесконечной скорости распространения сигнала.

При более конкретном рассмотрении вопроса удобнее вводить формфакторы в пространстве импульсов, а не координат. Теперь скалярное поле $U_F(\mathrm{x})$, действующее на протяженную частицу, запишется в виде

$$U_F(\mathrm{x}) = \int U(\mathrm{x}'')F(\mathrm{x}, \mathrm{x}'')d\mathrm{x}'' = \sum_{\mathrm{k}} f(\mathrm{k})U(\mathrm{k})e^{i\mathrm{kx}} + f^*(\mathrm{k})U^*(\mathrm{k})e^{-i\mathrm{kx}}. \tag{7}$$

$f(\mathrm{k})$ с ростом k должна быть спадающей функцией, такой, чтобы интегралы, расходящиеся в теории точечных взаимодействий, теперь представлялись сходящимися выражениями.

Функция $f(\mathrm{k})$ должна быть инвариантна относительно полной группы преобразований Лоренца. Последнее требование будет выполнено, если $f(\mathrm{k})$ является функцией от инварианта, содержащего четырехмерный вектор $\mathrm{k} = \{k_\mu\}$. Таким единственным инвариантом является четырехмерное произведение вектора $\{k_\mu\}$ на некоторый четырехмерный вектор $\{l_\mu\}$. Вектор $\{l_\mu\}$ должен обязательно относиться к характеристике частицы (если $1 \neq \mathrm{k}$), в противном случае возникает привилегированная система координат[5].

Если не вводить новых внутренних степеней свободы, то таким вектором $\{l_\mu\}$ мог бы быть вектор, пропорциональный волновому числу частицы[6]. Следовательно, $f(\mathrm{k})$ можно записать в виде

$$f[r_0^2(\mathrm{k}, 1)], \tag{8}$$

где r_0 – константа с размерностью длины. Предполагая для простоты собственную

---

[4] Как известно, функция $D(x - x')$ в электродинамике, например, следующим образом связана с плотностью заряда:

$$\rho(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = e\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = e\frac{\partial}{\partial t'}D(x - x')\Big|_{t=t'}.$$

[5] Например, в пустом пространстве система координат, в которой $l_4 \neq 0, \mathbf{l} = 0$, если вектор $\{l_\mu\}$ – временеподобный.

[6] В общем случае $\{l_\mu\}$ – оператор: $l_x \sim i\partial/\partial x$ и т.д.

массу кванта скалярного поля равной нулю, мы получаем для скобки (5) выражение в явном виде:

$$[U_F(\mathrm{x});\ U_F(\mathrm{x}')] \approx \int \sin\{\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') - ck(t-t')\} f^2(\mathrm{k}) \frac{dk_x dk_y dx_z}{k}. \tag{9}$$

При $f(\mathrm{k}) = 1$ выражение в правой части (9) переходит в известную D-функцию Дирака. В общем случае $f(\mathrm{k})$ "размазывает" D-функцию Дирака. Пусть, например, $f(\mathrm{k},\ l) = e^{-r_0^2(\mathrm{kl})}$, тогда легко видеть, что правая часть (9) будет содержать, кроме обычной, вторую функцию Дирака $D^{(1)}$, которая не обращается в нуль вне светового конуса[7]:

$$D^{(1)} \approx \tfrac{1}{2}\{D(x-x'-i2\mathrm{b}) + D(x-x'+i2\mathrm{b})\} + (i/2)\{D^{(1)}(x-x'-i2\mathrm{b}) -$$

$$- D^{(1)}(x-x'+i2\mathrm{b})\};\quad \mathrm{b} = r_0^2\,\mathrm{l}. \tag{10}$$

Подобным способом можно рассмотреть все известные попытки ввести формфактор в рамки уравнения Гамильтона; они все оказываются в той же степени внутренне противоречивыми.

Протяженность частиц в рамках метода S-матриц

Идея отказаться от жестких ограничений метода Гамильтона и заменить его некоторой "вычислительной схемой" возникла сразу же после того, как выяснились общие трудности введения протяженных частиц в рамках уравнения Гамильтона [3, 4]. Но решающие успехи в этом направлении до сих пор не были достигнуты.

Существующие предложения в общем сводятся к тому, чтобы в S-матрицу, получаемую из обычной теории точечных взаимодействий, ввести формфактор и рассматривать полученную S-матрицу независимо от исходных уравнений.

В случае точечных взаимодействий S-матрица записывается, как известно, в следующем виде:

$$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n,$$

где

$$S_n = (-i)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \ldots \int_{-\infty}^{+\infty} H(\mathrm{x}_1)\Theta^+(\sigma_1\sigma_2)H(\mathrm{x}_2)\Theta^+(\sigma_2\sigma_3)\ldots H(\mathrm{x}_n)d\,\mathrm{x}_1\ldots d\,\mathrm{x}_n, \tag{11}$$

$$\Theta^+(\sigma_1\sigma_2) = \begin{cases} 1, & \text{если } \sigma_1 \text{ после } \sigma_2, \\ 0, & \text{если } \sigma_1 \text{ раньше } \sigma_2. \end{cases} \tag{12}$$

Свойства Θ^+ тесно связаны с конечной скоростью распространения сигнала, с принципом причинности. Следует подчеркнуть, что свойства (12) имеют смысл во всех

---

[7] Надо также отметить, что наличие в $f(\mathrm{k, l})$ (8) оператора $l_x \sim i\partial/\partial x$ ведет к серьезным затруднениям с инвариантностью относительно градиентных преобразований.

системах координат потому и только потому, что на пространственно-подобной поверхности выполняется именно условие (3).

В случае неточечных взаимодействий (при наличии формфактора F в $H(\mathrm{x}_1)$ и $H(\mathrm{x}_2)$) соотношение (3) не выполняется на пространственно-подобной поверхности; в этом случае теряют инвариантный смысл утверждения "раньше" и "после", порядок времени начинает зависеть от системы кординат и S-матрица в виде (11) теряет смысл[8]. S-матрицы в виде, отличном от (11), до сих пор обстоятельно не анализировались. Поэтому еще неясно, действительно ли возможности метода S-матриц для введения протяженности частиц шире, чем возможности метода Гамильтона. Дело в том, что в методе S-матриц еще недостаточно четко сформулированы общие требования, которым должен удовлетворять подобный математический аппарат. Надо иметь в виду, что и для метода Гамильтона последовательная релятивистская формулировка найдена только теперь, в уравнениях Томонага–Швингера. Требуется большая осторожность в вопросах релятивистской инвариантности. Одновременной формализм, например, или даже многовременные уравнения Дирака–Фока–Подольского для одной частицы в скалярном поле формально не противоречат введению релятивистски-инвариантного формфактора. Но последовательное рассмотрение этого вопроса в рамках уравнения Томонага–Швингера приводит к внутренним противоречиям.

В последнее время делаются многочисленные попытки ввести формфактор в уравнения движения в гейзенберговском представлении. Наиболее последовательная попытка дана в работе [8]. Но заранее очевидно, что трудности представления взаимодействия, причина которых ясна физически, не могут исчезнуть при другой эквивалентной математической формулировке.

Имеются попытки локализовать отклонения от требований теории относительности "малой областью" [1, 5, 7]. В принципе это можно сделать, используя быстро спадающий формфактор или даже формфактор с разрывными функциями: $F(\mathrm{x} - \mathrm{x}') = 0$, если $|\mathrm{x} - \mathrm{x}'| > r_0$. Проще всего этого можно достигнуть, вводя, например, формфактор, который приводит к смещенному аргументу у Δ-функции, аналогично тому, как это имеет место в λ-процессе:

$$[U(x)U(x')] = \tfrac{1}{2}\{D(x - x' + \lambda) + D(x - x' - \lambda)\}.$$

Но здесь λ не устремляется к нулю, а отлично от нуля и пропорционально, например, четырехмерному импульсу электрона ($\lambda \sim \mathrm{p}$). При этих условиях уравнение (1) не выполняется, но бесконечная система уравнений (2) совместна для всех точек, удовлетворяющих условию

$$|t - t' \pm \lambda_4|c < |\mathbf{x} - \mathbf{x}' \pm \vec{\lambda}|. \qquad \text{(a)}$$

[8] Если интервал $x_1 - x_2$ временеподобный, знак $t_1 - t_2$ сохраняется во всех координатных системах. Если интервал $x_1 - x_2$ пространственно-подобный, знак $t_1 - t_2$ может при преобразованиях координат измениться. Только при выполнении условия (3) в последнем случае $t_1 - t_2$ сохраняет знак.

Ясно, что даже при $t = t'$ в области

$$|\lambda_4| c > |\mathbf{x} - \mathbf{x}' \pm \vec{\lambda}| \qquad \text{(b)}$$

система уравнений (2) уже несовместна.

Конечно, в этой области можно отказаться от метода Гамильтона и от конечности распространения сигнала, но последнее чисто отрицательное утверждение должно быть дополнено каким-то положительным содержанием: либо каким-то обобщением преобразований Лоренца, либо какими-то особенностями новой теории, ограничивающими точность макроскопической проверки скорости распространения сигнала, чтобы последнее обстоятельство не было связано с уровнем экспериментальных возможностей[9].

Последовательные попытки подобных теоретических построений отсутствуют. Последнее замечание относится в равной степени и к методу S-матриц, так как бесконечный интервал в физике соответствует макроскопическим расстояниям.

Ввиду того что в написании (8) формфактор $f(r_0^2(\mathrm{k}, 1))$ зависит от $l \sim \partial/\partial x$, где x – координата источника поля, те же особенности взаимодействия поля с источником можно ввести добавочными коммутационными соотношениями между амплитудами поля и координатой источника, например

$$U(\mathrm{k})x_\nu - x_\nu U(\mathrm{k}) = -ir_{\nu k}U(\mathrm{k});$$

отсюда

$$[x_\nu[x_\nu U(\mathrm{k})]] = (ir_{\nu k})^2 U(\mathrm{k}).$$

Для случая $\Sigma(ir_\nu)^2 = \lambda^2$ эта теория была подробно исследована в [12], но, как известно, и здесь условия интегрируемости уравнений (2) не выполняются.

Наконец, можно указать еще одно общее соображение экспериментального характера против всех видов формфакторов[10]. Действительно, цель введения формфакторов – уничтожение расходимостей. Пусть мы имеем расходящийся интеграл

---

[9] В квантовой теории нет, например, однозначной связи между прошедшим и будущим (в смысле классической механики) не потому, что принцип причинности несправедлив, а в силу того, что координата и импульс одновременно не характеризуют точно состояние частицы. Так и здесь при сохранении преобразований Лоренца в их прежнем виде необходимо во всяком случае, чтобы точность выполнения этих преобразований ограничивалась какими-либо привходящими моментами, например атомизмом заряда [3, 4] и т.д., так, чтобы большая точность их не соответствовала бы природе явления. Самое же главное, что в области (b) не выполняется совместность уравнений, т.е. отсутствует математический аппарат в области, наиболее интересной и существенной для данного вопроса. Правда, в области (b) есть тривиальное решение [5] $\psi = 0$, но оно должно быть естественно "сшито" с ψ-функцией в области (a); имеющиеся здесь затруднения пока не преодолены.

Быстро спадающие с расстоянием формфакторы приводят к тому, что в макроскопической области для макроскопических расстояний $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ "почти" выполняются условия интегрируемости (3). Но, строго говоря, уравнения остаются несовместными, и даже "приближенная" законность использования системы уравнений в том случае, если скобка (3) мало отличается от нуля, математически не исследовалась.

Другими словами, последовательного математического аппарата, соответствующего изложенным выше физическим соображениям, в настоящее время не существует.

[10] Вернее, против всех формфакторов, сохраняющих эрмитовость функции Гамильтона.

вида

$$\int k^2 dk \sim k^3, \quad k \to \infty.$$

Для сходимости подобных интегралов требуются формфакторы, которые спадают быстрее, чем $1/k^{3/2}$. При наличии подобных формфакторов взаимодействие с полем будет быстро убывать с ростом энергии сталкивающихся частиц (см. раздел 3). Как следствие этого обстоятельства, теория возмущений при больших энергиях должна становиться все лучше и лучше применимой, например, к мезонным полям, а сами сечения, как правило, стремиться к нулю. Этот вывод находится в явном противоречии с данными, полученными при исследовании космических лучей – в противоречии со слабой проникающей способностью первичного излучения крайне большой энергии.

Упомянутое стремление сечений к нулю можно продемонстрировать на рассеянии протонов на протонах (псевдоскалярное мезонное поле). В этом случае в членах дифференциального сечения появляется характерный фактор $f_1^2 f_2^2$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{g^2}{\hbar c}\right)^2 \frac{k^4}{\varepsilon^2}\left\{\left[\frac{\sin^2(\theta/2)}{4k^2\sin^2(\theta/2)+\varkappa^2}\right]^2 f_1^2 f_2^2 + \ldots\right\},$$

где f_1^2 и f_2^2 – функции, убывающие с ростом аргумента (энергией сталкивающихся частиц):

$$f_1 = f_1[a^2(\omega_q E - \mathbf{qp})]; \quad f_2 = f_2[a^2(\omega_q E + \mathbf{qp})];$$

$\mathbf{p}$ – импульс частиц до столкновения в системе центра инерции, $\mathbf{q} = (\mathbf{p} \mp \mathbf{p}')$, где $\mathbf{p}'$ – импульс после столкновения, $\omega_q = \sqrt{\mu^2 c^2 + \mathbf{q}^2}$, μ – масса мезона.

При больших энергиях $\omega_q \sim |\,\mathbf{q}\,|$ и $E \sim p$. Если $f_1(0) \sim 1$, то во всяком случае $f_2 = f_2(2\omega_q E_q)$, т.е. сечения убывают с энергией сталкивающихся частиц и с передаваемой энергией при столкновениях. Учет высших приближений (факториальный рост числа цепочек) не должен изменить этого обстоятельства. Действительно, если рост числа цепочек окажется существенным для реальных процессов, то он будет существенным и для вычисления собственной массы. Другими словами, тогда формфактор должен быть взят с самого начала таким, чтобы учесть это обстоятельство, т.е. с более сильной зависимостью от энергии-импульса.

2. ДИНАМИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫЙ ФОРМФАКТОР

Естественно, возникает вопрос: существует ли такой класс формфакторов, которые приводили бы к скорости распространения сигнала v по протяженной частице, меньшей или равной скорости света:

$$v \leqslant c? \tag{13}$$

Ответ на этот вопрос имеется, но он влечет за собой, как это следует из дальнейшего, совершенно иное, по сравнению с обычным, толкование понятия элементарной частицы.

Формфакторы, характеризующие подобные модели распределенных зарядов, должны меняться под влиянием внешних сил[11]. В согласии с этой идеей для самих формфакторов должны быть написаны соответствующие "уравнения движения". Этот вывод следует логически из анализа характера неудач всех теорий с недеформируемыми формфакторами.

При построении теории с динамически деформируемым формфактором можно идти различными путями[12]. Конкретизируя предыдущие соображения, обсудим одну частную возможность, которая связана со следующим замечанием. Писать уравнения движения для формфактора (для какой-то новой функции $F(\mathrm{x})$) – это, по существу, значит вводить в рассмотрение новое поле $F(\mathrm{x})$. В распоряжении современной теории имеется большое число различных полей, и естественно поэтому попытаться не вводить новых, а использовать существующие поля в качестве таких "взаимных формфакторов". По-видимому, фактическое положение в современной теории полей отчасти подготовлено к подобной постановке вопроса, если все взаимодействующие поля рассматривать во всеобщей связи друг с другом.

Взаимные формфакторы

Рассмотрим в качестве примера собственную электромагнитную массу протона. В рамках существующей теории эта задача формулируется так: уравнение движения "свободного" протона пишется в виде

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t}(\mathrm{x}_p)+[(\bar{\alpha}\mathbf{p})+\beta m_0 c^2]\psi(\mathrm{x}_p)=0. \qquad (14)$$

Электромагнитное поле даст добавочное приращение массы протона $\Delta m_{\text{эм}}$, обязанное электромагнитному полю. Следовательно, исходное уравнение (14) должно содержать не экспериментальную массу протона, а некоторую "начальную" гипотетическую массу m_0 так, чтобы

$$m_0 = m_{\text{эксп}} - \Delta m_{\text{эм}}.$$

С современной точки зрения каждая элементарная частица взаимодействует (прямым или непрямым образом) со всеми полями. Таким образом, каждое из этих полей вносит свою долю в ее собственную массу. Следовательно, масса "свободного" протона m_0 – это та масса, которая обязана результирующему эффекту всех полей, кроме данного (т.е. кроме электромагнитного). Если эта масса m_0 также полевого происхождения, то она распределена по пространству, в котором возбуждаются все другие поля.

Электрический заряд гипотетического (исходного) протона (14), к которому "подключается" затем электромагнитное поле, определяется другими электрически

[11] Если идеальный образ абсолютно твердого тела был физической моделью всех предыдущих попыток ввести протяженность частицы при помощи формфактора, не меняющегося под действием внешних сил, то образ заряженного "облака" или "жидкой капли" мог бы служить моделью такой протяженной частицы, сигнал по которой распространялся бы со скоростью $v \leqslant c$.

[12] Можно, например, формально рассматривать частицу как "жидкую каплю" или "облако". Пока ясно только одно: в рамках дифференциальных уравнений имеются некоторые возможности, которые пока еще не исследованы.

заряженными полями, окружающими протон. Это зарядовое облако имеет сложную структуру, оно определяется заряженными π-мезонами, другими сортами заряженных мезонов, наконец, заряженным β-полем. Так перед нами возникает образ действительно протяженного "голого" протона (протона до "подключения" электромагнитного поля), т.е. того протона, который обычно, по существу феноменологически, мы пытаемся описать (очень грубо) свободным уравнением (14). Очень естественно и физически заманчиво функцию $F(\mathrm{x})$, характеризующую это зарядовое облако, использовать в качестве формфактора для взаимодействия электромагнитного поля с протоном.

Большая сложность "элементарных" частиц постепенно осознается нами, но, по-видимому, настает момент, когда из этого обстоятельства необходимо сделать решительные выводы.

Идея протяженности частиц в ее обычной формулировке слишком классична – она, в сущности, предполагает, что части целого имеют ту же физическую природу, что и целое. Это обстоятельство обычно скрадывается в идее динамически недеформируемого формфактора, но при формулировке динамически деформируемого формфактора неизбежно возникает вопрос о "структуре капли", о структуре "облака". На этот вопрос желательно дать ответ не в смысле механической делимости, а в духе современных теорий, устанавливающих теснейшие связи между различными полями.

Из предыдущего анализа следует, что уравнение (14) необходимо рассматривать как, по существу, феноменологическое уравнение движения центра тяжести "сложной системы". Если по данному пути идти последовательно, то координату протона x_p следует рассматривать как значение координаты, усредненной по формфактору

$$\mathbf{x}_p = \int \mathbf{x} F(\mathrm{x}) d\mathbf{x}. \tag{15}$$

Для иллюстрации возможной теории упростим проблему, предполагая, что распределение плотности электрического заряда вокруг протона определяется целиком заряженным мезонным полем φ, другими словами,

$$\mathbf{x}_p = \int \mathbf{x} \rho(\mathrm{x}) d\mathbf{x}, \tag{16}$$

где $\rho(\mathrm{x})$ представляет мезонную плотность. В случае скалярных мезонов

$$\rho(\mathrm{x}) = ie(\dot{\varphi}^{*}\varphi - \dot{\varphi}\varphi^{*}).$$

Взаимодействие протона, вернее, мезонного облака с электромагнитным полем теперь запишется в виде

$$H' = -e\int \Phi_0(\mathrm{x}^{\mu})\rho(\mathrm{x}_p \mathrm{x}^{\mu}) d\,\mathrm{x}^{\mu} + e\vec{\alpha}\int \vec{\Phi}(\mathrm{x}^{\mu})\rho(\mathrm{x}_p \mathrm{x}^{\mu}) d\,\mathrm{x}^{\mu}. \tag{17}$$

В дальнейшем мы должны написать уравнения движения для мезонного поля. Для "свободного" мезонного поля мы имеем

$$\Box\varphi(\mathrm{x}^{\mu}) = 0, \tag{18}$$

где, согласно предыдущему, естественно полагать, что

$$\mathbf{x}^{\mu} = \int \mathbf{x} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x}; \qquad (19)$$

f – формфактор, характеризующий размеры π-мезона. В настоящее время мы не знаем, какое поле в основном определяет размеры π-мезона. Не исключено, что таким полем могло бы быть, например, нуклонное поле

$$f(\mathbf{x}) = \Psi^*(\mathbf{x})\Psi(\mathbf{x}). \qquad (20)$$

Пребывание π-мезона в состоянии нуклонно-антинуклонной пары[13] иллюстрирует возможный характер подобных представлений.

Для того чтобы написать замкнутую систему уравнений, необходимо написать уравнение мезонного поля (18) с правой частью, так как только из этого уравнения можно определить плотность $\rho(\mathbf{x}^{\mu})$ мезонного поля в присутствии реального нуклона. Естественно, что для взаимодействия мезонного поля с нуклонами мы должны также ввести формфактор, представляющий размеры нуклона по отношению к мезонному полю. В последнее время открыто большое число различных мезонных полей, но пока в вопросе об отношении этих полей к π-мезонному полю нет ясности[14], и поэтому конкретные высказывания о формфакторе при взаимодействии π-мезонов с нуклонами вряд ли могут быть в настоящий момент достаточно определенными.

Предыдущие соображения представляют собой, может быть, не столько попытку иллюстрировать характер возможной теории, сколько стремление подчеркнуть феноменологические, очень грубые черты существующей теории элементарных частиц.

Таким образом, если идея взаимных формфакторов отвечает действительности, то перед нами только начало очень длинного пути создания последовательной теории взаимодействия полей, число которых быстро возрастает.

Мы видим, что попытка рассмотреть последовательным образом идею взаимных формфакторов приводит к очень сложной системе связанных между собой уравнений. Опыт развития науки показывает, что в тех случаях, когда задача усложняется существенным образом, она практически решается другими, более адекватными методами, хотя и приближенными, а строгая последовательная постановка задачи остается лишь идеальным случаем правильно сформулированной проблемы[15]. Рассмотрим отдельные случаи приближенных подходов к строгой задаче.

---

[13] Частным случаем здесь является нуклонно-антинуклонная модель мезона, даваемая теорией [9], или нуклонно-μ-мезонная модель [11].

[14] По-видимому, большинство новых типов мезонов распадаются на π-мезоны, т.е. между этими полями и π-мезонами должна существовать тесная связь. Как далеко идет эта связь, в настоящий момент не ясно. Пока не исключена и такая возможность: благодаря сильному взаимодействию π-мезонов друг с другом они временно объединяются в мезоны больших масс, что было бы очень естественно в свете гипотезы [9] нуклонно-антинуклонного строения π-мезона. Другими словами, параллельно веществу, состоящему из нуклонов, можно предположить существование короткоживущих образований из нуклонов и антинуклонов, которые проявляются в виде тяжелых мезонов.

[15] Например, классическая проблема многих взаимодействующих тел.

3. ЯВЛЕНИЯ В ОБЛАСТИ ПРИБЛИЖЕННОЙ ПРИМЕНИМОСТИ НЕДЕФОРМИРУЕМОГО ФОРМФАКТОРА

В области относительно малых энергетических воздействий на элементарную частицу можно пренебречь деформацией формфактора и, учитывая размеры элементарных частиц каким-либо простым "размазыванием", производить качественные оценки влияния размеров частиц в различных эффектах. Гипотеза деформируемого формфактора дает обоснование законности таких оценок в некоторых энергетических пределах. Целесообразность подобных оценок диктуется современным состоянием эксперимента. Как уже указывалось выше, в эксперименте в настоящее время фигурируют такие длины, которые лежат на шкале возможных размеров элементарных частиц.

Влияние размеров на характер эффектов очень специфично. Рассмотрим несколько простых примеров.

Рассеяние $\pi^{\pm}$-мезонов на протоне

Для простоты рассмотрения выберем фактор (8) в виде

$$f = be^{-r_0^2(\mathrm{k},\mathrm{l})},$$

где $\mathrm{k} = \{k_\mu\}$ и $\mathrm{l} = \{l_\mu\}$ – соответственно волновые числа мезона и протона, $b = \exp\left\{r_0^2 \frac{mc}{\hbar}\frac{Mc}{\hbar}\right\}$ – нормировочный коэффициент, который обеспечивает равенство единице $f(\mathrm{k})$ при малых импульсах мезона. В системе центра инерции $\mathbf{k} = -\mathbf{1}$. Следовательно, при рассеянии положительного мезона в первом акте взаимодействия войдет фактор

$$f_1 = b\exp\left\{-r_0^2\left[\left(\frac{m^2c^2}{\hbar^2}+k'^2\right)^{1/2}\left(\frac{M^2c^2}{\hbar^2}+k^2\right)^{1/2}+\mathbf{kk}'\right]\right\} \tag{21}$$

(протон с импульсом $\hbar\mathbf{1} = -\mathbf{k}\hbar$ испускает мезон с импульсом $\hbar\mathbf{k}'$). Во втором акте взаимодействия войдет фактор

$$f_2 = b\exp\left\{-r_0^2\left[\left(\frac{m^2c^2}{\hbar^2}+k^2\right)^{1/2}\left(\frac{M^2c^2}{\hbar^2}+(\mathbf{k}'+\mathbf{k})^2\right)^{1/2}+(\mathbf{k}'+\mathbf{k})\mathbf{k}\right]\right\}. \tag{22}$$

Нуклон с импульсом $\hbar(\mathbf{1}-\mathbf{k}') = -\hbar(\mathbf{k}+\mathbf{k}')$поглощает начальный π^+-мезон с импульсом $\hbar\mathbf{k}$. Дифференциальное сечение рассеяния положительных мезонов на протоне получит добавочный множитель

$$(d\sigma^+/d\Omega)_f = (d\sigma^+/d\Omega)(f_1^2 f_2^2)^+. \tag{23}$$

Выбирая для простоты записи

$$r_0^2 = \alpha \frac{\hbar}{mc}\frac{\hbar}{Mc}; \quad \frac{M}{m} = \varkappa \sim 6; \quad \alpha \sim 1, \tag{24}$$

мы получим

$$f_1 = \exp\left\{-\alpha\left[\left(1+k'^2\right)^{1/2}\left(1+\frac{k^2}{\varkappa^2}\right)^{1/2} + \frac{\mathbf{kk}'}{\varkappa} - 1\right]\right\},$$
$$f_2 = \exp\left\{-\alpha\left[\left(1+k^2\right)^{1/2}\left(1+\frac{(\mathbf{k}'+\mathbf{k})^2}{\varkappa^2}\right)^{1/2} + \frac{(\mathbf{k}'+\mathbf{k})\mathbf{k}}{\varkappa} - 1\right]\right\}, \tag{25}$$

где теперь $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ – импульсы начального и конечного мезонов в энергетических единицах mc^2. Рассматривая кинетические энергии мезонов ~ 1 (т.е. mc^2), мы можем пренебречь $k^2/\varkappa^2$ и $(\mathbf{k}' + \mathbf{k})^2/\varkappa^2$ по сравнению с единицей. Замечая, что в системе центра тяжести $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}'|$, $E = \sqrt{1+k^2}$, получаем

$$(f_1^2 f_2^2)^+ = \exp\left\{-4\alpha\left[E - 1 + \frac{E^2-1}{2\varkappa}(1+2\cos\theta)\right]\right\}.$$

При малых k, $f_1 f_2 \sim 1$ сечение (23) совпадает с сечением, получаемым для точечного взаимодействия.

Для псевдоскалярного мезона с псевдовекторной связью сечение рассеяния растет с энергией падающего мезона. Учет размеров нуклона $(f_1^2 f_2^2)$ приводит к уменьшению сечения рассеяния при больших энергиях падающего мезона. Энергетическая зависимость полного сечения должна содержать в этом случае характерный максимум.

Для дифференциального сечения протяженность нуклона должна привести к характерному увеличению рассеяния π^+-мезонов назад и на большие углы вообще. Импульсы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ по абсолютной величине равны между собой. Если $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ примерно совпадают по направлению (малые углы рассеяния), то в экспоненте $\mathbf{k}\,\mathbf{k}'/\varkappa \sim k^2/\varkappa$, т.е. члены подобного вида в (23) будут уменьшать рассеяние на малые углы. Если $\mathbf{k}' \sim -\mathbf{k}$ (рассеяние назад), то соответствующие члены войдут в (23) со знаком минус $(-k^2/\varkappa)$ и факторы слабее уменьшают сечение. Отношение соответствующих сечений имеет вид

$$\left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_{f;\vartheta=0} \Big/ \left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_{f,\vartheta=\pi} =$$
$$= \left[\left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_{\vartheta=0} \Big/ \left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_{\vartheta=\pi}\right] \exp\left\{\frac{-4\alpha(E^2-1)}{\varkappa}(\cos 0 - \cos\pi)\right\}. \tag{26}$$

Сильное рассеяние на большие углы является характерной чертой экспериментальных данных по рассеянию π^+-мезонов[16] на протоне; относительная изотропия характерна для рассеяния π^-.

Рождение заряженных мезонов фотонами

В данном эффекте необходимо рассматривать как взаимодействие π-мезонов с нуклонами, так и взаимодействие, например, мезонов с фотонами. Если размеры мезона в основном определяются облаком нуклонно-антинуклонных пар, то зарядовое облако π-мезона имеет размеры $\sim\hbar / Mc$ и по отношению к фотонам с энергией ~400 МэВ может в грубом приближении считаться точечным.

В случае псевдоскалярного мезонного поля с псевдовекторным взаимодействием основной вклад в сечение дает взаимодействие H_{eg}, которое при этом обеспечивает градиентную инвариантность уравнений

$$H_{eg} \sim \vec{\gamma}\mathbf{A}\gamma_5\varphi. \tag{27}$$

В этом случае без промежуточного состояния идет процесс поглощения фотона и испускания реального мезона с импульсом k. Следовательно, в том же приближении, что и в случае рассеяния мезонов, дифференциальное сечение рождения заряженных мезонов на нуклоне будет иметь вид в лабораторной системе

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_f = \frac{d\sigma}{d\Omega}\exp\{-2\alpha(E_\mu - 1)\} = \frac{d\sigma}{d\Omega} f_1^2,$$

где $(E_\mu - 1)$ – кинетическая энергия рожденного мезона; $d\sigma/d\Omega$ – сечение, полученное без применения формфактора.

Характерные особенности влияния формфактора на рассматриваемый процесс заключаются в следующем.

1. Формфактор уменьшает число рожденных мезонов с большими импульсами (под малыми углами).

2. Максимум сечения в зависимости от энергии γ-кванта наступает при больших энергиях, чем в случае рассеяния мезонов.

[16] При рассеянии π^--мезона на протоне в первом акте взаимодействия (в отличие от рассеяния π^+-мезона) происходит поглощение π-мезона. Это обстоятельство приводит к другому выражению для формфактора:

$$(f_1^2 f_2^2) = \exp\left\{-4\alpha\left[E - 1 + \frac{E^2 - 1}{2\varkappa}\right]\right\}.$$

Для последнего характерно отсутствие угловой зависимости в соответствии с экспериментом.

Существенно, что $(f_1^2 f_2^2)^+ / (f_1^2 f_2^2)^- \sim e^{2\alpha}$ при $\vartheta \sim \pi$, если $\alpha \sim 1$, $e^{2\alpha} \sim 7$, т.е. в согласии с экспериментом рассеяние на большие углы π^+-мезона намного больше, чем рассеяние π^--мезонов.

Фоторождение нейтральных мезонов

Как показывают расчеты в области малых энергий, наблюдаемые сечения для фоторождения нейтральных мезонов могут быть получены, если эффект интерпретировать как рождение заряженных мезонов с последующим рассеянием их на нуклоне с перезарядкой в нейтральные [6]. В случае фоторождения нейтрального мезона влияние формфактора, по-видимому, сведется к появлению в зависимости полного сечения от энергии γ-кванта более острого максимума.

Известно, что экспериментальные данные относительно рождения заряженных мезонов под малыми углами к направлению импульса γ-кванта характеризуются уменьшением сечения (с уменьшением угла), что находится в согласии с предыдущими замечаниями. Известно также, что все расчеты (по слабой и сильной связи) приводят к росту сечения при малых углах. Если размеры π-мезонов по отношению к электромагнитному полю лежат также в области длин $\hbar/mc$, то предыдущее рассмотрение эффектов фоторождения несколько усложнится. Обсуждаемая протяженность мезонов по отношению к электромагнитному полю может существенным образом изменить обычную интерпретацию такого явления, как поглощение медленных отрицательных мезонов протонами. Рассматриваемый процесс приводит к появлению либо медленного нейтрального π^0-мезона, либо одного γ-кванта. Из сопоставления двух последних сечений можно определить отношение констант $e^2/\hbar c : g^2/\hbar c$. Известно, что отсюда даже для псевдовекторной связи псевдоскалярного нейтрального мезонного поля получаются слишком большие константы [2] ($g_0^2 / \hbar c \sim 10$).

Введение формфактора ослабляет взаимодействие с электромагнитным полем, что уменьшает эффективное значение константы тонкой структуры ($e^2/\hbar c$), имитируя тем самым большое значение константы $g_0^2 / \hbar c$, если при малых импульсах нейтрального мезона (большая длина волны) не существенны размеры нуклона по отношению к мезонному полю. Поглощение медленных π-мезонов протоном, однако, неоднозначным образом свидетельствует об электромагнитных размерах мезона в области длин $\hbar/mc$. Малые константы $g_0^2 / \hbar c$ можно получить также и в случае введения в теорию примеси псевдоскалярной связи с константой $f_0^2 / \hbar c \sim 1$.

Все приведенные примеры показывают, что в принципе размеры элементарных частиц уже в настоящее время могут являться объектом экспериментальных исследований.

В настоящее время не исключено и более тривиальное решение вопроса о расходимостях. Может быть, на динамически деформируемый формфактор следует смотреть как на феноменологический учет всех высших приближений современной теории в том случае, когда рассматриваются все поля во взаимной связи. Этот вопрос вряд ли можно выяснить без существенной рационализации методов решения существующих уравнений полей.

В случае электродинамики является разительным тот факт, что учет поляризации вакуума снижает расходимость собственной энергии до логарифмической. Возможно, что более точное решение существующих уравнений электродинамики

может ликвидировать расходимости вообще. Известно, например, что пока еще несовершенные попытки получить перенормированные уравнения для двух взаимодействующих полей приводят к появлению некоторого формфактора. Естественно, что этот формфактор не должен быть жестким: он представляет собой "облако" в духе идеи взаимных формфакторов. Здесь намечается связь между новыми идеями в перенормировках и деформируемыми формфакторами.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Блохинцев Д.И.* // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. С. 566.
2. *Иоффе Б., Рудик А.* // Там же. 1952. Т. 22. С. 127.
3. *Марков М.А.* // Там же. 1940. Т. 10. С. 1311.
4. *Марков М.А.* // Успехи физ. наук. 1946. Т. 39. С. 269.
5. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. С. 11.
6. *Михайлов В., Балдин А.* // Там же. 1953. Т. 24. С. 613.
7. *Широков Ю.М.* // Там же. С. 47.
8. *Bloch C.* // Kgl. Dan. Vidensk. Selsk. Mat.-fys. Medd. 1950. Bd. 24, N 1.
9. *Fermi E., Yang C.* // Phys. Rev. 1949. Vol. 76. P. 1739.
10. *Watagin G.* // Ztschr. Phys. 1934. Bd. 88. S. 92.
11. *Wentzel G.* // Phys. Rev. 1950. Vol. 79. P. 710.
12. *Yukawa H.* // Ibid. 1949. Vol. 77. P. 219.

О НЕЛОКАЛЬНЫХ ПОЛЯХ И СЛОЖНОЙ ПРИРОДЕ "ЭЛЕМЕНТАРНЫХ" ЧАСТИЦ

(динамически деформируемый формфактор)*

В настоящее время в теории поля имеются два резко отличных друг от друга направления. Одно направление связано с различного рода "вычитательными операциями"[1], с различного рода способами регуляризаций известных расходящихся выражений. Другое направление связано с идеями нелокализованного поля, с различного рода попытками вводить в рассмотрение протяженность элементарных частиц.

В отличие от второй концепции круг идей первого направления не связан с рассмотрением протяженности элементарных частиц. В основе всех известных пока вычитательных рекомендаций, способов регуляризации и связанных с ней перенормировок мировых констант лежит чисто физическая гипотеза фундаментального значения. Мы имеем в виду предположение о точечности элементарных частиц. Другими словами, в этих теориях сохранено представление о

* Успехи физ. наук. 1953. Т. 51, вып. 3. С. 317–341.

[1] Мы имеем в виду интегральное уравнение Гайтлера, λ-процесс Дирака, в особенности известные методы регуляризации, и т.д.

точечности взаимодействия полей, столь характерное для всей современной теории.

Поэтому все известные пока вычитательные операции, все формальные способы регуляризации оставляют *без изменения все конечные* результаты обычной теории возмущений. Например, выражение для сечения эффекта Комптона в его первом приближении остается без изменения.

Наоборот, все теории, связанные с представлениями о протяженных элементарных частицах, неизбежно меняют выражения всех конечных эффектов для малых длин волн и малых относительных расстояний между частицами. В последнем случае, например, сечение для эффекта Комптона будет содержать множителем выражение, быстро убывающее с частотой γ-кванта. Этот множитель отражает размеры частицы в импульсном пространстве.

"Элементарные длины" (т.е. "размеры" элементарных частиц), о которых когда-либо шла речь в подобных теориях, – это длины, связанные с известными комбинациями мировых констант:

$$\frac{\hbar}{\mu c};\ \frac{e^2}{mc^2};\ \frac{\hbar}{Mc};\ \frac{g^2}{\mu c^2};\ \frac{g^2}{Mc^2}, \tag{1}$$

где μ – масса мезона, e – электрический заряд, g – ядерный заряд, m – масса электрона, M – масса нуклона. Все эти длины имеют порядок 10^{-13}–10^{-15} см.

Следующий мыслимый "рубеж элементарных длин" на много порядков отстоит от данного[2].

Существенно отметить, что в настоящий момент в эксперименте исследуется именно этот первый (1) *рубеж возможных "элементарных длин"*. В экспериментах по рождению мезонов γ-квантами длина волны фотона $\lambda < 10^{-13}$ см; в опытах по столкновению быстрых нуклонов "параметры удара" $< 10^{-13}$ см и т.д.

Таким образом, выбор между двумя классами возможных теорий (т.е. теорий, рассматривающих элементарные частицы точечными или протяженными) в настоящий момент становится и экспериментальным вопросом.

Последнее обстоятельство существенно меняет всю ситуацию в теории элементарных частиц и вместе с тем в несколько ином свете представляет всю проблему поисков новой теории.

Действительно, до последнего времени, в сущности, единственными критериями оценки рассматриваемых теорий являлись их внутренняя непротиворечивость и логическая законченность при выполнении общих требований релятивистской ковариантности.

При наличии соответствующих возможностей эксперимента создается в настоящее время совершенно иная ситуация, которую целесообразно рационально использовать.

В § 3 мы разовьем и конкретизируем последние соображения.

---

[2] Мы имеем в виду гравитационный радиус элементарной частицы или возможный электромагнитный радиус электрона при учете поляризации вакуума $r_0 \sim 10^{-55}$ см.

Что касается внутренней логической законченности рассматриваемых нами двух конкурирующих направлений в современной теории, то относительно первого из них мы ограничимся кратким замечанием, а в основном подробно рассмотрим современное состояние и возможности второго направления.

Формальные рецептурные приемы регуляризации достигли, правда, высокой степени совершенства, но они продолжают возбуждать ряд сомнений и чувство неудовлетворенности даже в чисто внутренне логическом аспекте.

Действительно, берется уравнение, которое в этой теории само по себе считается бессмысленным[3]:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = \infty, \tag{2}$$

затем пишутся формальные решения этого уравнения. Естественно, что эти формальные решения также лишены смысла: они расходятся. Далее формальными приемами придают этому "решению" смысл сходящегося выражения. Первоначальное "решение" настолько резко меняется, что оно уже не удовлетворяет исходному уравнению.

Здесь по меньшей мере имеется логический скачок, который требуется осмыслить.

Очень может быть, что последовательнее было бы отказаться от исходных уравнений и научиться составлять необходимые "решения" без них, именно чисто рецептурным путем. Но, к сожалению, для рассмотрения ряда вопросов мы принуждены возвращаться вновь и вновь к исходным дифференциальным уравнениям.

Другими словами, вполне оторваться от исходных дифференциальных уравнений не удается. Во всяком случае, подобная программа не выполнена.

Может быть, наоборот, следует искать такие уравнения, решениями которых были бы именно те выражения, которые получаются при помощи методов регуляризации из расходящихся решений существующих уравнений.

Но пока подобные уравнения не найдены. Может быть, в нашей оценке формальных рецептов регуляризации известную роль играет некоторый консерватизм мышления и на всю эту систему рецептурных рекомендаций следует смотреть под некоторым другим углом зрения и видеть в ней замкнутую систему новых положений, но пока подобного рода попытки, т.е. попытки осмыслить всю ситуацию с этой точки зрения, также отсутствуют.

Реальные успехи формальных методов регуляризации не столь значительны, чтобы игнорировать все эти не удовлетворяющие нас обстоятельства. Дело в том, что рецепты регуляризации пока органически приспособлены только к теории возмущений.

Как известно, существует подозрение, что соответствующие ряды после регуляризации и перенормировок расходятся даже в электродинамике. Но, главное, обсуждаемое направление не принесло пока практически важных результатов в области мезонных эффектов.

---

[3] К сожалению, до сих пор в строгом виде наличие расходимости не доказано, так как мы не умеем решать строго основные уравнения поля, и здесь возможны неожиданности.

§ 1. СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОПЫТКИ РАССМАТРИВАТЬ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ ПРОТЯЖЕННЫМИ

(динамически недеформируемый формфактор)

Все известные попытки строить теорию поля, свободную от трудностей, связанных с расходимостями, рассматривая элементарные частицы протяженными, приводят в конце концов к использованию некоторого формфактора, характеризующего протяженность элементарной частицы [8][4]. Для попыток в этом направлении характерна следующая особенность: *все предлагаемые в них формфакторы задаются функциями, вид которых не меняется под влиянием действующих сил*[5]. Если можно так сказать, протяженная частица в этих теориях обладает абсолютно жесткой структурой.

Естественно, что сигнал в такой среде (внутри частицы) распространяется в противоречии с теорией относительности с бесконечной скоростью, и именно здесь находится источник неудач различных попыток данного направления.

Имеются разнообразные попытки математического оформления все той же физической идеи протяженности элементарных частиц. Рассмотрим некоторые из них.

Протяженность частиц в рамках метода Гамильтона

Бесконечно-временнáя формулировка метода Гамильтона завершает процесс усовершенствования последовательной релятивистской записи уравнений. Известное уравнение Томонага–Швингера

$$i\hbar c\frac{\delta\psi(\sigma)}{\delta\sigma(x)}=H(x)\psi(\sigma) \tag{3}$$

представляет собой краткую запись бесконечной системы уравнений Томонага:

$$i\hbar c\frac{\partial\psi}{\partial t_{xyz}}=H(xyzt)\psi, \tag{4}$$

где H – плотность энергии взаимодействия. Бесконечная система уравнений (4) совместна, если, как известно, выполняются условия интегрируемости[6]:

$$H(x)H(x')-H(x')H(x)=0. \tag{5}$$

Здесь x и x' – пространственно-временны́е точки. В случае, например, скалярного

---

[4] В настоящее время имеется обширная литература по данному вопросу.

[5] Конечно, кинематически, в соответствии с преобразованиями Лоренца, формфактор деформируется.

[6] Для простоты рассмотрения мы принимаем, что функция $H(x)$ не содержит производных от поля.

поля U, взаимодействующего со спинорным полем ψ_1, $H(x)$ имеет вид

$$H = g\psi^+(x)U(x)\psi(x). \tag{6}$$

Условие интегрируемости (5) всегда сводится к условиям, наложенным на скобки Пуассона вида $[\psi^+(x)\psi(x')]$ и $[U(x)U(x')]$. Эти скобки Пуассона выражаются через известные Δ-функции, которые действительно обращаются в нуль на пространственно-подобной поверхности σ, вследствие чего вместо бесконечной системы уравнений (4) появляется возможность компактной записи (3).

Последовательно-релятивистская запись уравнений в виде (3) несовместима с любой известной попыткой ввести в теорию какой-либо релятивистски-инвариантный формфактор. В этих случаях условия интегрируемости уравнений (4) оказываются невыполнимыми. Действительно, рассмотрим взаимодействие скалярного поля U с протяженным источником в виде[7]

$$H(x) = g\int \psi^+(x)U(x'')\psi(x)F(xx'')dx'', \tag{7}$$

где $F(xx'')$ – функция, инвариантная относительно полной группы преобразований Лоренца.

В случае (7) скобки $[U(x)U(x')] = \Delta(x - x')$ заменяются скобками от величин

$$[\int U(x'')F(xx'')dx''; \int U(x''')F(x'x''')dx'''] \neq \Delta(x - x'). \tag{8}$$

Цель введения формфактора $F(x'x''')$ – сделать известные расходящиеся выражения конечными. Появление расходимостей связано с особенностями $\Delta(x - x')$ на световом конусе.

Если формфактор $F(x'x''')$ ликвидирует расходимости известных интегралов, то этот же формфактор неизбежно ликвидирует полюс $\Delta(x - x')$-функции. "Размазывая" точечную частицу, формфактор "размазывает" и $\Delta(x - x')$-функцию[8]. Другими словами, в правой части стоит теперь выражение, которое не обладает свойствами $\Delta(x - x')$ обращаться в нуль на пространственно-подобной поверхности, т.е. в случае, когда

$$(\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2 > c^2(t - t')^2. \tag{9}$$

---

[7] Протяженность обеих частиц, присутствующих во взаимодействии, записывается, как известно, более общим выражением:

$$H(x) = g\int \psi^+(x')U(x)\psi(x'')F(x'xx'')dx'dx''.$$

[8] Как известно, $D(x - x')$ в электродинамике, например, следующим образом связана с плотностью заряда:

$$\rho(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = e\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = e\frac{\partial}{\partial t'}D(x - x') \quad \text{при} \quad t = t'.$$

Следовательно, при введении формфактора $F(x\,x'')$ в (7) система уравнений (4) становится, вообще говоря, несовместной, а уравнение (3) противоречивым. Указанная несовместимость уравнений представляет собой математическое следствие допускаемой введением формфактора возможности бесконечной скорости распространения сигнала.

При более конкретном рассмотрении вопроса удобнее вводить формфакторы в пространство импульса, а не координат. Теперь скалярное поле $U_F(x)$, действующее на протяженную частицу, запишется в виде

$$\int U(x'')F(xx'')dx'' = U_F(x) = \sum_k f(k)U(k)e^{ik,x} + f^+(k)U^+(k)e^{-ik,x}, \tag{10}$$

$f(k)$ должна быть функцией, падающей с ростом k так, чтобы интегралы, расходящиеся в теории точечных взаимодействий, теперь представлялись бы сходящимися выражениями.

Функция $f(k)$ должна быть инвариантна относительно полной группы преобразований Лоренца. Последнее требование будет выполнено, если $f(k)$ будет функцией от инварианта, содержащего четырехмерный вектор k. Таким единственным инвариантом является четырехмерное произведение вектора k на некоторый четырехмерный вектор l. Вектор l должен обязательно относиться к характеристике частицы (если $l \neq k$), в противном случае возникает привилегированная система координат[9].

Если не вводить новых внутренних степеней свободы, то таким вектором l мог бы быть вектор, пропорциональный волновому числу частиц[10]. Следовательно, $f(k)$ можно записать в виде

$$f(r_0^2(k,l)), \tag{11}$$

где r_0 – константа, имеющая размерность длины. Предполагая для простоты собственную массу кванта скалярного поля равной нулю, мы получаем для скобки (8) выражения в явном виде:

$$[U_F(x);\ U_F(x')] \cong \int \sin\{\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') - ck(t-t')\} f^2(k) \frac{dk_x dk_y dk_z}{k}; \tag{12}$$

при $f(k) = 1$ выражение в правой части (12) переходит в известную D-функцию Дирака, $f(k)$ "размазывает" D-функцию Дирака.

Пусть, например, $f(kl) = e^{-k_1 l r_0^2}$. Тогда легко видеть, что правая часть (12) будет содержать, кроме обычной, вторую функцию Дирака $D^{(1)}$, которая не

---

[9] Например, в пустом пространстве система координат, в которой $l_4 \neq 0$, $\mathbf{l} = 0$, если вектор l – временеподобный.

[10] В общем случае оператор: $l_x \sim l\dfrac{\partial}{\partial x}$.

обращается в нуль вне светового конуса, а именно: она будет иметь вид

$$\cong \frac{1}{2}\{D(x-x'-i2b)+D(x-x'+i2b)\}+\frac{i}{2}\{D^{(1)}(x-x'-i2b)-$$

$$-D^{(1)}(x-x'+i2b)\}, \tag{13}$$

где $b = r_0^2 l$.

Подобным способом можно рассмотреть все известные попытки ввести формфактор в рамки уравнения Гамильтона, причем они все оказываются в той же степени внутренне противоречивыми.

Протяженность частиц в рамках метода S-матриц

Идея отказаться от жестких ограничений метода Гамильтона и заменить его некоторой "вычислительной схемой" возникла сразу же после того, как выяснились общие трудности для введения протяженных частиц в рамках уравнения Гамильтона [3]. Но решающие успехи в этом направлении до сих пор не были достигнуты.

Существующие предложения, коротко говоря, сводятся к тому, чтобы в S-матрицу, получаемую из обычной теории точечных взаимодействий, ввести формфактор и рассматривать полученную S-матрицу независимо от исходных уравнений.

В случае точечных взаимодействий S-матрица записывается, как известно, в следующем виде:

$$S = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n,$$

где

$$S_n = (-i)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} H(x_1)\theta^+(\sigma_1\sigma_2)H(x_2)\theta^+(\sigma_2\sigma_3)\ldots H(x_n)dx_1\ldots dx_n \tag{14}$$

и

$$\theta^+(\sigma_1\sigma_2) = \begin{cases} 1, \text{ если } \sigma_1 \text{ после } \sigma_2, \\ 0, \text{ если } \sigma_1 \text{ раньше } \sigma_2. \end{cases} \tag{15}$$

Инвариантность свойств θ^+ (15) тесно связана с конечной скоростью распространения сигнала и в конце концов с принципом причинности.

Существенно подчеркнуть, что свойства (15) имеют смысл во всех системах координат потому и только потому, что на пространственно-подобной поверхности выполняется именно условие (5):

$$[H(x_1)H(x_2)] = 0. \tag{5'}$$

В случае неточечных взаимодействий (при наличии формфактора F в $H(x_1)$ и $H(x_2)$) соотношение (5′) не выполняется на пространственно-подобной поверхности; в этом случае теряется инвариантный смысл утверждения "раньше" и "после", порядок времен начинает зависеть от системы координат и S-матрица в виде (14) теряет смысл[11]. S-матрицы в виде, отличном от (14), до сих пор обстоятельно не анализировались. До сих пор неясно, действительно ли возможности метода S-матриц для введения протяженности частиц шире, чем возможности метода Гамильтона. Дело в том, что в методе S-матриц еще недостаточно четко сформулированы общие требования, которым должен удовлетворять подобный математический аппарат. Надо иметь в виду, что и для метода Гамильтона последовательная релятивистская формулировка найдена только теперь в уравнениях Томонага–Швингера. Требуется большая осторожность в вопросах релятивистской инвариантности. Одновременно́й формализм, например, или даже многовременные уравнения Дирака–Фока–Подольского для одной частицы в скалярном виде формально не противоречат введению релятивистского инвариантного формфактора. Но последовательное рассмотрение этого вопроса в рамках уравнения Томонага–Швингера приводит здесь к внутренним противоречиям.

В последнее время интенсивно развиваются попытки ввести формфактор в уравнения движения гейзенберговского представления. Наиболее последовательная попытка дана в работе [5]. Но a priori очевидно, что трудности представления взаимодействия, причина которых физически ясна, не могут исчезнуть при другой эквивалентной математической формулировке. Имеются попытки локализовать отклонения от требований теории относительности "малой областью" [1, 4]. В принципе это можно сделать, используя быстро спадающий формфактор или даже формфактор с разрывными функциями: $F(x - x') = 0$, если $|\mathbf{x} - \mathbf{x}'| > r_0$. Проще всего этого можно достигнуть, введя, например, такой формфактор, который приводит к смещенному аргументу у Δ-функции того же типа, как это имеет место в λ-процессе:

$$[U(x)U(x')] = \frac{1}{2}\{D(x - x' + \lambda) + D(x - x' - \lambda)\}.$$

Но здесь λ не устремляется к нулю, а пропорционально, например, четырехмерному импульсу электрона ($\lambda \sim p$).

При этих условиях уравнение Томонага–Швингера (3) не выполняется, но бесконечная система уравнений Томонага (4) совместна для всех точек, удовлетворяющих условию

$$|t - t' \pm \lambda_4|c < |\mathbf{x} - \mathbf{x}' \pm \lambda|. \tag{a}$$

---

[11] Если интервал $x_1 - x_2$ временеподобный, то знак $t_1 - t_2$ сохраняется во всех системах координат. Если $x_1 - x_2$ пространственно-подобный интервал, то $t_1 - t_2$ может изменить знак при преобразованиях. Но при точечных взаимодействиях в этом случае (14) обращается в нуль вследствие выполнения (5′)

Но ясно, что даже при $t = t'$ в области

$$|\lambda_4| c > |\mathbf{x} - \mathbf{x}' \pm \lambda| \qquad (б)$$

система уравнений (4) уже несовместна. Конечно, в этой области λ можно отказаться от метода Гамильтона и от конечности распространения сигнала, но последнее чисто негативное утверждение должно быть дополнено каким-то положительным содержанием: либо каким-то обобщением лоренцевых преобразований, *либо какими-то особенностями новой теории, "ограничивающими" точность макроскопической проверки скорости распространения сигнала, чтобы последнее обстоятельство не было бы связано с уровнем экспериментальных возможностей.* В квантовой теории нет, например, однозначной связи между прошедшим и будущим (в смысле классической механики) не потому, что принцип причинности несправедлив, а в силу того, что координата и импульс одновременно не характеризуют точно состояния частицы. Так и здесь при сохранении преобразований Лоренца в их прежнем виде необходимо во всяком случае, чтобы точность выполнения их ограничивалась бы какими-либо привходящими моментами, например атомизмом заряда [3] и т.д., так, чтобы большая точность их не соответствовала бы природе явления.

Самое же главное, что в области (б) отсутствует совместность уравнений, т.е. отсутствует математический аппарат в области, наиболее интересной и существенной для данного вопроса. Правда, в области (б) есть тривиальное решение [1] $\psi = 0$, но оно должно быть естественно "сшито" с ψ-функцией в области (а); имеющиеся здесь затруднения пока не преодолены.

Формфакторы же, быстро спадающие с расстоянием, приводят к тому, что в макроскопической области, для макроскопических расстояний $\mathbf{x} - \mathbf{x}'$ условия интегрируемости (5) выполняются только приближенно. Но, строго говоря, уравнения остаются несовместными, и даже "приближенная" законность использования системы уравнений в том случае, если скобка (5) мало отлична от нуля, математически не исследовалась.

Другими словами, последовательного математического аппарата, адекватного изложенным выше физическим соображениям, в настоящее время не существует. Последнее замечание относится в равной степени и к методу S-матриц, так как бесконечный интервал для физики значит макроскопические расстояния.

Ввиду того, что в написании (11) формфактор $f(r_0^2\,(k, l))$ зависит от $l \sim \partial/\partial x$, где x – координата источника поля, то те же особенности взаимодействия поля с источником можно ввести добавочными коммутационными соотношениями между амплитудами поля и координатой источника, например [1, 3]:

$$U(k)x_\nu - x_\nu U(k) = -ir_{\nu k} U(k);$$

отсюда

$$[x_\nu [x_\nu U(k)]] = (ir_{\nu k})^2 U(k).$$

Для случая $\Sigma(ir_\nu)^2 = \lambda^2$ эту теорию подробно исследовал Юкава [11], но, как

известно, и здесь условия интегрируемости уравнений (4) не выполняются (см. Приложение).

Наконец, можно указать еще одно общее соображение экспериментального характера *против всех видов формфакторов*[12]. Действительно, цель введения формфакторов – уничтожение расходимостей. Пусть мы имеем расходящийся интеграл вида

$$\int k^2 dk \sim k^3, \quad k \to \infty.$$

Для сходимости подобных интегралов требуются формфакторы, которые падают быстрее, чем $1/k^{3/2}$. Однако при наличии подобных формфакторов взаимодействие с полем будет быстро падать с ростом энергии сталкивающихся частиц (см. § 3). Вследствие этого обстоятельства теория возмущений при больших энергиях, например, к мезонным полям должна становиться все лучше и лучше применимой, а сами сечения – стремиться к нулю[13].

Этот вывод находится в явном противоречии с экспериментальными данными, полученными при исследовании космических лучей, со слабой проникающей способностью первичного излучения крайне большой энергии.

§ 2. ДИНАМИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМЫЙ ФОРМФАКТОР

Естественно, возникает вопрос: существует ли такой класс формфакторов, который приводил бы к скорости распространения сигнала (υ) по протяженной частице, меньшей или равной скорости света:

$$\upsilon \leqslant c? \tag{16}$$

---

[12] Вернее, против всех формфакторов, сохраняющих эрмитовость функций Гамильтона.

[13] Например, при рассеянии протонов на протонах (псевдоскалярное мезонное поле) в членах дифференциального сечения появляется характерный фактор $f_1^2 f_2^2$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{g^2}{\hbar c}\right)^2 \frac{k^4}{\varepsilon^2}\left\{\left[\frac{\sin^2\dfrac{\theta}{2}}{4k^2\sin^2\dfrac{\theta}{2}+\chi^2}\right]\right\} f_1^2 f_2^2 + \ldots,$$

где f_1^2 и f_2^2 – функции, падающие с ростом аргумента (энергией сталкивающихся частиц):

$$f_1 = f_1[a^2(\omega_q E - \mathbf{qp})]; \; f_2 = f_2[a^2(\omega_q E + \mathbf{qp})].$$

Здесь $\mathbf{p}$ – импульс частиц в системе центра инерции до столкновения, $\mathbf{q} = (\mathbf{p} - \mathbf{p}')$, $\mathbf{p}'$ – импульс после столкновения, $\omega_q = \sqrt{\mu^2 c^2 + \mathbf{q}^2}$ и μ – масса мезона.

При больших энергиях $\omega_q \sim |\, q \,|$ и $E \sim p$. Если $f_1(0) \sim 1$, то во всяком случае $f_2 = f_2(2\omega_q E_q)$, т.е. сечения падают с ростом энергии сталкивающихся частиц и с ростом энергии, передаваемой при столкновениях. Учет высших приближений (факториальный рост числа цепочек) не должен изменить этого обстоятельства. Действительно, если рост числа цепочек окажется существенным для реальных процессов, то он существен и для вычисления собственной массы. Другими словами, тогда формфактор должен быть взят с самого начала таким, чтобы учесть это обстоятельство, т.е. с более сильной зависимостью от энергии-импульса.

Ответ на этот вопрос имеется, но он влечет за собой, как это следует из дальнейшего, совершенно иное, по сравнению с обычным, толкование понятия элементарной частицы.

Формфакторы, характеризующие подобные модели распределенных зарядов, должны меняться под влиянием внешних сил[14]. *В согласии с этой идеей для самих формфакторов должны быть написаны соответствующие* "уравнения движения". Этот вывод следует логически из анализа характера неудач всех теорий с недеформируемыми формфакторами.

При построении теории с динамически деформируемым формфактором можно идти различными путями[15].

Конкретизируя предыдущие соображения, обсудим одну частную возможность, которая связана со следующим замечанием.

Писать уравнения движения для формфактора (для какой-то новой функции $F(x)$) это, по существу, значит, вообще говоря, вводить в рассмотрение новое поле F.

В распоряжении современной теории имеется большое число различных полей, и естественно поэтому попытаться не вводить новых, а использовать существующие поля в качестве таких *"взаимных формфакторов"*.

По-видимому, фактическая ситуация в современной теории полей отчасти подготовлена к подобной постановке вопроса, если все взаимодействующие поля рассматривать во всеобщей связи друг с другом.

"Взаимные формфакторы"

Рассмотрим в качестве примера собственную электромагнитную массу протона. В рамках существующей теории эта задача формулируется так: уравнение движения "свободного" протона пишется в виде

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\psi(x_p)+(\alpha\mathbf{p}+\beta m_0c^2)\psi(x_p)=0. \qquad (17)$$

Электромагнитное поле даст добавочное приращение массы протона $\Delta m_{\text{эм}}$, обязанное электромагнитному полю. Следовательно, исходное уравнение (17) должно содержать не экспериментальную массу протона, а некоторую "начальную" гипотетическую массу (m_0) так, чтобы

$$m_0 = m_{\text{эксп}} - \Delta_{m_{\text{эм}}}.$$

С современной точки зрения каждая элементарная частица взаимодействует

[14] Если идеальный образ абсолютно твердого тела был физической моделью для всех предыдущих попыток ввести протяженность частицы с помощью формфактора, не меняющегося под действием внешних сил, то образ заряженного "облака" или "жидкой капли" мог бы служить моделью такой протяженной частицы, сигнал по которой распространялся бы со скоростью $v \leqslant c$.

[15] Можно, например, формально рассматривать частицу как "жидкую каплю" или "облако" [2]. Пока ясно только одно: в рамках дифференциальных уравнений имеются некоторые возможности, которые пока еще не исследованы.

(прямым или непрямым образом) со всеми полями. Следовательно, каждое из этих полей вносит свою долю в ее собственную массу. Масса "свободного" протона m_0 – это та масса, которая обязана результирующему эффекту *всех полей, кроме данного* (т.е. кроме электромагнитного).

Если эта масса m_0 также полевого происхождения, то она распределена по пространству, в котором возбуждаются все другие поля.

Электрический заряд гипотетического (исходного) протона (17), к которому "подключается" затем электромагнитное поле, определяется *другими электрически заряженными полями, окружающими протон.* Это зарядовое облако имеет сложную структуру; оно определяется заряженными π^--мезонами, другими сортами заряженных мезонов, наконец, заряженным β^--полем.

Так перед нами возникает образ действительно протяженного "голого" протона (протона до "подключения" электромагнитного поля), т.е. того протона, который обычно, по существу феноменологически, мы пытаемся описать (очень грубо) свободным уравнением (17).

Очень естественно и физически заманчиво функцию $F(x)$, характеризующую это зарядовое облако, использовать в качестве формфактора для взаимодействия электромагнитного поля с протоном[16].

Большая сложность "элементарных" частиц постепенно осознается нами, но, по-видимому, настает момент, когда из этого обстоятельства необходимо сделать решительные выводы.

Идея протяженности частиц в ее обычном аспекте – слишком классична, она, в сущности, предполагает части целого, наделенные *той же физической природой, что и целое.* Это обстоятельство обычно скрадывается в идее динамически недеформируемого формфактора, но в аспекте динамически деформируемого формфактора неизбежно возникает вопрос о "структуре капли", о структуре "облака". На этот вопрос желательно дать ответ не в смысле механической делимости, а в духе современных теорий, устанавливающих теснейшие связи между различными полями.

Из предыдущего анализа следует, что уравнение (17) необходимо рассматривать как, по существу, *феноменологическое* уравнение движения центра тяжести "сложной системы".

Если по данному пути идти последовательно, то координату протона x_p следует рассматривать как значение координаты, усредненной по формфактору

$$x_p = \int xF(x)dx. \qquad (18)$$

Для иллюстрации возможной теории упростим проблему, предполагая, что распределение плотности электрического заряда вокруг протона определяется целиком заряженным мезонным полем φ. Другими словами,

$$x_p = \int x\rho(x)d\mathbf{x}, \qquad (19)$$

[16] Отсюда видно, что идея "взаимных формфакторов" не имеет отношения к идеям так называемых "реалистических регуляризаций", в рамках которых сохраняется точечность частиц, а расходимости погашаются особенностями различных полей.

где $\rho(x)$ представляет мезонную плотность. В случае скалярных мезонов

$$\rho(x) \equiv ie(\dot{\varphi}^{*}\varphi - \dot{\varphi}\varphi^{*}).$$

Взаимодействие протона (вернее, мезонного облака) с электромагнитным полем теперь запишется в виде

$$H' = -e\int \Phi_0(x^\mu)\rho(x_p x^\mu)d\mathbf{x}^\mu + e\alpha\int \Phi(x^\mu)\rho(x_p x^\mu)d\mathbf{x}^\mu, \qquad (20)$$

а все уравнение перепишется таким образом:

$$\left\{\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t} + \alpha\mathbf{p} + \beta m_0 c^2 + H'\right\}\Psi(x_p) = 0, \qquad (21)$$

где

$$x_p = \int x\rho(x)d\mathbf{x}.$$

Уравнения для электромагнитного поля запишутся в виде

$$\left.\begin{array}{l}\Box\, \Phi = \alpha e\rho(x)\\ \Box\, \Phi_0 = e\rho(x)\end{array}\right\}. \qquad (22)$$

Но в дальнейшем мы должны написать уравнения движения для мезонного поля. Для "свободного" мезонного поля мы имеем:

$$\Box\, \varphi(x^\mu) = 0, \qquad (23)$$

где в аспекте предыдущего естественно полагать, что

$$x^\mu = \int xf(x)d\mathbf{x} \qquad (24)$$

(f – формфактор, характеризующий размеры π-мезона).

В настоящее время мы не знаем, какое поле в основном определяет размеры π-мезона. Не исключено, что таким полем могло бы быть, например, нуклонное поле

$$f(x) = \psi^{*}(x)\psi(x). \qquad (25)$$

Пребывание π-мезона в состоянии нуклонно-антинуклонной пары[17] иллюстрирует возможный характер подобных представлений.

Для того чтобы написать замкнутую систему уравнений, необходимо написать уравнение мезонного поля (23) с правой частью, так как только из этого уравнения можно определить плотность $\rho(x^\mu)$ мезонного поля в присутствии реального нуклона.

В теории точечных взаимодействий в правой части уравнения (23) стоит δ-функция или производные от нее.

---

[17] Частным случаем здесь является нуклонно-антинуклонная модель мезона, даваемая Ферми–Янгом [6] или нуклонно-μ-мезонная модель Венцеля [9].

В случае скалярного мезонного поля и точечного взаимодействия мезонного и нуклонного полей мы имели бы

$$\Box\, \varphi = g\delta(r_\mu - r_{p'}) \qquad (26)$$

и известное статическое решение[18]

$$\varphi \sim g^2 \frac{e^{-kr^\mu}}{r^\mu}, \qquad (27)$$

вернее, его аналог в случае протяженного источника можно было бы использовать в (19) и (21) в качестве формфактора для взаимодействия протона с электромагнитным полем.

Естественно, что для взаимодействия мезонного поля с нуклонами мы должны также ввести формфактор, представляющий размеры нуклона по отношению к мезонному полю.

В последнее время открыто большое число различных мезонных полей, но пока в отношении этих полей к π-мезонному полю нет ясности[19], поэтому конкретные высказывания о формфакторе при взаимодействии π-мезонов с нуклонами вряд ли могут быть в настоящий момент достаточно определенными.

Ясно из физических соображений, что правильно написанные уравнения с динамически деформируемыми формфакторами должны быть совместными и не противоречить теории относительности.

Существование заряженных макроскопических тел наглядно иллюстрирует это положение.

Это не значит, что уравнения вида (21), написанные для движения центра тяжести частицы, в этом смысле корректны. Последовательные в этом смысле уравнения должны быть написаны для движения "облака", в частности, могут быть типа кинетических уравнений.

Предыдущие соображения представляют собой, может быть, не столько попытку иллюстрировать характер возможной теории, сколько подчеркнуть феноменологические, очень огрубленные черты существующей теории элементарных частиц. По этому же поводу сделаем еще одно замечание.

В современной теории фундаментальную роль играют различного рода четырехмерные Δ-функции. Для мезонного поля, например,

$$[\varphi(x_\mu)\, \varphi(x'_\mu)] \equiv \Delta(x_\mu - x'_\mu). \qquad (28)$$

---

[18] В общем случае надо брать, конечно, нестатическое решение.

[19] По-видимому, большинство новых типов мезонов распадается на π-мезоны, т.е. между этими полями и π-мезонами должна существовать тесная связь. Как далеко идет эта связь в настоящий момент – нет ясности. Пока не исключена и такая возможность: благодаря сильному взаимодействию π-мезонов друг с другом они временно объединяются в мезоны больших масс, что было бы очень естественно в аспекте гипотезы (Ферми–Янга) нуклонно-антинуклонного строения π-мезона. Другими словами, параллельно веществу, состоящему из нуклонов, можно предположить короткоживущее образование из нуклонов и антинуклонов, которое проявляется в виде тяжелых мезонов.

На соотношения подобного рода надо с новой точки зрения смотреть как на огрубленные феноменологизированные соотношения, огрубленные в той же мере, как и уравнения

$$\Box\varphi(x_\mu)=0 \tag{29}$$

для "свободного" мезонного поля. Действительно, на основании (23) характерные свойства коммутационных скобок и Δ-функции относятся к "некоторым усредненным" координатам: x_μ и x'_μ.

Другими словами, соотношения типа (28) справедливы тогда, когда размеры облака ψ-поля (по которому усреднением (25) получены x_μ и x'_μ) малы по сравнению с расстоянием $x_\mu - x'_\mu$.

Строго говоря, различные поля (например, φ и ψ) также не должны коммутировать в малых областях. Следовательно, в правой части (28) должна стоять какая-то сложная функция от гриновых функций или Δ-функций всех полей. Постепенно мы приходим к представлению, по которому в образ *любой* элементарной частицы вносят свой вклад *все* поля, что различные частицы представляют собой какие-то состояния этого общего поля. В настоящий момент неясно, насколько это свойство некоммутативности различных полей можно сформулировать в явном виде и использовать для построения последовательной теории (т.е. на другой основе мы возвращаемся к идее нелокализуемых полей), формулируемой с помощью новых перестановочных соотношений.

Существенно подчеркнуть, что совокупная система уравнений, описывающая взаимные связи между полями, позволяет в принципе исключить все поля, кроме данного, или все поля, кроме данных двух, взаимодействующих между собой.

Действительно, из второго уравнения (22) можно определить, например, Φ_0:

$$\Phi_0(x)=e\int\rho(x')G(xx')dx', \tag{30}$$

где $G(x\,x')$ – соответствующая функция Грина. Φ_0 в виде (30) можно вставить в (20), например,

$$-e\int\Phi_0(x_\mu)\rho(x_p x^\mu)dx^\mu=-e\int\int\rho(x')\rho(x_p x^\mu)G(x^\mu x')dx'dx^\mu. \tag{31}$$

Если вспомнить, что

$$\rho(x)=ie(\dot\varphi^*\varphi-\dot\varphi\varphi^*),$$

где $\varphi(x)$ – мезонное поле, то выражение (31) содержит под интегралом уже четвертую степень мезонного поля. Такого рода нелинейные взаимодействия и нелинейные уравнения вообще (при исключении мезонного поля через поле нуклонов) должны быть характерны для последовательного рассмотрения одного или ограниченного числа взаимодействующих полей.

Исключая, например, все поля, кроме нуклонных, и полагая массу исходного "голого" нуклона $m_0 = 0$, мы в принципе должны бы получить экспериментальные

значения нуклонных масс и уравнение движения нуклонов, свободных от внешних полей.

То же самое должно иметь место и для всех других полей. Нелинейные уравнения подобного рода могут также служить исходным пунктом для поисков аппарата новой теории.

Таким образом, если идея взаимных формфакторов отвечает действительности, то перед нами только начало очень длинного пути создания последовательной теории взаимодействий полей, число которых быстро возрастает.

Мы видим, что попытка рассмотреть последовательным образом идею "взаимных формфакторов" вырастает в очень сложную систему связанных между собой уравнений. Опыт развития науки показывает, что в тех случаях, когда задача усложняется существенным образом, она практически решается другими, более адекватными методами, хотя и приближенными, а строгая последовательная постановка задачи остается лишь идеальным случаем правильно сформулированной проблемы[20].

Рассмотрим отдельные случаи приближенных подходов к строгой задаче.

§ 3. ЯВЛЕНИЯ В ОБЛАСТИ ПРИБЛИЖЕННОЙ ПРИМЕНИМОСТИ НЕДЕФОРМИРУЕМОГО ФОРМФАКТОРА

В области относительно малых энергетических воздействий на элементарную частицу можно пренебречь деформацией формфактора и, учитывая размеры элементарных частиц какой-либо простой "размазкой", производить качественные оценки характерных влияний размеров частиц в различных эффектах.

Гипотеза деформируемого формфактора дает обоснование законности таких оценок в некоторых энергетических пределах. Целесообразность подобных оценок диктуется современным состоянием эксперимента. Как уже подчеркивалось выше, в эксперименте в настоящее время фигурируют такие длины, которые лежат на шкале возможных размеров элементарных частиц.

Влияние размеров на характер эффектов очень специфично. Рассмотрим несколько простых примеров.

Рассеяние π^+-мезонов на протоне

Для простоты рассмотрения выберем фактор (11) в виде[21]

$$f = be^{-r_0^2(k,l)},$$

где k и l – соответственно волновые числа мезона и протона, $b = e^{+r_0^2 \frac{mc}{\hbar}\frac{Mc}{\hbar}}$ –

[20] Например, классическая проблема многих взаимодействующих тел.

[21] Если не ограничиваться только чисто иллюстративными целями, то целесообразнее выбирать $f((k, l)^n)$, где n – четно, чтобы фактор был пригоден и на случай отрицательных энергий. k и l последовательнее брать из соответствующих диаграмм Фейнмана.

нормировочный коэффициент, который обеспечивает равенство единицы $f(k)$ при малых импульсах мезона. В системе центра инерции $\mathbf{k} = -\mathbf{l}$; следовательно, при рассеянии положительного мезона в первом акте взаимодействия войдет фактор

$$f_1 = be^{-r_0^2\left\{\left(\frac{m^2c^2}{\hbar^2}+k'^2\right)^{1/2}\left(\frac{M^2c^2}{\hbar^2}+k^2\right)^{1/2}+\mathbf{k}\mathbf{k}'\right\}}. \tag{32}$$

(Протон с импульсом $\hbar\mathbf{l} = -\mathbf{k}\hbar$ испускает мезон с импульсом $\hbar\mathbf{k}'$.)

Во втором акте взаимодействия войдет фактор

$$f_2 = be^{-r_0^2\left\{\left(\frac{m^2c^2}{\hbar^2}+k^2\right)^{1/2}\left(\frac{M^2c^2}{\hbar^2}+(\mathbf{k}'+\mathbf{k})^2\right)^{1/2}+(\mathbf{k}'+\mathbf{k})\mathbf{k}\right\}}. \tag{33}$$

(Нуклон с импульсом $\hbar(\mathbf{l} - \mathbf{k}') = -\hbar(\mathbf{k} + \mathbf{k}')$ поглощает начальный π^+-мезон с импульсом $\hbar\mathbf{k}$.) Дифференциальное сечение рассеяния положительных мезонов на протоне получит добавочный множитель

$$\left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_f = \frac{d\sigma^+}{d\Omega}(f_1^2 f_2^2)^+. \tag{34}$$

Выбирая для простоты записи

$$r_0^2 = \alpha\frac{\hbar}{mc}\frac{\hbar}{Mc};\quad \frac{M}{m} = \chi \sim 6,\quad \alpha \sim 1, \tag{35}$$

мы получим

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= e^{-\alpha\left\{(1+k'^2)^{1/2}\left(1+\frac{k^2}{\chi^2}\right)^{1/2}+\frac{\mathbf{k}\mathbf{k}'}{\chi}-1\right\}} \\ f_2 &= e^{-\alpha\left\{(1+k^2)^{1/2}\left(1+\frac{(k'+k)^2}{\chi^2}\right)^{1/2}+\frac{(\mathbf{k}'+\mathbf{k})\mathbf{k}}{\chi}-1\right\}} \end{aligned}\right\}, \tag{36}$$

где теперь $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ – импульсы начального и конечного мезонов в энергетических единицах mc^2. Рассматривая кинетические энергии мезонов ~1 (т.е. mc^2), мы можем пренебречь k^2/χ^2 и $(\mathbf{k}' + \mathbf{k})^2/\chi^2$ по сравнению с единицей.

Замечая, что в системе ц.т. $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}'|$, $E = \sqrt{1+k^2}$, получаем

$$(f_1^2 f_2^2)^+ = e^{-4\alpha\left\{E-1+\frac{E^2-1}{2\chi}(1+2\cos\theta)\right\}}. \tag{37}$$

При малых k f_1, $f_2 \cong 1$ и сечение (37) совпадает с сечением, получаемым из точечного взаимодействия. Для псевдоскалярного мезона с псевдовекторной связью сечение рассеяния растет с энергией падающего мезона. Учет размеров нуклона $(f_1^2 f_2^2)$ приводит к уменьшению сечения рассеяния при больших энергиях падающего мезона. Энергетическая зависимость полного сечения должна содержать в этом случае характерный максимум.

Для дифференциального сечения протяженность нуклона должна привести к характерному увеличению рассеяния π^+-мезонов назад и на большие углы вообще[22]. Импульсы $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ по абсолютной величине равны между собой. Если $\mathbf{k}$ и $\mathbf{k}'$ примерно совпадают по направлению (малые углы рассеяния), то в экспоненте $\mathbf{k}\mathbf{k}'/\chi \sim$ $\sim k^2/\chi$, т.е. члены подобного вида в (37) будут уменьшать рассеяние на малые углы.

Если $\mathbf{k}' \sim -\mathbf{k}$ (рассеяние назад), то соответствующие члены входят в (37) со знаком минус и факторы менее сильно подавляют сечение. Отношение соответствующих сечений имеет вид

$$\left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_{f,\vartheta=0} \bigg/ \left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_{f,\vartheta=\pi} = \left[\left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_{\vartheta=0} \bigg/ \left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)_{\vartheta=\pi}\right] e^{-\frac{4\alpha(E^2-1)}{\chi}(\cos 0-\cos\pi)}. \quad (38)$$

Сильное рассеяние на большие углы является характерной чертой экспериментальных данных по рассеянию π^+-мезонов[23] на протонах; меньшие сечения и относительная изотропия характерны для рассеяния π^-.

Рождение заряженных мезонов фотонами

В данном эффекте необходимо рассматривать как взаимодействие π-мезонов с нуклонами, так и взаимодействие, например, мезонов с фотонами.

Если размеры мезона в основном определяются облаком нуклонно-антинуклонных пар, то зарядовое облако π-мезона имеет размеры $\sim \hbar/Mc$ и по отношению к фотонам энергии ~400 Мэв может в грубом приближении рассматриваться как точечное.

---

[22] При рассеянии π^--мезонов на протонах в первом акте взаимодействия (в отличие от рассеяния π^+-мезонов) происходит поглощение π^--мезона. Это обстоятельство приводит к другому выражению для формфактора:

$$(f_1^2 f_2^2)^- = e^{-4\alpha\left\{E-1+\frac{E^2-1}{\chi}\right\}}.$$

Для последнего характерно отсутствие угловой зависимости и более сильное уменьшение рассеяния π^- в соответствии с экспериментом.

[23] Существенно, что $\dfrac{(f_1^2 f_2^2)^+}{(f_2^1 f_2^2)^-} \approx e^{2\alpha}$ при $\vartheta \sim \pi$, если $\alpha \sim 1$, $e^{2\alpha} \sim 7$, т.е. в согласии с экспериментом рассеяние на большие углы π^+-мезонов намного больше, чем рассеяние π^--мезонов.

В случае псевдоскалярного мезонного поля с псевдовекторным взаимодействием основной вклад в сечение дает взаимодействие H_{eg}, которое, между прочим, обеспечивает градиентную инвариантность уравнений

$$H_{eg} \sim \boldsymbol{\gamma} \mathbf{A} \gamma_5 \varphi. \tag{39}$$

В этом случае без промежуточного состояния идет процесс поглощения фотона и испускания реального мезона с импульсом **k**. Следовательно, в том же приближении, что и в случае рассеяния мезонов, дифференциальное сечение рождения заряженных мезонов на нуклоне будет иметь вид (в лабораторной системе)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_f = \frac{d\sigma}{d\Omega} e^{-2\alpha\{E_\mu - 1\}} = \frac{d\sigma}{d\Omega} f_1^2, \tag{40}$$

где $(E_\mu - 1)$ – импульс рожденного мезона, а $d\sigma/d\Omega$ – сечение, полученное без применения формфактора.

Характерные особенности влияния формфактора на рассматриваемый процесс заключаются в следующем.

1. Формфактор (40) уменьшает число рожденных мезонов с большими импульсами (под малыми углами).

2. Максимум сечения в зависимости от энергии γ-кванта более пологий и наступает при больших энергиях, чем в случае рассеяния мезонов.

Фоторождение нейтральных мезонов

Как показывают расчеты, наблюдаемые сечения для фоторождения нейтральных мезонов в области малых энергий могут быть получены, если эффект интерпретировать как рождение заряженных мезонов и затем рассеяние их на нуклоне с перезарядкой в нейтральные. В случае фоторождения нейтрального мезона влияние формфактора сведется к появлению более острого максимума в зависимости полного сечения от энергии γ-кванта.

Известно, что экспериментальные данные относительно рождения заряженных мезонов под малыми углами (к направлению импульса γ-кванта) характеризуются уменьшением сечения (с уменьшением угла), что находится в согласии с предыдущими замечаниями. Известно также, что все расчеты (по слабой и сильной связи) приводят к росту сечения при малых углах.

Если размеры π-мезонов по отношению к электромагнитному полю лежат также в области длин $\hbar/mc$, то предыдущее рассмотрение эффектов фоторождения несколько усложняется.

Обсуждаемая протяженность мезонов по отношению к электромагнитному полю может существенным образом изменить обычную интерпретацию такого явления, как поглощение медленных отрицательных мезонов протонами. Рассматриваемый процесс приводит к появлению либо медленного нейтрального π^0-мезона, либо одного γ-кванта.

Из сопоставления двух последних сечений можно определить отношение констант $e^2/\hbar c$: $g_0^2/\hbar c$; известно, что отсюда даже для псевдовекторной связи псевдоскалярного нейтрального мезонного поля получаются слишком большие константы:

$$\left(\frac{g_0^2}{\hbar c} \sim 10\right).$$

Введение формфактора ослабляет взаимодействие с электромагнитным полем, что уменьшает эффективное значение константы тонкой структуры ($e^2/\hbar c$), имитируя тем самым большое значение константы $g_0^2/\hbar c$, если при малых импульсах нейтрального мезона (большая длина волны) несущественны размеры нуклона по отношению к мезонному полю. Поглощение медленных π^--мезонов протоном, однако, неоднозначным образом свидетельствует об электромагнитных размерах мезона в области длин $\hbar/mc$. Малые константы $g_0^2/\hbar c$ можно получить так же, как известно, и в случае примеси псевдоскалярной связи с константой

$$\frac{f_0^2}{\hbar c} \sim 1.$$

Все приведенные примеры показывают, что в принципе размеры элементарных частиц уже в настоящее время могут являться объектом экспериментальных исследований.

К сожалению, все предыдущие оценки относятся к сравнению с теорией возмущений. Правда, с учетом формфактора применимость теории возмущений улучшается, но тем не менее в случае мезонных полей желательно предыдущие сравнения сделать с более точными решениями существующих уравнений, например с учетом реакции излучения, или с более общим решением, получаемым методом Тамма. Таким образом, ответ на поставленный нами вопрос может дать лишь более тщательное количественное рассмотрение проблемы.

Надо отметить еще одну специфическую особенность развиваемых представлений об элементарных частицах. Эти представления допускают совершенно иной характер взаимодействия частиц и поля по сравнению с тем, с которым мы привыкли иметь дело в современной теории элементарных частиц. Одно из фундаментальных положений существующей теории выражается в том, что процесс, например поглощения квантов поля свободными частицами, не идет в первом порядке теории возмущений. Законы сохранения энергии и импульса и "элементарность частицы" (отсутствие возбужденных степеней свободы) делают такой процесс невозможным. Предыдущее рассмотрение элементарной частицы как очень сложной системы допускает в принципе взаимодействия, приводящие к реальным короткоживущим состояниям типа "компаунд-ядра".

Известную попытку Ферми трактовать множественное рождение частиц в одном акте можно рассматривать как пример именно такого нового рода взаимодействий.

В теории Ферми, вопреки теории слабой связи, полное сечение не падает с энергией. Ферми рассматривает свою теорию как предельный случай теории с

большим параметром связи. Такая интерпретация без дальнейшего неясна, так как в известных рассчитанных случаях взаимодействия с большим параметром связи ("сильная связь") из-за большой реакции излучения сечения эффектов быстро затухают с ростом энергии и, как известно, малы по сравнению с сечениями, полученными в теориях со слабой связью. В свое время интерес к теориям с сильной связью возник, как известно, в связи с необходимостью объяснить наблюденное малое сечение рассеяния мезонов в космических лучах (впоследствии эти частицы оказались π-мезонами).

В настоящее время не исключено и более тривиальное решение обсуждаемого вопроса.

Может быть, на динамически деформируемый формфактор следует смотреть как на феноменологический учет всех высших приближений современной теории в том случае, когда рассматриваются все поля во взаимной связи. Этот вопрос вряд ли можно прояснить без существенной рационализации методов решения существующих уравнений полей.

В случае электродинамики является разительным тот факт, что учет поляризации вакуума снижает расходимость собственной энергии до логарифмической. Возможно, что более точное решение существующих уравнений электродинамики может ликвидировать расходимости вообще.

Известно, например, что (пока еще несовершенные) попытки получить перенормированное уравнение для двух взаимодействующих полей приводят к появлению некоторого формфактора. Естественно, что этот формфактор не должен быть жестким, он представляет собой "облако" в духе идеи взаимных формфакторов. Здесь намечается связь между новыми идеями в перенормировках и деформируемыми формфакторами.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Уравнению

$$[x_\nu[x^\nu U]] - \lambda^2 U = 0 \tag{I}$$

можно сопоставить уравнение

$$[p_\nu[p^\nu U]] - (imc)^2 U = 0; \tag{II}$$

уравнение (II) представляет собой, как в этом легко убедиться, другую запись обычного уравнения для скалярного поля:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x^\mu} - \varkappa^2\right) U(\chi) = 0,$$

где

$$\varkappa = \frac{mc}{\hbar}.$$

Юкава показал [11], что уравнения (I) и (II) можно записать в нетривиальном виде:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial X_\mu \partial X^\mu} - \varkappa^2\right) U(X_\mu, r_\mu) = 0 \qquad (\text{II}')$$

и

$$(r_\mu r^\mu - \lambda^2) U(X_\mu, r_\mu) = 0, \qquad (\text{I}')$$

где

$$X_\mu = \frac{1}{2}(x'_\mu + x''_\mu);$$

$$r_\mu = x'_\mu - x''_\mu.$$

Здесь координату X_μ можно интерпретировать как координату частицы, координату ее "центра тяжести", а относительную координату r_μ связать с "размерами" частицы.

Правда, новый вектор r_μ нельзя так просто, без дальнейшего, связать с размерами частицы. Действительно, пусть мы его определим как пространственный или временно́й вектор. Это значит, например, что существует такая привилегированная система координат (в пустом пространстве), в которой $r_4 = 0$, а $\mathbf{r} \neq 0$ (т.е. $\mathbf{r}^2 = \lambda^2$). Так как эта система координат в системе уравнений (I) и (II) ничем физически не выделена, то мы приходим к привилегированной системе координат в пустом пространстве, т.е. приходим к противоречию с релятивизмом. Положение можно исправить добавочным условием, связывающим данную систему координат с самой частицей. По мысли Юкава, роль такого условия должно выполнить введенное им добавочное уравнение:

$$r_\mu \frac{\partial}{\partial X_\mu} U(X_\mu, r_\mu) = 0 \qquad (\text{III})$$

или[24]

$$k_\mu r^\mu = 0. \qquad (\text{III}')$$

Теперь совместное решение уравнений (I′), (II′) и (III′) записывается в виде

$$U(X_\mu, r_\mu) = \int \ldots \int (dk)^4 \varphi(k_\mu, r_\mu) e^{ik_\mu X^\mu} \delta(k_\mu k^\mu + \varkappa^2) \delta(r_\mu r^\mu - \lambda^2) \delta(k_\mu r^\mu);$$

для частицы, у которой $k_4 = -\varkappa$, $\mathbf{k} = 0$, волновая функция принимает вид

$$\varphi(\varkappa, r_\mu) \delta(r_\mu r^\mu - \lambda^2) \delta(\varkappa r_4) e^{-i\varkappa X^4},$$

где, следовательно, на основании $r_4 = 0$

$$r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = \lambda^2.$$

---

[24] Существует более общее условие $k_\mu r^\mu + b = 0$, которое фактически использовано еще в той работе [3], где была предложена сама идея нелокальности.

Последнее обстоятельство интерпретируется Юкава таким образом, что в системе координат, связанной с частицей, частица представляет собой сферу с радиусом λ. К сожалению, эта интерпретация не совсем соответствует фактическому содержанию данной теории. Дело в том, что условие $r_4 = 0$ не определяет однозначно систему координат, связанную с частицей ($\mathbf{k} = 0$). Действительно, требование $r_4 = 0$ определяет некоторую систему координат, выделенную тем, что в ней все $\mathbf{k}$ перпендикулярны $\mathbf{r}$. Последнее обстоятельство следует непосредственно из условия $r_\mu k^\mu = 0$ при $r_4 = 0$.

Легко вычислить скобку Пуассона от $[U(X_\mu r_\mu);\ U(X'_\mu r_\mu)]$. Так как данный коммутатор является инвариантом, то проще всего он вычисляется в системе координат, в которой $r_4 = 0$. Здесь вместо обычной четырехмерной Δ-функции получается выражение [7]

$$\Delta' = -\frac{2\pi i}{\lambda}\int_0^\infty \frac{kdk}{\sqrt{k^2+\varkappa^2}} J_0(2R\sin\theta)\sin\sqrt{k^2+\varkappa^2}\,X^4, \qquad \text{(IV)}$$

причем

$$\mathbf{Rr} = rR\cdot\cos\theta.$$

Выражение (IV) любопытно тем, что при $\mathbf{r}$, перпендикулярном радиусу-вектору $\mathbf{R} = \mathbf{X} - \mathbf{X}'$, рассматриваемая скобка Пуассона отлична от нуля и не зависит от величины $|\mathbf{R}|$. Другими словами, в противоречии с теорией относительности, две точки $\mathbf{X}$ и $\mathbf{X}'$ в данных условиях всегда связаны сигналом со сверхсветовой скоростью.

Существенно отметить еще одну черту рассматриваемого варианта нелокального поля. Юкава попытался придать смысл протяженности частицы самой по себе, т.е. свободной частице, вне всякого отношения к полю, взаимодействующему с ней.

Впоследствии выяснилось [7], что путем некоторых преобразований нелокальное свободное поле можно превратить в локальное. Только в случае взаимодействующих нелокальных полей такую трансформацию провести не удается. Таким образом, мы возвращаемся вновь к идее нелокального взаимодействия, как она была вначале сформулирована [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Блохинцев Д.* // ЖЭТФ. 1948. Т. 18. С. 566.
2. *Власов А.* Теория многих частиц. М.: Гостехиздат, 1950.
3. *Марков М.* // ЖЭТФ. 1940. Т. 10. С. 1311.
4. *Марков М.* // Там же. 1951. Т. 21. С. 11.
5. *Bloch C.* // Kgl. Dan. Vidensk. Selsk. Mat.-fys. Medd. 1950. Bd. 24, N 1.
6. *Fermi E., Jang C.* // Phys. Rev. 1949. Vol. 76. P. 1739.
7. *Hara, Shimazu* // Progr. Theor. Phys. 1950. Vol. 5. P. 1055.
8. *Watagin G.* // Ztschr. Phys. 1934. Bd. 88. S. 92.
9. *Wentzel G.* // Phys. Rev. 1950. Vol. 79. P. 710.
10. *Yoro Ono, Masao Sugawara* // Progr. Theor. Phys. 1951. Vol. 6. N 2. P. 182.
11. *Yukawa H.* // Phys. Rev. 1949. Vol. 77. P. 219.

К ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ФОРМФАКТОРА*

В результате анализа [3] различных попыток введения в теорию поля протяженности элементарных частиц выяснился общий недостаток подобных попыток: этот дефект заключается в том, что формфакторы, представляющие размеры частиц, задаются функциями, вид которых не меняется под влиянием действующих на частицу сил. В такой "среде" сигнал должен распространяться (в противоречии с теорией относительности) с бесконечной скоростью, и именно здесь находится общий источник неудач различных попыток данного направления.

Возникают вопросы:

1) можно ли построить такой формфактор, по области которого взаимодействие передавалось бы с запаздыванием?

2) могут ли привести подобные формфакторы к уничтожению известных в теории расходимостей?

В настоящей статье рассматривается один вид подобных формфакторов, наглядную, но несовершенную модель которых можно усмотреть, например, в электронном облаке атома водорода. Если включить точечное взаимодействие атомного электрона с внешним электромагнитным полем (с квантом света, например), то в результате этого взаимодействия атом, вообще говоря, возбудится. Электронное облако атома деформируется. Результат взаимодействия электрона с квантом света передастся ядру, и атом как целое получит соответствующий импульс. Перед нами модель динамически деформируемого формфактора.

Сохраняя некоторые черты нашей модели, мы в дальнейшем будем рассматривать для нуклона в мезонном поле уравнения вида

$$\left\{\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial X_\mu} + a\left[\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu\partial\xi_\mu} + V(\xi_\mu\xi_\mu)\right] + m_0 + gW(x')\right\}\psi = 0. \quad (1)$$

Здесь X – координата центра тяжести некоторого облака; безразмерную переменную $\xi_\mu = r_\mu/r_0$ ($\xi_4 = i\xi_0$) мы будем трактовать как координату элемента облака (r_μ) относительно его центра тяжести; x' – координата элемента облака относительно начала координат.

В простом случае[1] $x'_\mu = X_\mu + r_\mu$. Иначе говоря, моделью элементарной частицы является система, состоящая из двух точечных частиц, связанных релятивистским законом взаимодействия. При этом одна из этих частиц точечным образом взаимодействует с внешним полем. Эта модель дает уверенность в возможности непротиворечивой релятивистской формулировки задачи, но эту модель необязательно понимать слишком конкретно.

---

* Докл. АН СССР. 1955. Т. 101, № 1. С. 51–54.

[1] Задача допускает, как мы увидим в дальнейшем, более последовательную релятивистскую формулировку в рамках уравнения типа Бете–Сальпетера.

Следующие характерные особенности отличают развиваемую нами теорию от других известных работ по теории нелокальных полей.

А. Взаимодействие поля W с данной системой рассматривается нами как точечное взаимодействие, но смещенное относительно центра тяжести частицы. Квант поля W поглощается и испускается в любой точке x' в пространстве, окружающем частицу (ее центр тяжести). В гамильтониане уравнения (1) отсутствует характерный для других нелокальных теорий интеграл от поля W по области протяженности частицы.

Б. Роль члена $V(\xi)$ – сделать облако деформируемым и передавать соответствующий импульс (с запаздыванием) центру тяжести частицы.

В. Мы ограничиваемся таким классом свободных от внешнего поля ($W = 0$) уравнений типа (1), которые обладают только дискретным собственным энергетическим спектром. Как мы увидим в дальнейшем, в этом случае можно надеяться получить сходящиеся выражения для полевых поправок к собственным массам элементарных частиц.

СВОБОДНОЕ УРАВНЕНИЕ. СПЕКТР МАСС

В дальнейшем для простоты ограничимся моделью осцилляторного типа.

Пусть для некоторой гипотетической частицы ("нуклона") имеем уравнение $L\psi = 0$, где

$$L = \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial X_\mu} + m_0 + a\left\{-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu\partial\xi_\mu} + \xi_\mu\xi_\mu\right\}. \qquad (2)$$

Переменные в уравнении (2) разделяются, и мы имеем

$$\gamma_\mu \frac{\partial\varphi}{\partial X_\mu} + m_0\varphi + \lambda\varphi = 0 \qquad (3)$$

и

$$\left\{-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu\partial\xi_\mu} + \xi_\mu\xi_\mu\right\}\chi(\xi_\mu) = \frac{\lambda}{a}\chi(\xi_\mu). \qquad (4)$$

Решение последнего уравнения [6] в системе покоя имеет вид

$$\chi_{n_0 n_1 n_2 n_3} = H_{n_1} H_{n_2} H_{n_3} H_{n_0} e^{-(\xi_1^2+\xi_2^2+\xi_3^2+\xi_0^2)/2}; \qquad (5)$$

H_n – полиномы Эрмита. Соответственно

$$\frac{\lambda}{a} = 2(n_1 + n_2 + n_3 - n_0 + 1). \qquad (6)$$

Уравнение (6) определяет спектр масс. Уравнения вида (2) для элементарных частиц писались неоднократно и с различными целями [2, 6]. Но цели эти при ближайшем рассмотрении вопроса не достигались: по тем или иным причинам результаты оказывались отрицательными. Например, уравнение (2) приводит к бесконеч-

ному вырождению основного состояния частицы: $n_1 + n_2 + n_3 - n_0 = 0$ может быть получено бесконечным числом способов.

Однако легко видеть, что дополнительное условие

$$M\psi = 0, \tag{7}$$

где $M = k_\mu \xi_\mu - k_\mu \dfrac{\partial}{\partial \xi_\mu}$, снимает обсуждаемое выражение. Здесь k_μ – импульс частицы (центра тяжести). В системе координат, где частица покоится ($\mathbf{k} = 0$), условие (7) принимает вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi_0} + \xi_0\right)\psi = 0. \tag{8}$$

Решение (5) удовлетворяет условию (7), если

$$\frac{dH_{n_0}}{\partial \xi_0} = 2n_0 H_{n_0 - 1} = 0, \tag{9}$$

следовательно, $n_0 = 0$.

Условие (7) совместимо с уравнением (2), так как

$$[LM] = 2M, \tag{10}$$

т.е. требование совместимости (2) и (7) не налагает новых условий[2].

В системе покоя волновая функция χ наинизшего состояния имеет вид

$$\chi_{0000} = \mathrm{const} \cdot e^{-(\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_0^2)/2} \tag{11}$$

или в любой системе координат

$$\chi_{0000} = \mathrm{const} \cdot e^{-\frac{1}{2}\{\xi_\mu \xi_\mu + 2(k_\mu \xi_\mu)^2 / m^2\}}. \tag{12}$$

По-видимому, уравнение (2) при условии (7) дает все физически допустимые решения более сложного уравнения, недавно предложенные Юкава [6].

К сожалению, наличие добавочного условия (7) приводит к некоторым трудностям при введении внешнего поля. Поэтому желательно рассмотреть соответствующие приемлемые уравнения без дополнительных условий. Подобное уравнение мы можем предложить, например, в виде

$$\left\{ i\gamma_\mu k_\mu + m_0 + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial \xi_\mu \partial \xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu + \frac{\left(k_\mu \dfrac{\partial}{\partial \xi_\mu}\right)^2 - (k_\mu \xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu} \right]\right\} \psi = 0; \tag{13}$$

здесь k – импульс частицы.

---

[2] Иногда в литературе встречается условие [5] $k_\mu \xi_\mu \psi = 0$, но это условие, вообще говоря, несовместимо с уравнением (2): $[k_\mu \xi_\mu, L] = 2k_\mu \dfrac{\partial}{\partial \xi_\mu}$ (см. также [1]).

В системе покоя оператор массы в уравнении (13) принимает вид, характерный для оператора энергии пространственного осциллятора: $a\left\{-\frac{\partial^2}{\partial\vec{\xi}^2}+\vec{\xi}^2\right\}$ со спектром

$$M_{n_1 n_2 n_3} = 2a(n_1 + n_2 + n_3 + 3/2). \tag{14}$$

Можно указать также на уравнение

$$\left\{i\gamma_\mu k_\mu + m_0 + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu\partial\xi_\mu}+\xi_\mu\xi_\mu+2\frac{\left(k_\mu\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\right)^2-(k_\mu\xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu}\right]\right\}\psi = 0. \tag{15}$$

В системе покоя оператор массы последнего уравнения принимает своеобразный вид:

$$a\left\{-\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial\xi_2^2}+\frac{\partial^2}{\partial\xi_3^2}+\frac{\partial^2}{\partial\xi_0^2}\right)+\xi_1^2+\xi_2^2+\xi_3^2+\xi_0^2\right\} \tag{16}$$

со спектром масс

$$M_{n_1 n_2 n_3 n_0} = 2a(n_1 + n_2 + n_3 + n_0 + 2) \tag{17}$$

с волновой функцией вида (11) или (12). Для частицы целочисленного спина уравнение, аналогичное (15), может быть записано в виде

$$\left\{k_\mu k_\mu + m_0^2 + a^2\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu\partial\xi_\mu}+\xi_\mu\xi_\mu+2\frac{\left(k_\mu\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\right)^2-(k_\mu\xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu}\right]^2\right\}\psi = 0. \tag{18}$$

В дальнейших наших статьях при анализе возможного физического содержания данной теории мы будем пользоваться уравнением (15), так как оно без дальнейшего дает замкнутый математический аппарат теории[3].

В настоящее время наиболее существенными проблемами теории являются не только проблемы расходимостей, а скорее (возможно, с ними связанный) более широкий круг вопросов, относящийся к элементарным процессам, происходящим при больших энергиях: спектр масс элементарных частиц и их свойства, множественное рождение частиц при средних энергиях (10^{10}–10^{12} эВ) и т.д.

Расходящиеся величины в современной теории в некоторых случаях могут быть выделены и удалены из ее аппарата ковариантным образом. Эта процедура допускает, по-видимому, и значительные усовершенствования, но на этом пути не

---

[3] Соответствующие уравнения, написанные для ротатора [4], не удовлетворяют условию Б. Здесь вместо связи с запаздыванием $V(\xi_\mu)$ установлена жесткая связь.

видны возможности построения теории, включающей в себя описание и предсказания свойств ряда новых частиц. С этой точки зрения на идеи перенормирования следует смотреть скорее чисто утилитарно – как на исследование энергетических границ применимости современной теории точечных частиц. По-видимому, в электродинамике эта область достаточно широка. Не исключено, что в мезодинамике эта область, вообще говоря, очень узка $\sim\mu_\pi c^2$.

Идея динамически деформируемого формфактора по своей сути предполагает возможности изменения структур элементарных частиц и, как мы увидим, во всяком случае, содержит дополнительные возможности для интерпретации свойств ряда новых частиц и обсуждения нового своеобразного механизма для множественного рождения частиц в элементарных актах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гинзбург В.Л., Силин В.П.* // ЖЭТФ. 1954. Т. 27. С. 116.
2. *Гинзбург В.Л., Тамм И.Е.* // Там же. 1947. Т. 17. С. 227.
3. *Марков М.* // Там же. 1953. Т. 25. С. 527.
4. *Широков Ю.* // Там же. 1954. Т. 21. С. 748.
5. *Rayski J.* // Nuovo cim. 1953. Vol. 10. P. 1729.
6. *Yukawa H.* // Phys. Rev. 1953. Vol. 91. P. 416.

ON DYNAMICALLY DEFORMABLE FORM FACTORS IN THE THEORY OF ELEMENTARY PARTICLES*

INTRODUCTION

Numerous attempts have been made to introduce the extension of elementary particles into modern theory by the aid of the so-called form factors [20].

It is well known that by the introduction of these form factors, the $\Delta(x - x')$ function changes in such a way that it is no longer zero outside the light cone, e.g., for $(x_0 - x_0') < |\bar{x} - \bar{x}'|$ (see [5]).

Thus on space-like surfaces the commutability of physical quantities is violated, and hence the conditions necessary for the existence of any conventional type of relativistic mathematical formalism are no longer fulfilled.

This conflict between extension and relativity is especially apparent if the equations are written in a consistently relativistic manner in the form of the Tomonaga interaction representation

$$\left\{\frac{\hbar}{i}\frac{\delta}{\delta\sigma_x} + H_{12}(x)\right\}\psi(\sigma) = 0.$$

* Nuovo cim. Ser. X. 1956. Vol. 3, N 4, suppl. P. 760–772.

The conditions of integrability of these equations require that the commutator $[H_{12}(x), H_{12}(x')]$ becomes zero on space-like surfaces.

Several attempts have been made in recent years to introduce form factors into the equation of motion in Heisenberg representation; a priori, however, it should be obvious that the difficulties of the interaction representation, the essence of which is clear (appearance of signals with a velocity exceeding that of light), cannot probably disappear when any other mathematically equivalent formulation is used.

As a matter of fact, the authors who attempted to carry out this plan, encountered difficulties which are equivalent to those arising from an interaction representation. If the problem is considered in Heisenberg representation, one is forced to sacrifice the Hamiltonian method [12] and to seek the solution in non-Hamiltonian methods, such as the S-matrix method.

However, one gets the impression that the advantages of introducing a form factor by the S-matrix method are no greater than those which the Hamiltonian method presents [19] and that only a non-rigorous approach to this problem gives rise to illusions that the opposite may be true.

The hope remained that deviations from causality might arise only in small non-local regions and that macroscopic causality would not be affected [1, 13]. This view rests on assumptions, mostly intuitive, that one cannot accurately verify the existence of deviations from relativity in a small region[1] or detect "small" deviations from relativity in macroscopic effects. At any rate the principal point has not been proved, namely, that these restrictions are inherent in the mathematical formalism of the theory and they therefore restrict the validity of relativistic conceptions, just as the Heisenberg relation restricts the applicability of classical conceptions.

Correspondingly, an attempt was made to introduce a lenght in the theory of elementary particles by applying new commutation relations such as the following [15]

$$[x_\mu, \varphi] = ir_\mu \varphi, \tag{1}$$

where φ is a scalar field and r_μ is a new vector; x_μ is the coordinate of the scalar field source.

These relations were interpreted in the sense that they restrict the field measurement in a small region. It is natural that relations of this type give rise to cut-off factors, but nevertheless it has been impossible to set up a consistent mathematical formalism for the theory[2]. Yukawa has shown that commutation relations of this type are equivalent to the introduction of internal degrees of freedom of the elementary particles.

---

[1] Only one example attests the opposite: in Fermi's theory of multiple particle creation for colliding particles the velocity of propagation of the interaction is important in a region $\sim \hbar / mc$. This means that, in principle, problems of this type may be the object of experimental study.

[2] In a particular case relation (1) turned out to be equivalent to Born's reciprocity principle. Thus from (1) one may write

$$[x_\mu, [x^\mu, \varphi]] = \lambda^2 \varphi \tag{2}$$

if it is assumed

$$\sum (ir_\mu)^2 = \lambda^2$$

V. Ginzburg and I. Tamm [3] had previously considered equations for elementary particle with internal degrees of freedom; it was their purpose to describe in this way the excited states of the nucleon. After the discovery of hyperons, interest in such equations has greatly increased and there is a tendency to combine the problem of excited states of nucleons with the divergence problem.

The main defect of all non-local field theories proposed up to now is that form factors representing the particle dimensions are described by functions whose form is independent of the forces acting on the particle. In an "absolutely rigid medium" of this sort the signal velocity would exceed that of light and that, of course, is incompatible with relativity. Apparently, it is exactly this fact that explains the failure of all previous attempts carried out in this direction.

The following questions arise.

1. Is it possible to construct a form factor extending over a region in which interactions are propagated with retardation? We shall call the form factors of this type "dynamically deformable" [7].

2. Can form factors of this type eliminate the well known difficulty of divergencies?

Unfortunately, a final answer to these questions cannot be given at present, but a number of remarks; both optimistic and pessimistic, will be made here.

1. DYNAMICALLY DEFORMABLE FORM FACTORS

As a graphic, although imperfect model of a dynamically deformable form factor, one may mention the hydrogen electron cloud. If the point interaction between the atomic electron and the light quantum is taken into account then, as result of this interaction, a deformation of the electron cloud will take place. The electron-photon interaction will be transmitted to the nucleus with retardation and the atom as a whole will receive a corresponding momentum increment.

In other words, in this case the model of an elementary particle is a "system" consisting of two point "particles" connected by the relativistic interaction law. It is moreover assumed that one of the two "particles" interacts with the external field in a point-like manner.

In this sense the theory becomes more local. This model gives some assurance in the possibility of a consistent relativistic formulation of the problem (the hydrogen atom as a two body system exists in reality); however, the model described here should not be understood too literally. It is to be remembered that this equation must describe one particle only.

It is also obvious that no continuous spectrum of the internal states should exist and this restricts the form of the "internal potential function", as otherwise the self energy of the system would diverge (example: self energy of an electron bound in a hydrogen atom). This condition may be considered as a definition of an elementary particle in the sense that disintegration into two particles (e.g. photoeffect), is, as a matter of principle, impossible. Interaction can only lead to excitation of the internal states of the particle or to creation of new particles.

It seems that there exists a mathematical formalism that is adequate to express the idea of a dynamically deformable form factor in its particular aspect. We are speaking here of equations of the Bethe–Salpeter type with prescribed interaction between x_1 and x_2

coordinates: ($L(x_1; x_2)$), e.g. equations of the type:

$$[\mathfrak{D}x_1 + gw(x_1)][\mathfrak{D}x_2]\psi(x_1;x_2) = L(x_1;x_2)\psi(x_1;x_2)$$

where $\mathfrak{D}x_1 = \gamma_\mu(\partial/\partial x_{\mu_1})$, $w(x_1)$ is an external scalar field. $L(x_1; x_2)$ may be taken, for example, as $L \sim \sum(x_{\mu_1} - x_{\mu_2})^2$.

A correctly written equation of this type certainly will not contradict causality and relativity, but as long as the investigation of these equations is not yet performed, it is impossible to predict whether the divergencies will really be removed.

It is necessary to remember that $L(x_1; x_2)$ must be of such kind that the density of internal states should not be too high: in any case the internal continuous spectrum must be absent.

There is, however, a class of simpler equations with internal degrees of freedom which might be investigated at first. We are speaking about equations of the following kind:

$$\left\{\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x'_\mu} + \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x''_\mu} + f\left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2}; \frac{\partial^2}{\partial x''^2}; \frac{\partial^2}{\partial x' \partial x''}\right) + m_0 + v(x'; x'') + gw(x')\right\}\psi(x'; x'') = 0.$$

With the position: $x_\mu = (x'_\mu + x''_\mu)/2$ and $r_\mu = x'_\mu - x''_\mu$, we may obtain in particular cases the equations of the Born–Yukawa type:

$$\left\{\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial \xi_\mu \partial \xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu\right] + m_0 + gw(x')\right\}\psi(x;\xi) = 0. \tag{3}$$

Here x_μ is the "center of mass" coordinate of some "cloud"; the dimensionless variables $\xi_\mu = r_\mu/\lambda$, $\xi_4 = i\xi_0$ will be interpreted as the coordinates of a cloud element (r_μ) in the center of mass system.

x' is the coordinate of a cloud element relative to the origin of coordinates.

Equations of type (3), which do not include the external field, have received considerable attention in the literature (Yukawa, Minardi, Rayski, Ginzburg and Silin, Ju. M. Shirokov and others [2, 11, 16–18, 21]). In this case, as is well known, a new difficulty arises: one must set up an equation with an increasing mass spectrum and a ground state that is not infinitely degenerate.

An equation of this type may be suggested in the following form [9]

$$\left\{i\gamma_\mu k_\mu + m_0 + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial \xi_\mu \partial \xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu + 2\frac{(k_\mu(\partial/\partial \xi_\mu))^2 - (k_\mu \xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu}\right]^c\right\}\psi(k,\xi) = 0. \tag{4}$$

In the system in which the particle is at rest ($k = 0$) the mass operator in equation (4) takes the simple form

$$m_0 + a\left[\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 - \frac{\partial^2}{\partial \xi_0^2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi_3^2}\right] \tag{5}$$

with a mass spectrum

$$M_{n_0 n_1 n_2 n_3} = m_0 + 2a(n_1 + n_2 + n_3 + n_0 + 2). \quad (6)$$

This means that in the frame of rest we have a four dimensional oscillator in the literal sense of the word as the real time component (ξ_0) appears in (5) with the same sign as the other three components. For the sake of simplicity it has been assumed in equation (5) that $c = 1$. Another equation can be proposed

$$\left\{ i\gamma_\mu k_\mu + m_0 + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu \partial\xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu + \frac{(k_\mu(\partial/\partial\xi_\mu))^2 - (k_\mu \xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu} \right] \right\} \psi = 0. \quad (7)$$

In the frame of rest, equation (7) leads to a purely spatial oscillator possessing the mass spectrum

$$M_{n_1 n_2 n_3} = m_0 + 2a\left(n_1 + n_2 + n_3 + \frac{3}{2} \right). \quad (8)$$

For particles of integral spin an equation similar to (4), may be written in the form

$$\left\{ k_\mu k_\mu + m_0^2 + a^2\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu \partial\xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu + 2\frac{(k_\mu(\partial/\partial\xi_\mu))^2 - (k_\mu \xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu} \right] \right\} \psi = 0. \quad (9)$$

From some points of view the following simple equation may be of interest [2, 11, 16–18, 21]

$$\left\{ i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu \partial\xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu \right] \right\} \psi = 0 \quad (10)$$

the mass operator is

$$L = a\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu \partial\xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu \right]. \quad (11)$$

The variables in equation (10) can be separated and therefore the solution is of the form

$$\psi = \varphi(x)\chi(\xi), \quad (12)$$

where

$$\chi_{n_0 n_1 n_2 n_3} = H_{n_0} H_{n_1} H_{n_2} H_{n_3} \exp\left[-\frac{\xi_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2}{2} \right],$$

H_{n_i} are Hermite polynomials.

Equation (10) yields the following mass spectrum

$$\sim (n_1 + n_2 + n_3 - n_0 + 1). \quad (13)$$

As

$$n_1 + n_2 + n_3 - n_0 = 0, \tag{14}$$

can be realized in an infinite number of ways, the ground state is degenerate.

In most investigations this degeneracy is removed by introducing some auxiliary conditions. It should be noted that, as a rule, the auxiliary conditions are not compatible with equation (10).

Mathematically, the correct conditions[3] can be expressed only by the equations:

$$N\psi = 0, \quad N = k_\mu \xi_\mu - k_\mu (\partial / \partial \xi_\mu). \tag{15}$$

In the coordinate system in which the particle is at rest (k = 0), the condition (15) becomes

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi_0} - \xi_0 \right) \psi = 0. \tag{16}$$

Solution (12) satisfies condition (16) if

$$\frac{\partial H_{n_0}}{\partial \xi_0} = 2 n_0 H_{n_0 - 1} = 0,$$

e.g., if $n_0 = 0$.

Condition (15) is compatible with equation (10)

$$[N, L] = 2N. \tag{17}$$

This signifies that the condition of compatibility of (10) and (15) does not require any new condition.

In the frame of rest, the wave function χ of the lowest state has the form

$$\chi_{0000} = \frac{1}{\lambda^2 \pi} \exp\left[-\frac{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + r_0^2}{2\lambda^2} \right]. \tag{18}$$

In an arbitrary coordinate system

$$\chi_{0000} = \frac{1}{\lambda^2 \pi} \exp\left[-\frac{1}{\lambda^2} \sum \frac{r_\mu r_\mu}{2} + \frac{(k_\mu r_\mu)^2}{m^2} \right]. \tag{19}$$

Equation (10) and condition (15) apparently yield all the physically permissible solutions that can be obtained from a more complicated equation recently proposed by Yukawa [22]. Solutions (18) and (19) also satisfy equation (4). Unfortunately, due to auxiliary conditions

[3] The condition $k_\mu \xi_\mu = 0$ has also been proposed (e.g. Rayski [17,18]. However, generally speaking, this condition is incompatible with equation (10) as

$$[k_\mu \xi_\mu, L] = 2k_\mu (\partial / \partial \xi_\mu).$$

(15), some difficulties arise when the external field is introduced. In this sense equations of type (4) are preferable, although equation (10) with auxiliary conditions of type (15) may be (as will be demonstrated below) of certain methodological interest when transition to a point particle ($\lambda \to 0$) is made. We realize that the considerations set forth here are almost exclusively of methodological value. Nevertheless, we wish to point out some peculiar features of theories containing deformable form factors; it a appears that these features are common to a whole class of theories [8].

1. The lifetime of excited nucleons (decay time with respect to π-meson emission) varies in wide limits, depending on the decay energy, on the relation between n_0, n_1, n_2, n_3 of the respective transitions and on λ (particle extension).

Thus, for the first excited state ($n = 1$) the life-time may be of the order of 10^{-10} s if the decay energy is of ~ 40 MeV and $\lambda \sim 10^{-12}$ cm (Λ^0-particle?). A lifetime of the same magnitude is obtained in the paper [4] if $\lambda \sim 10^{-13}$, but then $n = 5$ (see Appendix I).

2. Naturally, direct excitation of nucleons by π-mesons is practically impossible in these cases; creation of a highly excited nucleon-antinucleon pair, however, is quite possible. It is characteristic that production of nucleon pairs with large excitation numbers is more probable at high energies. This simply means that highly excited states are very degenerate, and thus a large statistical factor appears in the corresponding cross-sections.

In the particular case of the oscillator model (5), this factor equals the number of combinations of four positive integers the sum of which equals the excitation level number: $n = n_1 + n_2 + n_3 + n_0$.

For π-mesons of energy ~ 5 GeV nucleon pairs can be produced too, not only in the zero ($\mathbf{p}_0$, $\overline{\mathbf{p}}_0$) but in the first ($\mathbf{p}_1, \overline{\mathbf{p}}_1$), ($\mathbf{n}_1, \overline{\mathbf{p}}_1$) state as well[4]. Here $\overline{\mathbf{p}}$ designates an antiparticle, 0 and 1 the respective excitation level numbers.

If the π-meson energy is lower (~1 GeV), then the two excited nucleons can be produced only in intermediate states:

$$\pi^- + \mathbf{p}_0 \to \mathbf{p}_0 + \overline{\mathbf{p}}_1 + \mathbf{n}_1. \tag{20}$$

If one identifies the excited neutron ($\mathbf{n}_1$), with the Λ^0-particle, then it is necessary to assume that an excited antiproton, $\overline{\mathbf{p}}_1$, and a proton in the normal state $\mathbf{p}_0$, can unite[5] to form a new particle [8, 14]

$$(\overline{\mathbf{p}}_1 + \mathbf{p}_0) \to \theta^0; \quad \pi^- + \mathbf{p}_0 \to \underset{\theta^0 + \Lambda^0}{\underset{\downarrow}{(\mathbf{p}_0 + \overline{\mathbf{p}}_1)}} + \mathbf{n}_1. \tag{21}$$

After a certain time the Λ^0- and θ^0-particles should emit a π-meson. The creation of single Λ^0- and θ^0-particles is excluded.

It is obvious that in order to develop any particular hyperon theory one must have reliable data on the spins of the θ^0-, Λ^0-, Λ^+- and Ω^--particles.

---

[4] From this point of view the production of a ($\mathbf{n}_1, \overline{\mathbf{p}}_1$) pair should be four times more probable than the production of a ($\mathbf{n}_0, \overline{\mathbf{p}}_0$) pair.

[5] If understood in the literal sense of the word, combination of the particle and anti-particle would mean that we have here a generalization of the well known Fermi–Yang hypothesis.

Information of this type could be of decisive importance for the theory as this would permit one to substantially decrease the number of possibilities.

By considering the creation of highly excited nucleon pairs in intermediate states it should be possible to set up a table containing the nucleon family (hyperons) and excited π-meson family ($\theta^0 \rightleftarrows \pi_{01}$ etc.).

It should be noted that reaction (20) yields one other possibility, the transformation of the $(\overline{\mathbf{p}}_1 + \mathbf{n}_1)$ particle into a new single particle π_{11}. This new particle should inevitably be nuclear-active in the same sense as the π-meson is

$$\pi^- + \mathbf{p}_0 \rightleftarrows (\overline{\mathbf{p}}_1 + \mathbf{n}_1) + \mathbf{p}_0 \rightleftarrows \pi_{11} + \mathbf{p}_0. \tag{22}$$

If the π_{11}-particle mass is sufficiently large and there are no unexpected restrictions, then it should disintegrate into two π-mesons; the decay time would be shorter than that of a π_0-meson decaying into two γ-rays, and the disintegration mechanism should also be quite similar.

At high energies it is principally possible that in reactions similar to (22) highly excited nucleon pairs and nuclear-active particles can be produced; for example,

$$\pi^- + \mathbf{p}_0 \rightarrow \mathbf{p}_0 + (\overline{\mathbf{p}}_n + \mathbf{n}_n) \rightarrow \mathbf{p}_0 + \pi^-_{nn}.$$

The π^-_{nn}-particle has a small lifetime and can decay into two particles, e.g.

$$\pi^-_{nn} \rightarrow \pi^-_{kk} + \pi^0_{mm},$$

each of these particles in turn could rapidly disintegrate and a π-meson shower would eventually be formed.

This peculiar mechanism of multiple particle creation may take place for relatively small interaction constants.

However promising the possibilities outlined here may seem, it must be borne in mind that as yet no consistent theory has been developed and the initial equations practically have not been subjected to investigation.

We may note, however, that in spite of the enormous number of new intermediate states over which one must now sum, the nucleon self-energy may be finite in some variants of the theory.

Thus, in equation (4) it is sufficient to put $c = 2$. In this sense, theories in which $n_0 = 0$ are the most favourable.

It should also be mentioned that the many-time formalism equations (3) written for n particles are compatible. We have here in view the system

$$\left.\begin{array}{l} \gamma^{(1)}_\mu \dfrac{\partial}{\partial x^{(1)}_\mu} + a\left[-\dfrac{\partial^2}{\partial \xi^{(1)}_\mu \partial \xi^{(1)}_\mu} + v\,(\xi^{(1)}_\mu \xi^{(1)}_\mu) + m^{(1)}_0 + g_1 w(x^{(1)}_1)\right]\psi = 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \gamma^{(i)}_\mu \dfrac{\partial}{\partial x^{(i)}_\mu} + a\left[-\dfrac{\partial^2}{\partial \xi^{(i)}_\mu \partial \xi^{(i)}_\mu} + v\,(\xi^{(i)}_\mu \xi^{(i)}_\mu) + m^{(i)}_0 + g_1 w(x^{(i)}_1)\right]\psi = 0 \end{array}\right\}, \tag{23}$$

where i is the number of particles. The integrability condition for these equations reduces to the usual requirement that

$$[w(x_1^{(i)}), w(x_1^{(k)})] = 0. \tag{24}$$

Condition (24) can be satisfied because of the point-like nature of the interaction introduced by us. If one were to introduce a form factor into $w(x_1^i)$ or prematurely integrate over the internal variables (ξ), then equations (23) would become incompatible [2, 11, 16–18, 21].

The danger exists, however, that the initial free equations, which do not lead to divergencies, may have an unsatisfactory Δ_F-function. Unfortunately, correct quantization of similar equitions has not been carried out. It is clear, however, that in the general case the propagation function will not only depend on x but also on the internal coordinate r, i.e., $\Delta(x - x', r, r')$. Significantly, in solution (12) of eq. (10) (without auxiliary condition [10]) the internal variables (ξ) and center of mass variables (x, k) can be separated in any coordinate system. This apparently permits one to express the corresponding Δ-function in the form of a product

$$\Delta_m(x - x', \xi, \xi') = \Delta_m(x - x') f(\xi, \xi'), \tag{25}$$

where $\Delta_m(x - x')$ is the Δ-function with its usual properties; m is the particle mass.

This peculiarity of equations of type (10) is closely associated with infinite degeneracy (in particular of the ground state) since upon transformation the set of functions goes over into itself. As the degeneracy is very considerable, it again leads to divergencies in spite of the exponential fator in the matrix elements ($\exp[-\lambda^2 k^2 \ldots]$).

Any attempt to remove the infinite degeneracy of the ground state inevitably leads to the result that the "center of mass" momentum vector (k) appears in the internal wave function χ; in (19) we have an example of this state of affairs. If one constructs the respective Δ-functions and integrates over momentum space k one finds that, in contrast to (25), coordinates χ and r in the Δ-function are no longer separable and generally speaking, function $\Delta(x - x', r, r')$ no longer vanishes[6] on the space-like surface. It should be remembered, however, that in our method of introducing the interaction the "center of mass" coordinate x is no longer an observable quantity[7].

Further development of the mathematical formalism may show that the property of the Δ-function discussed above, nevertheless, leads to formal internal contradictions in the theory. If this really happens, it will merely signify that equations of type (4) are not equivalent to the dynamically deformable form factor conception.

---

[6] It is important to note that $\int \Delta(x, r, r')\, dr\, dr' = \Delta(x)$ where $\Delta(x)$ is the usual Δ-function.

[7] In a real system consisting, say, of two particles, the position of the center of mass instantaneously changes when the mass of one of the particles in instantaneously increased (e.g. by absorption of a meson) and this, of course, is compatible with relativity.

2. TRANSITION TO "POINT" PARTICLES ($\lambda \to 0$)

A characteristic feature of the equations under consideration, e.g., (4), (7), (18), is the appearance of two independent constants a and λ.

The constant λ determines the "dimensions" of the particle or the dimensions of the "oscillator" (18), while the constant a determines the energy differences between the nucleon excited levels.

Any decrease of the constant λ will leave the mass spectrum of the equation unchanged. For $a \to 0$ equation (4) changes into Dirac's equation, but for $a \neq 0$ and an arbitrarily small λ, equation (4) sharply differs from the equation of a point particle in the usual sense of the word. Although equation (4) has sense for any λ, however small, one, nevertheless cannot put $\lambda = 0$[8].

When $\lambda \to 0$ the internal wave functions (18) acquire the properties of a δ-function and this exactly corresponds to the physical meaning of a point particle. This limiting transition ($\lambda \to 0$) however can be carried out in the matrix elements. The value of this type of analysis is that the divergencies that subsequently emerge are by two powers smaller than those which follow from Dirac's equation.

As an example, let us first consider for $\lambda \neq 0$ that part of the self energy of a nucleon in the ground state which corresponds to the self-energy of a nucleon obeying Dirac's equation.

Suppose transitions to other mass states do not take place.

This is reasonable because in certain variants of the theory such transitions are absolutely forbidden for $\lambda \to 0$ (see for example matrix element M_{01}, with $\lambda \to 0$, Appendix I).

The initial nucleon function and the intermediate state function have, respectively, the following form

$$\psi_0 = \varphi c \exp\left[-\frac{\xi_0^2 + \bar{\xi}^2}{2}\right]; \quad \psi_k = \varphi' c \exp\left[-\frac{\xi_\mu \xi_\mu}{2} + \frac{(k_\mu \xi_\mu)^2}{m^2}\right]. \tag{26}$$

In its initial state the nucleon is at rest ($k = 0$); in the intermediate state a momentum $k \neq 0$ is transferred to the nucleon.

In accordance with (3), interaction with the scalar field is taken in the form $gw(x + \lambda\xi)$, which, for $\lambda \to 0$, changes into the usual $gw(x)$, φ and φ' are the initial and final spinor functions and are completely similar to the corresponding functions of the usual Dirac equation.

The expression for the nucleon self-energy will have the form

$$H_{00}^n = \sum_k \{\ldots\} \left| \int \ldots \mathrm{d}^4\xi \right|^2, \tag{27}$$

where the expression in brackets is the usual Dirac theory expression and

$$\int \ldots \mathrm{d}^4\xi = \int \exp\left[-\frac{1}{2}(\xi_0^2 + \xi^2)\right] \exp[i\lambda(\xi, k)] \exp\left[-\frac{\xi_\mu \xi_\mu}{2} + \frac{(k_\mu \xi_\mu)^2}{m^2}\right] \mathrm{d}^4\xi \tag{28}$$

[8] In some of the terms λ appears in the denominator.

is determined by the internal wave functions of the initial and intermediate states

$$\int \ldots \mathbf{d}^4\xi = \frac{m}{\sqrt{k^2+m^2}} \exp[-\lambda^2 k^2 \ldots] = \frac{m}{E} = \sqrt{1-v^2/c^2}. \tag{29}$$

This behaviour of integral (29) is connected with the deformation of the internal function of the particle which appears when the latter recoils in the intermediate state. The spherically symmetrical "cloud" of the initial state transforms into an elliptical one. The difference between integral (29) and unity is a measure of the degree of overlapping of the "clouds" (e.g., of functions ψ_0 and ψ_k). In the case under consideration this peculiar feature of cloud deformation remains even when the limiting transition is carried out.

These considerations seem to furnish evidence of ambiguity of the point particle conception.

A better understanding of this limiting transition and of its validity can be obtained by analyzing the corresponding Δ_F-functions for $\lambda \to 0$. Some unexpected features may arise in this case (e.g. contradiction with causality).

In our analysis we purposely ignored electrodynamics.

Due to smallness of the constant $e^2/\hbar c$ electrodynamic difficulties appear only at very high energies for which the electromagnetic field cannot be separated from other field such as meson field, β-field [10], and even gravitation fields. In the latter case the gravitation electron radius could serve as a natural limiting length [6].

Notwithstanding its shortcomings, modern electrodynamics can explain all known experimental data with an accuracy that may truly be envied.

APPENDIX I

The matrix element for transition from state $n = 1$ to $n = 0$ has the form [10]

$$M_{01} \sim g \frac{(\varphi_0^* \beta \gamma_\xi \varphi_1)}{\sqrt{E\pi}} \frac{(p,\lambda)}{\hbar} \exp\left[-\frac{\lambda^2}{4\hbar^2}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_0^2)\right]. \tag{α}$$

Pseudoscalar coupling is considered here and it is assumed that
$n = 1, \quad n_1 = 1; \quad n_0 = n_2 = n_3 = 0.$
p_i are the momentum components of the particle. Relativistic deformation of the internal χ-function due to recoil is not taken into account.

From α it follows that the decay probability (lifetime) of the first excited state can be expressed in the form

$$\omega = \frac{1}{\tau} \sim \frac{g^2}{\hbar c} \frac{p^2}{M_\mu^2 c^2} \left(\frac{p\lambda}{\hbar}\right)^2 \frac{pc}{\hbar} \exp\left[-\frac{\lambda^2}{2}(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + p_0^2)\right].$$

REFERENCES

1. *Блохинцев Д.И.* // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 480.
2. *Гинзбург В.Л., Силин В.П.* // Там же. 1945. Т. 27. С. 116.
3. *Гинзбург В.Л., Тамм И.Е.* // Там же. 1947. Т. 17. С. 227.
4. *Исаев П.С., Марков М.А.* // Там же. 1955. Т. 29. С. 111.
5. *Марков М.А.* // Докл. АН СССР. 1943. Т. 40. С. 18.
6. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1947. Т. 17. С. 661.
7. *Марков М.А.* // Там же. 1953. Т. 25. С. 527.
8. *Марков М.А.* // Докл. АН СССР. 1955. Т. 101. С. 51.
9. *Марков М.А.* // Там же. С. 449.
10. *Силин В.П.* // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. С. 462.
11. *Широков Ю.М.* // Там же. С. 748.
12. *Bloch C.* // Kgl. Dan. Vidensk. Selsk. Mat.-fys. Medd. 1952. Bd. 27, N 28.
13. *Chrétien M., Peierls R.E.* // Nuovo cim. 1953. Vol. 10, suppl. P. 668.
14. *Levy M.M., Marshak R.E.* // Ibid. 1954. Vol. 11, suppl. P. 253.
15. *Markov M.* // J. Phys. USSR. 1940. Vol. 2. P.452.
16. *Minardi E.* // Nuovo cim. 1954. Vol. 11, suppl. P. 694.
17. *Rayski J.* // Ibid. 1953. Vol. 10. P. 1729.
18. *Rayski J.* // Ibid. 1955. Vol. 12. P. 815.
19. *Stueckelberg E.C.G., Wanders G.* // Helv. phys. acta. 1954. Vol. 27. P. 667.
20. *Watagin G.* // Ztschr. Phys. 1934. Bd. 88. S. 92.
21. *Yukawa H.* // Phys. Rev. 1953. Vol. 91. P. 415.
22. *Yukawa H.* // Ibid. P. 416.

ОБ ОДНОМ ВАРИАНТЕ НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ*

В разное время рядом авторов [4–7] с различных точек зрения изучался один из вариантов нелокальной теории электромагнитного поля, который возникает при видоизмененном написании потенциалов Лиенара–Вихерта. Вместо обычной записи

$$A_\mu = -e(u_\mu(r')/R_\nu u_\nu(r'))_{R_\nu^2=0} \qquad (1)$$

(где u_μ – 4-скорость заряда, $R_\nu = r_\nu - r'_\nu$ – разность координат точки наблюдения и заряда) в основу кладется выражение

$$A_\mu = -e(u_\mu(r')/R_\nu u_\nu(r'))_{R_\nu^2+a^2=0}. \qquad (2)$$

Здесь a – новая константа размерности длины. Далее предполагается, что потен-

* ЖЭТФ. 1959. Т. 36, вып. 3. С. 854–858. Соавтор *А.А. Комар*.



На семинаре Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований. Дубна, конец 50-х годов

циал удовлетворяет обычному уравнению

$$\Box A_\mu = -\frac{4\pi}{c} j_\mu, \tag{3}$$

которое, по существу, является определением тока. В статическом случае $u_\mu = (0, 0, 0, i)$ и (3) приводит к плотности заряда, равной

$$\rho(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = (e/4\pi)3a^2/(\mathbf{R}^2 + a^2)^{5/2}, \tag{4}$$

т.е. к "размазыванию" точечного заряда. Аналогичным, но более сложным образом "размазывается" ток. В данной теории получается конечное поле в точке, где помещается заряд, и конечная собственная энергия.

Цель настоящей заметки заключается в том, чтобы показать, что приведенное построение неудовлетворительно и что предположение об обычном виде уравнения для потенциала и вытекающем из него "размазывании" заряда ведет к внутренним противоречиям: несовместности системы классических уравнений для заряженных

частиц. Для доказательства этого перейдем к многовременной формулировке классической электродинамики системы заряженных частиц [2]. Предполагается, что каждая частица и поле имеют свое, отличное от других время. Действие для такой системы может быть записано в виде

$$S=\sum_{n=1}^{N}\left\{\int_{0}^{t_n^0}[-m_n c^2+u_\nu(\mathbf{r}_n,t_n)\int\rho_n(\mathbf{r}-\mathbf{r}_n)A_\nu(\mathbf{r},t_n)d\mathbf{r}]\sqrt{1-\beta_n^2}\,dt_n\right\}+$$

$$+\int_{0}^{t^0}dt\int\left[-\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial A_\nu}{\partial x_\mu}\right)^2\right]d^3x. \qquad (5)$$

При этом гамильтониан частицы

$$H_n=\int\rho_n(\mathbf{r}-\mathbf{r}_n)\varphi(\mathbf{r},t_n)d\mathbf{r}+c\left[m_n^2c^2+\left(\mathbf{p}_n-\frac{1}{c}\int\rho_n(\mathbf{r}-\mathbf{r}_n)\mathbf{A}(\mathbf{r},t_n)d\mathbf{r}\right)^2\right]^{1/2}, \qquad (6)$$

гамильтониан поля

$$H=\frac{1}{8\pi}\int\left(\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial A_\nu}{\partial x_i}\frac{\partial A_\nu}{\partial x_i}\right)+(4\pi)^2c^2\Pi_\nu^2\right)d^3x, \qquad (7)$$

где

$$\Pi_\nu=(1/4\pi c^2)\partial A_\nu/\partial t.$$

Заметим, что электромагнитное поле в многовременнóм формализме описывается свободным гамильтонианом и соответствующим свободным уравнением $\Box A_\mu =$ $= 0$. Ток в правой части уравнения для поля получается только при переходе к одному времени.

Для дальнейшего удобно перейти к другим каноническим переменным поля. Пусть

$$A_\nu(\mathbf{r},t)=V^{-1/2}\sum_k\left[\frac{P_k^\nu}{k}\cos(\mathbf{kr}-kct)+cQ_k^\nu\sin(\mathbf{kr}-kct)\right],$$

$$4\pi\Pi_\nu(\mathbf{r},t)=V^{-1/2}\sum_k\left[\frac{1}{c}P_k^\nu\sin(\mathbf{kr}-kct)-Q_k^\nu k\cos(\mathbf{kr}-kct)\right]. \qquad (8)$$

Здесь P_k^ν, Q_k^ν являются новыми каноническими переменными

$$[P_k^\nu,\ Q_{k'}^\nu]=4\pi\delta_{\mu\nu}\delta_{kk'},\quad [P_k^\nu,P_{k'}^\mu]=0,\quad [Q_k^\nu,Q_{k'}^\mu]=0. \qquad (9)$$

В выражениях (8) явно выделена зависимость P_k^ν, Q_k^ν от времени.

В новых канонических переменных гамильтониан поля приобретает вид

$$H = \frac{1}{8\pi}\sum_k \left[(P_k^\nu)^2 + c^2k^2(Q_k^\nu)^2\right]. \tag{10}$$

Выражения, зависящие от поля, входящие в гамильтониан частицы, удобно переписать следующим образом:

$$\int \rho_n(\mathbf{r}-\mathbf{r}_n)A_\nu(\mathbf{r},t_n)d\mathbf{r} = \int \rho_n(\mathbf{r}-\mathbf{r}_n)\left[V^{-1/2}\sum_k \left(\frac{P_k^\nu}{k}\cos(\mathbf{kr}-kct_n)+\right.\right.$$

$$\left.\left. + cQ_k^\nu \sin(\mathbf{kr}-kct_n)\right)\right]d\mathbf{r} = \int \rho_n(\mathbf{R})\left[V^{-1/2}\sum_k \left(\frac{P_k^\nu}{k}\cos(\mathbf{kR}+\mathbf{kr}_n-kct_n)+\right.\right.$$

$$\left.\left. + cQ_k^\nu \sin(\mathbf{kR}+\mathbf{kr}_n-kct_n)\right)\right]d\mathbf{R}.$$

Поскольку $\rho_n(\mathbf{R})$ зависит только от R^2, написанное выражение сводится к следующему:

$$V^{-1/2}\sum_k \left[\left(\int \rho_n(R)\cos\mathbf{kR}d\mathbf{R}\right)\left(\frac{P_k^\nu}{k}\cos(\mathbf{kr}_n-kct_n)+cQ_k^\nu\sin(\mathbf{kr}_n-kct_n)\right)\right] =$$

$$= V^{-1/2}e_n\sum_k f(k)\left(\frac{P_k^\nu}{k}\cos(\mathbf{kr}_n-kct_n)+cQ_k^\nu\sin(\mathbf{kr}_n-kct_n)\right), \tag{11}$$

здесь

$$f(k) = \frac{1}{e_n}\int \rho_n(R)\cos\mathbf{kR}d\mathbf{R}. \tag{12}$$

Уравнения Гамильтона–Якоби для рассматриваемой нами системы заряженных частиц запишутся следующим образом:

$$\partial S(t_1 \ldots t_N)/\partial t_n = -H_n(\mathbf{r}_n, t_n, \partial S/\partial \mathbf{r}_n, Q_k^\nu, \partial S/\partial Q_k^\nu) \quad (n = 1, \ldots, N). \tag{13}$$

Условие совместности подобной системы уравнений (см., например, [1]):

$$(\partial^2/\partial t_{n'}\partial t_n - \partial^2/\partial t_n \partial t_{n'})S(t_1 \ldots t_N) = 0. \tag{14}$$

В соответствии с (13) это сводится к

$$\partial H_n\left(\mathbf{r}_n, t_n, \frac{\partial S}{\partial \mathbf{r}_n}, Q_k^\nu, \frac{\partial S}{\partial Q_k^\nu}\right)\Big/\partial t_{n'} - \partial H_{n'}\left(\mathbf{r}_{n'}, t_{n'}, \frac{\partial S}{\partial \mathbf{r}_{n'}}, Q_k^\nu, \frac{\partial S}{\partial Q_k^\nu}\right)\Big/\partial t_n = 0$$

или

$$\frac{\partial H_n}{\partial(\partial S/\partial \mathbf{r}_n)}\frac{\partial^2 S}{\partial t_{n'}\partial \mathbf{r}_n} + \frac{\partial H_n}{\partial(\partial S/\partial Q_k^\nu)}\frac{\partial^2 S}{\partial t_{n'}\partial Q_k^\nu} - \frac{\partial H_{n'}}{\partial(\partial S/\partial \mathbf{r}_{n'})}\frac{\partial^2 S}{\partial t_n \partial \mathbf{r}_{n'}} - \frac{\partial H_{n'}}{\partial(\partial S/\partial Q_k^\mu)}\frac{\partial^2 S}{\partial t_n \partial Q_k^\mu} = 0.$$

Замечая, что $\partial S/\partial \mathbf{r}_n$, $\partial S/\partial Q_k^{\nu}$ отвечают канонически сопряженным импульсам частицы и поля и что порядок дифференцирования по времени и координатам (частицы и поля) можно при наличии совместности переставить, последнее выражение переписываем в виде

$$\frac{\partial H_n}{\partial \mathbf{p}_n}\frac{\partial H_{n'}}{\partial \mathbf{r}_n}+\frac{\partial H_n}{\partial P_k^{\nu}}\frac{\partial H_{n'}}{\partial Q_k^{\nu}}-\frac{\partial H_{n'}}{\partial \mathbf{p}_{n'}}\frac{\partial H_n}{\partial \mathbf{r}_{n'}}-\frac{\partial H_{n'}}{\partial P_k^{\mu}}\frac{\partial H_n}{\partial Q_k^{\mu}}=0.$$

Поскольку всегда $\partial H_n/\partial \mathbf{p}_{n'}=\partial H_n/\partial \mathbf{r}_{n'}=0$ $(n\neq n')$, окончательно для (14) будем иметь

$$[H_n,H_{n'}]=0. \tag{15}$$

Здесь $[H_n,H_{n'}]$ – классические скобки Пуассона. В нашем случае, как ясно из предыдущего, скобки Пуассона вычисляются только по каноническим переменным поля.

На основании (6) и (11)

$$[H_n,H_{n'}]=\frac{e_n e_{n'}c}{V}\sum_k\left\{\frac{f^2(k)}{k}[\cos(\mathbf{k}\mathbf{r}_n-kct_n)\sin(\mathbf{k}\mathbf{r}_{n'}-kct_{n'})-\right.$$

$$\left.-\sin(\mathbf{k}\mathbf{r}_n-kct_n)\cos(\mathbf{k}\mathbf{r}_{n'}-kct_{n'})]\left(\frac{\delta_{\nu4}}{i}-\sum_{\alpha=1}^{3}\beta_\alpha^n\delta_{\nu\alpha}\right)\left(\frac{\delta_{\nu4}}{i}-\sum_{\gamma=1}^{3}\beta_\gamma^{n'}\delta_{\nu\gamma}\right)\right\}=$$

$$=\frac{e_n e_{n'}c}{V}(1-\beta_n\beta_{n'})\sum_k\left\{\frac{f^2(k)}{k}\sin[\mathbf{k}(\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'})-kc(t_n-t_{n'})]\right\}=$$

$$=\frac{1}{(2\pi)^3}e_n e_{n'}c(1-\beta_n\beta_{n'})\int\frac{f^2(k)}{k}\sin[\mathbf{k}(\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'})-kc(t_n-t_{n'})]d^3k.$$

Окончательно

$$[H_n,H_{n'}]=\frac{e_n e_{n'}c}{(2\pi)^3}(1-\beta_n\beta_{n'})\int\frac{f^2(k)}{k}\sin[\mathbf{k}(\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'})-kc(t_n-t_{n'})]d^3k. \tag{16}$$

В случае точечного заряда $f(k)=1$ и выражение

$$-(2\pi)^{-3}\int\sin[\mathbf{k}(\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'})-kc(t_n-t_{n'})]\frac{d^3k}{kc}=$$

$$=(2\pi)^{-3}\int\cos\mathbf{k}(\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'})\sin kc(t_n-t_{n'})\frac{d^3k}{kc}=D(x_n-x_{n'})$$

совпадает с известной перестановочной функцией. Таким образом, для точечных

частиц условия совместности выполнены всюду вне светового конуса, и в том числе, что особенно важно, в пространственно-подобной области.

В нашем случае $f(k)$ равно не единице, а

$$f(k)=\frac{3a^2}{4\pi}\int\frac{\cos\mathbf{kR}d\mathbf{R}}{(R^2+a^2)^{5/2}}=3a^2\int_0^\infty\frac{\sin kR}{k(R^2+a^2)^{5/2}}RdR=$$

$$=a^2\int_0^\infty\frac{\cos kR}{(R^2+a^2)^{3/2}}dR=kaK_1(ka). \qquad (17)$$

Здесь K_1 – функция Ханкеля от мнимого аргумента. Так как $f(k)$ зависит лишь от модуля k, интегральное выражение в (16) сводится к

$$-\frac{4\pi}{|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|}\int_0^\infty f^2(k)\sin k|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|\sin kc(t_n-t_{n'})dk=$$

$$=\frac{2\pi a^2}{|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|}\int_0^\infty k^2K_1^2(ka)\{\cos[k(|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|+c(t_n-t_{n'}))]-$$

$$-\cos[k(|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|-c(t_n-t_{n'}))]\}dk,$$

и, таким образом,

$$[H_n,H_{n'}]=\frac{e_ne_{n'}c}{4\pi^2|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|}(1-\beta_n\beta_{n'})a^2\int_0^\infty k^2K_1^2(ka)\{\cos[k(|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|+$$

$$+c(t_n-t_{n'}))]-\cos[k(|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|-c(t_n-t_{n'}))]\}dk. \qquad (18)$$

Возникающий интеграл аналитическим не берется. Его можно, однако, приближенно вычислить вблизи светового конуса. Для этого воспользуемся интегральным представлением

$$kK_1(ka)=a\int_0^\infty\frac{\cos kR}{(R^2+a^2)^{3/2}}dR$$

и переменим порядок интегрирования в интеграле (18). Обозначим

$$|\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|+c(t_n-t_{n'})=\Delta_1,\quad |\mathbf{r}_n-\mathbf{r}_{n'}|-c(t_n-t_{n'})=\Delta_2;$$

тогда имеем

$$\int_0^\infty k^2K_1^2(ka)[\cos k\Delta_1-\cos k\Delta_2]dk=\frac{a^2\pi}{4}\int_0^\infty\frac{dR}{(R^2+a^2)^{3/2}}\{[(\Delta_1+R)^2+a^2]^{-3/2}+$$

$$+[(\Delta_1-R)^2+a^2]^{-3/2}-[(\Delta_2+R)^2+a^2]^{-3/2}-[(\Delta_2-R)^2+a^2]^{-3/2}\}. \qquad (19)$$

Заметим, что когда $\Delta_2/a \ll 1$, Δ_1/a может быть достаточно велико, и наоборот,

ибо значения $|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n'}|$ и $c(t_n - t_{n'})$ можно брать сколь угодно большими. Предположим, что $\Delta_2/a \ll 1$, и отбросим, в силу сказанного, члены с Δ_1. Тогда, используя разложение в ряд, имеем для (19)

$$-(3\pi^2/32a^3)(1-15\Delta_2^2/32a^2).$$

Тем самым при $\Delta_2/a \ll 1$, $\Delta_1/a \gg 1$:

$$[H_n, H_{n'}] \approx -\frac{3e_n e_{n'} c}{128a|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n'}|}(1-\beta_n\beta_{n'})\left(1-\frac{15\Delta_2^2}{32a^2}\right) =$$

$$= -0{,}023\frac{e_n e_{n'} c}{a|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n'}|}(1-\beta_n\beta_{n'})\left(1-\frac{15\Delta_2^2}{32a^2}\right),$$

т.е. отлично от нуля на конусе и вблизи конуса в пространственно-подобной области.

Аналогичный расчет можно привести для случая $\Delta_1/a \ll 1$, $\Delta_2/a \gg 1$. Кроме того, интеграл брался численно для значения $\Delta_2/a = 10$, т.е. в области, сравнительно далекой от конуса (Δ_1/a считалось достаточно большим, чтобы члены с Δ_1 можно было опустить). Результат:

$$[H_n, H_{n'}] \approx -0{,}0006\frac{e_n e_{n'} c}{a|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n'}|}(1-\beta_n\beta_{n'}).$$

Таким образом, $[H_n, H_{n'}]$ отлично от нуля на световом конусе и всюду в пространственно-подобной области и, хотя быстро убывает по мере удаления от конуса, нигде не обращается в нуль, за исключением точек на бесконечности ($\Delta_1/a = \infty$, $\Delta_2/a = \infty$)[1].

Иначе говоря, условия совместности системы уравнений (13) в данном варианте теории не выполнены.

При квантовании классические скобки Пуассона переходят в коммутатор соответствующих величин:

$$[H_n, H_{n'}]_{\text{кл}} \to \frac{i}{h}[\hat{H}_n, \hat{H}_{n'}]_{\text{кв}} = \frac{i}{h}[\hat{H}_n\hat{H}_{n'} - \hat{H}_{n'}\hat{H}_n].$$

Для точечных частиц это приводит (при замене $\beta_n \to \boldsymbol{\alpha}_n$, $\beta_{n'} \to \alpha_{n'}$; $\alpha_n, \alpha_{n'}$ – дираковские матрицы) к

$$[\hat{H}_n, \hat{H}_{n'}]_{\text{кв}} = -ihc^2 e_n e_{n'}(\alpha_n\alpha_{n'} - 1)D(x_n - x_{n'})$$

---

[1] Это можно качественно усмотреть и из выражения (18), ибо при росте Δ_1/a, Δ_2/a косинус начинает быстро осциллировать, снижая величину интеграла.

или известному выражению для условий Блоха [3]. Необращение $[H_n, H_{n'}]_{\text{кл}}$ в нуль в пространственно-подобной области для рассматриваемого варианта нелокальности теории должно обусловить аналогичные трудности в квантовой области.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Граве Д.А.* Об интегрировании частных дифференциальных уравнений первого порядка: Дис. СПб., 1889.
2. *Марков М.* Дис. ... д-ра физ. наук. М., 1941.
3. *Bloch F.* // Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1934. Bd. 4. S. 301.
4. *Groenewold H.I.* // Physica. 1939. Vol. 6. P. 115.
5. *Ingraham R.* // Phys. Rev. 1956. Vol. 101. P. 1410.
6. *Landé A.* // Ibid. 1939. Vol. 56. P. 482.
7. *Landé A.* // Ibid. 1949. Vol. 76. P. 1176.

SUMMARY TALK AT AZAU SYMPOSIUM*

I would like to make some remarks of a general character concerning the Symposium.

I belong to the generation in which the modern theory of elementary particles, the modern quantum field theory, was born and developing. One would like to understand what was going on at the Symposium, in clarifying the situation in a historical aspect, namely what one attempted to achieve when the theory of elementary particles was at the stage of its origin, at what one has arrived to at present, what are the further perspectives. Some remarks are of a personal character. The situation in theoretical physics bears a slight resemblance to the well-known joke about the madhouse where each sick man considers himself the only true Jesus Christ. All of us are ill with theoretical physics and it is doubtful whether the progress of the science as a whole is possible without fanatical belief of each in the validity of his ideas.

Obviously, I shall express the common opinion if I say that the Symposium has been successful. Although we are not leaving the Symposium with a consistent, divergence-free theory, nevertheless we are able to ascertain a partial success in attempting to construct such a theory; we can meet with open eyes forthcoming difficulties. Various ways of the development of field theory were discussed at this Symposium. Problems of nonlinear theory, nonlocal theory and, in particular, its form realized in the non-Euclidean geometry of momentum space were considered. Possibilities of the indefinite metric were also discussed.

All these possible ways of further development of the theory were discussed in the past, it should be said, in a relatively distant past, as well. So, the "age" of the nonlinear theory is reaching 60 years [3, 4]. The relativistically invariant form factor is at a mature age, it is

---

* Summary talk at 2nd Intern. symp. on non-local quantum field theory, Azau, Mar. 14-25, 1970. Dubna, 1970. (Prepr. / JINR; E2-5270).

almost 40 years old [7], its geometrical interpretation in momentum space (non-Euclidean geometry in the momentum space) is also more than 30 years old (M. Born, 1938). Moreover, the youngest theory, indefinite metrics, is almost a quarter of a century... During these decades much work has been done along these lines, an immense number of articles has appeared and many of them have been presented at the Symposium.

It has been clarified over this time that all ways of overcoming difficulties connected with divergences lead to new additional difficulties which the traditional theory did not know. The work during several decades was devoted to the partially successful overcoming of numerous intrinsic difficulties of the formalisms under discussion. In other words, all these theories worked essentially for themselves as is often the case in a large, but not very successful business, following the well-known Parkinson's laws.

As is known, and as the work of the Symposium shows, most effort has been in developing the ideas of nonlocal theory, introducing into the formalism a relativistically invariant cutoff. At the very beginning of the development of this direction a question arose from what general principle the unambiguous expression for the form factor may be derived. The theory should be unambiguous. The problem of an unambiguous choice of the form factor remains unsolved after this Symposium, too.

As long as 30 years ago an attempt was made to formulate the idea of an extended source, more exactly, the idea of nonlocal, non-point interaction on the basis of the restriction of the field measurability in a small domain connected with the atomism of the electric charge[1] [1]. This restriction on the field measurability was formulated by means of commutation relations between the field quantities (potential A) and the four-vector of the point (more exactly, coordinates of a test body)

$$A_\mu x_\nu - x_\nu A_\mu \neq 0. \qquad (1)$$

Such a way of introducing nonlocality is mentioned for the reason that on the one hand it is equivalent to the introduction of a certain relativistically invariant form factor, on the other hand, it is possible, using (1), to calculate directly the commutator $[A(x), A(y)]$ which, as it turned out, does not vanish on the space-like surface. So, it was first established that in nonlocal fields the causality principle is violated. Further work in this direction was associated with the nonlocality form which is defined by direct introduction to the theory of various form factors and becomes the main problem of the construction of the appropriate S-matrix formalism of the theory. It has also been clarified that in nonlocal theories there

[1] According to the analysis of quantum electrodynamics given by Bohr and Rosenfeld, the latter in its modern form assumes the measurability of the electromagnetic field in an arbitrary small domain which in turn assumes the existence of test charges localized in an arbitrary small region with an arbitrary large electric charge. The main idea of the article quoted lies in the fact that the formalism of the modern electrodynamics is thus in contradiction with the charge atomism and that the account of the latter leads to another electrodynamics where the restrictions of the field measurability in small regions make meaningless the corresponding integration of the quantities leading to divergences just when integrating over the volume near the origin (i.e. near the charge). It should be stressed that the problem as to what restrictions on the field measurability are imposed by the charge atomism and how the quantum electrodynamics formalism is to be modified with the account of the charge atomism is as yet still open.

arise difficulties connected with unitarity, gauge invariance and the construction of the T-product in the S-matrix formalism.

It is interesting that many difficulties were turned out to be common for different attempts of the construction of a theory without divergences. It was found out gradually (a number of reports was devoted to just this problem) that difficulties with unitarity and gauge invariance in electrodynamics for nonlocal theories can be overcome[2]. But there remains one fundamental difficulty, carefully speaking, one fundamental difference of the nonlocal theory from the traditional theory, the local one. This is the violation of causality which is revealed in that the corresponding field commutator does not vanish on the space-like surface. As the Symposium has shown, the overcoming of divergences on the basis of the indefinite metric leads to the same causality violation. One attempts to make the main difficulty of nonlocal theory in question less serious by such a mean of causality violation which would concern only micro-regions. The conditions of "microcausality" violation have been widely discussed at the Symposium. Unfortunately the idea of causality violation in small regions has not found its clear physical interpretation yet.

It would be desirable to know the physical content of such assertions, the price which should be paid for the refusal from causality in small. It would be desirable to imagine, to predict those physical observable phenomena which would be a consequence of such a violation. Besides, frankly speaking, it is not clear how consistently one may admit microcausality violation without breaking macrocausality, to what extent this concerns the accuracy of the experiment and how these unlikely rare violations of macroscopic causality look. It seems that one may be satisfied with a solution of the problem when the causality violation would not be allowed in small either, but simply at certain distances the idea of causal relation would lose its meaning.

Such a situation may arise, e.g., at intervals where the notion of distance ($ds^2 = g_{\mu\nu}dx^{\mu}dx^{\nu}$) loses its meaning due to quantum fluctuations of the metric tensor $g_{\mu\nu}$[3]. In other words, the clarification of a possible physical meaning of the causality violation in small should be included in the program of forthcoming symposia.

At this Symposium we have learned some essential things about the specific of nonlocal fields in the aspect of axiomatic approaches. In this aspect nonlocal fields have entered into the general classification of fields. Essential theorems, like the theorem on the unique nature of the local commutation, CPT theorem, have appeared. Various deflections from the traditional local theory have been classified. Further it would be desirable to formulate more clearly the properties of a possible class of the theory in the case of CPT-violation. Experiments on the test of the CPT theorem are being performed, in particular, on

---

[2] Gauge noninvariance of the Mie non-linear electrodynamics has been overcome in the Born-Infeld nonlinear electrodynamics. Some forms of nonlinear electrodynamics lead also to signals propagating with a velocity higher than the velocity of light.

[3] Such a situation may be expected at lengths of the order

$$l \approx \sqrt{\frac{\hbar \varkappa}{c^3}} \approx 10^{-33}\,\text{cm}.$$

the Serpukhov acccelerator. Therefore more detailed analysis of the class of theories allowing CPT violation is of not a quite abstract interest.

Much attention has been paid at the Symposium to the mathematical formalism of the field theory. It implies the functional integration methods, geometrization of the field theory formalism, application of algebra of various kinds etc. It should be stressed that new mathematical methods are not yet, so to say, a large productive force. A strong mathematization of the Symposium programme is a new feature in the evolution of the symposia on theoretical physics.

In connection with a certain impoverishment of purely theoretical ideas stimulating the physical experiment, a question may arise whether this is twilight of the theoretical physics or a natural stage in its development. Obviously, the field theory is enduring a peculiar period of its development, when searches for other more perfect formalism are inevitable. It is justified, at least, by the fact that even in electrodynamics, the theory most greatly developed in mathematical respect, we are not quite certain that the faith in perturbation theory in the discussion of problems of principle associated with divergences may not be shaken in the framework of the more perfect formalism. We may remind that the transition from classical physics to quantum electrodynamics was marked by the decrease of the divergence for the electron proper energy from the linear to the logarithmic one. A hope remained that going beyond the framework of perturbation theory, improving the logarithmic result of the second approximation, the nature might make further "concessions". A certain preliminary analysis of the situation presented at the Symposium is not, as yet, optimistic in this sense.

We continue to accept with a customary thoughtlessness "the fate gift" in the form of the possibility of renormalization procedure for some modes of interactions. We do not know why an unprecedentedly high-handed treatment of the theory apparatus continues to work[4] i.e. up to day does not contradict experiment. Distortions introduced by this procedure seem to be small and the accuracy of the experiment is still insufficient so that to come into a conflict with this procedure. From this point of view we are much more worried about the cases of unrenormalizable interactions. Various attempts of constructing an effective formalism of unrenormalizable theories have just been considered at this Symposium. In particular, an effective possibility of working with the so-called superpropagators has been discussed.

Investigation on the Yang–Mills fields have been presented as still formal examples extending our view on possible properties of fields. Attention should be drawn to an unexpected assertion about the absence of the analogy between Yang–Mills and vector meson fields in passing into them to electrodynamics when the vector meson mass tends to zero. It is quite possible up to now that in the case of the massive Yang–Mills field this transition should be performed more accurately.

As to the nearest future of the field theory, the forecast seems to be not too optimistic. This remark concerns especially the traditional idea of introducing the field source

[4] In the Preface to the Russian version of his book "Principles of Quantum Mechanics" (Forth edition) P.A.M. Dirac writes that he has not included in the book modern methods of renormalization for the reason that it is impossible to ground them with the same degree of rigor as the remaining ones, and therefore it is doubtful whether they will be kept.

dimensions by means of various kinds of relativistically invariant form factors. It seems to me that here there is no sufficient clearness in our common aspirations. What do we want to reach in our attempts? What ideal are we striving for? Let us assume that we have succeeded in constructing in the framework of electrodynamics a divergency-free theory, introducing some surprising form factor. The question arises as to how this theory would relate to the real electron. Electrodynamics for the electron self-energy yields a logarithmic divergency: $\Delta m \approx \frac{3\alpha}{2\pi} m_e \ln \frac{M_1}{m_e}$. All the electron mass is of electromagnetic nature, if

$$\frac{3\alpha}{2\pi} \ln \frac{M_1}{m_e} = 1,$$

or, if the corresponding divergent expressions are cut off at the length

$$r_0 = \frac{\hbar}{m_e c} e^{-\frac{2\pi}{3}\frac{\hbar c}{e^2}} < 10^{-100}\ \text{cm}.$$

This length is by many orders of magnitude smaller than the electron gravitational radius $r_g \approx \frac{2m_e \varkappa}{c^2} \approx 10^{-55}$ cm. But, obviously, extremely small length which we have right to consider in modern theory should be smaller than the lengths

$$l_g \approx \sqrt{\frac{\hbar \varkappa}{c^3}} \approx 10^{-33}\ \text{cm},$$

at which the quantum fluctuations of the metric depriving the notion of distance between two space point of the physical meaning become essential. But at lengths larger than l_g the contribution of the electromagnetic field to the electron mass is small compared with its experimental value[5]. If the situation presented bears some relation to the real electron this would mean most likely that the mass and, in general, the electron nature is of nonelectromagnetic character and the electron theory which is restricted to the electrodynamics is not, strictly speaking, the theory of this particle. Unfortunately the experimental possibilities of the test of the applicability of quantum electrodynamics, as it follows from the report presented at the Symposium, do not make us happy with their perspectives. However it should be noted that the experiment has covered the hadron lengths[6] $\left(\frac{\hbar}{m_n c} \approx 10^{-14}\ \text{cm}\right)$ and now the experiment is being performed at lengths $(5-3)\cdot 10^{-15}$ cm.

---

[5] If, as was reported at the Symposium, the account of the highest approximations gives a linear divergency, instead of the logarithmic one, but a very small numerical factor $e^{-1/\alpha}$ in this expression leads all the same to a small contribution of the electromagnetic field to the electron mass.

[6] This fact is a serious in the theories of strong interactions in which the appropriate form factors are introduced.

But further progress to smaller lengths encounters difficulties. As it follows from the reports at the Symposium at smaller lenghts the electrodynamic corrections are of the same order of magnitude as those from strong and then, possibly, from weak interactions. It seems that possibilities of further progress to smaller lengths in a purely electromagnetic experiment are restricted perhaps to not more than one order. Of course, the most "pure" results should be expected in(e, e), (e, $\tilde{e}$) and (e, μ) interactions. Undoubtedly, the so-called "weak length" of weak interactions $l_w \approx \sqrt{\frac{G_w}{\hbar c}} \approx 10^{-17}$ cm is the parameter in the problems in question which is expected to give great hopes. Many phenomena in the weak interaction physics may be expected to be clarified greatly by means of further experiments at these lengths.

Returning to the idea of the construction of electrodynamics free of difficulties connected with divergencies on the basis of the nonlocal concepts it should be stressed that this idea appears to become less and less attractive since we have seen that there are arguments in favor of the fact that the electron nature may be of nonelectromagnetic origin. The idea of the form factor eliminating divergances would be of a certain interest if only one given field defined mainly the particle properties and the other fields gave improvements, corrections, or any, more general, "proto-field", proto-matter, defined the spectrum of existing particles.

It should be said that the tendencies in physics are of a rather opposite character. Obviously, as concerns the strongly interacting particles, the situation favours the recognition of the so-called nuclear democracy. It appears that it is impossible to single out among strongly interacting fields (particles) some predominant, fundamental field. There are certain grounds to suggest that the so-called weak interaction may enter at small distances into the rank of the strong ones, as well. Long ago we have already got accustomed to the idea that the properties of a given elementary particle are, strictly speaking, defined by the properties of all the remaining particles available in the nature. If in the future the investigations at small lengths (small collision parameters) will lead really to a universal democracy of particles, then our attempts in constructing a closed theory in the framework of one given field should be reasonably reestimated. In conclusion I would like to say some words about a possible role of the gravitational fields in the elementary particle theory. It seems to me that there existed and is being existed a preconceived scientific opinion that gravitation must not be of essential importance in the theory of elementary particles. Obviously, the weakness of these forces at nuclear distances might be an argument in favor of such an opinion, provided that these distances define the nature of fundamental particles. It is surprising that this psychologic barrier was also acting for half a century in theory, e.g. in electrodynamics in the apparatus of which integrations over an arbitrary small volume arise, abritrary large divergent values of the particle masses take place, emission and absorption of quanta of arbitrary high energy are discussed.

It would seem that in these cases there arises, in principle, infinitely large gravitational forces, but in calculations they are completely disregarded. The arising gravitational fields are such that the electromagnetic interactions taken into account are negligibly weaker than disregarded gravitational forces. It is surprising that with such a thoughtless calculation of the divergent integrals we take the liberty of asserting that electrodynamics leads to the

divergent value of the electron proper mass. Of course, we may neglect the fact that gravitational forces may play the role of a field regularizator.

But the prejudices of the scientific public opinion are such that a correct analysis of the situation is still absent. It is interesting to note that the most strict mentors of the scientific public opinion like Landau [2] and Pauli [6], at the end of their scientific activity, have declared in favor of a possible essential role of gravitation in the elementary particle theory.

The classical consideration of the problem is, to my mind, promissing. In the framework of the general relativity a model of the extended particle is possible which is compatible with the requirements of relativistic invariance and, what is the important, of relativistic causality (friedmons). It is essential that, due to the change of the metric, the propagation of the light signal near such an object is decelerated and, contrary to the traditional nonlocal schemes, its velocity remains always smaller than the velocity of light.

The gravitational mass defect of a dense matter localized in a small region saves the classical theory from divergences. Unfortunately, an appropriate quantum theory has not been constructed yet. But it is doubtful whether it is possible to expect that the gravitational mass defect refuses for some or another reason to work in the quantum domain.

PEFERENCES

1. *Марков М.* // ЖЭТФ. 1940. Т. 10. С. 1311.
2. *Landau L.D.* Niels Bohr and development of physics / Ed. W. Pauli. L.: Pergamon press, 1955. P. 52.
3. *Mie G.* // Ann. Phys. 1912. Vol. 37. P. 514.
4. *Mie G.* // Ibid. Vol. 39. P. 1.
5. *Mie G.* // Ibid. 1913. Vol. 40. P. 1.
6. *Pauli W.* // Helv. phys. acta. 1956. Vol. 69, suppl. 4: Congress on relativity theory, Bern, 1955.
7. *Watagin G.* // Ztschr. Phys. 1934. Bd. 88. S. 92.

II

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

О СИСТЕМАТИКЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ*

В настоящее время число известных элементарных частиц сильно увеличилось. Появилась тенденция систематизировать эти частицы по каким-либо признакам.

Несмотря на то что все эти попытки еще очень формальны и довольно бедны конкретным содержанием, они, несомненно, имеют значительную эвристическую ценность. Но, конечно, самое главное заключается в том, что эти попытки могут содержать в принципе существенные черты будущей последовательной теории элементарных частиц.

Возвращаясь к нашей более узкой теме, можно сказать, что в настоящее время наиболее широко обсуждается систематика гиперонов и различных мезонов в том виде, в котором она нашла свое выражение в докладе М. Гелл-Манна [8] на Пизанской конференции по элементарным частицам (июнь 1955 г.).

Большой интерес представляет и некоторая модификация этой систематики, предложенная недавно Саламом и Полкинхорном [13]. Надо заметить, что систематика частиц, о которой идет речь, явилась результатом длинного ряда поисков и попыток, среди которых существенную роль сыграли известные работы А. Пайса [12].

По Гелл-Манну, зарядовое число Q/e частицы для компонента зарядового мультиплета дается в виде

$$Q/e = I_z + n/2 - S/2, \qquad (1)$$

где I_z – слагающая изотопического спина, n – число частиц минус число античастиц (нуклонов, гиперонов).

Нуклонам, гиперонам, мезонам (бозонам) приписывается особое "странное" квантовое число S; для протонов (N^+), нейтронов (N) и $\pi^{0,\pm}$-мезонов $S = 0$; для Λ^0, Σ $S = -1$; для θ^0, $\theta^\pm$ $S = +1$; для каскадного гиперона Ξ^-, Ξ^0 $S = -2$. Для античастиц S меняет знак.

N, Λ^0, Σ, Ξ – фермионы, существуют античастицы $\tilde{N}$, $\tilde{\Lambda}^0$, $\tilde{\Sigma}$, $\tilde{\Xi}$; $\tilde{\theta}^0$ и $\theta^- \equiv \tilde{\theta}^+$ считаются античастицами частиц θ^0 и θ^+. S сохраняется при сильных и электромагнитных взаимодействиях и не сохраняется при взаимодействиях слабых ($\Lambda^0 \to$ $\to N^+ + \pi^-$). Для изменения числа S устанавливается правило $\Delta S = \pm 1$.

Сохранение числа S при сильных и электромагнитных взаимодействиях приводит:

1) к относительной стабильности гиперонов и тяжелых мезонов;

2) при сильных взаимодействиях – к образованию гиперонов в паре с частицей, обладающей S, равным по величине S гиперона, но противоположным по знаку.

---

* М.: Изд-во АН СССР, 1955. 23 с.

Ниже нами делается попытка развить некоторые представления о гиперонах как возбужденных состояниях нуклонов [2, 3]. В рамках этих представлений не только наглядно интерпретируются все существенные свойства схемы Гелл-Манна, но и дается ряд новых физических предсказаний, имеющих экспериментальный интерес. В последующее изложение, смотря по научному вкусу, можно либо вкладывать далеко идущее содержание конкретных физических представлений, либо видеть пока лишь удачно найденную полезную алгебру физических реакций. Ясность в этот вопрос могут внести дальнейшие эксперименты.

I. Мы предполагаем, что нуклоны (N^+, N) могут находиться в возбужденных состояниях:

$$N_0; N_1; N_2; \dots ; N_s. \qquad (2)$$

Наинизшие состояния N_0^+, N_0 соответствуют протону и нейтрону.

Первое возбужденное состояние (N_1) соответствует Λ^0 и $\Sigma^\pm$, в наших обозначениях $N_1, N_1^\pm$; второе – каскадному гиперону Ξ^0, Ξ^-, в наших обозначениях N_2 и N_2^-.

В принципе возможен нуклон S-го возбуждения N_s. Этому ряду фермионов соответствует ряд античастиц

$$N_{-0};\ N_{-1};\ N_{-2}; \dots ; N_{-s}. \qquad (3)$$

II. Мы предполагаем, что нуклоны во всех возбужденных состояниях взаимодействуют со всеми другими полями так же, как протоны и нейтроны. Это утверждение относится к тем взаимодействиям, при которых уровень возбуждения S не меняется.

Нам бы не хотелось на современной стадии понимания вопроса сильно конкретизировать содержание понятия возбужденного состояния нуклона.

III. Мы предположим, что переходы между возбужденными состояниями сильно запрещены, что практически с малой вероятностью возможны лишь переходы

$$\Delta S' = \pm 1. \qquad (4)$$

Для методических целей можно представлять себе функцию нуклона как произведение обычной волновой функции уравнения Дирака $\varphi(x)$ на некоторую функцию $\chi_s(r_0\xi)$, которая может характеризовать различные допустимые возбужденные внутренние состояния нуклонов (ξ – некоторое "внутреннее" четырехмерное пространство частицы, r_0 – эффективные размеры частицы). В настоящее время имеется много работ, в которых обсуждаются уравнения с внутренними степенями свободы для элементарных частиц. Но так как эта область пока еще не находится по ряду причин в удовлетворительном состоянии, мы не будем связывать себя какой-либо конкретной математической моделью, поскольку мы пока не ставим перед собой количественных задач[1]. Для нас может быть важно одно общее

---

[1] Для методических и иллюстративных целей удобна осцилляторная модель, предложенная автором [1].

свойство подобных состояний, а именно: матричный элемент перехода из одного состояния нуклона в другое возбужденное состояние, происходящего под влиянием любого внешнего поля, для широкого класса обсуждаемых функций внутренних состояний может содержать характерную величину

$$\left(\frac{r_0}{\lambda}\right)^m, \tag{5}$$

где r_0 – размеры нуклона, λ – длина волны того излучения, под влиянием которого совершается переход [1]; степень m тем больше, чем больше разность чисел S и S', характеризующих начальное и конечное состояния нуклона.

IV. Малость r_0 обеспечивает относительную стабильность возбужденных состояний нуклонов, т.е. гиперонов.

В частности, выбором малого r_0 можно получить наблюдаемое время жизни Λ_0-частицы как первого возбужденного состояния нуклона [1]. Благодаря малости r_0 переходы практически возможны только между соседними уровнями:

$$\Delta S = \pm 1.$$

Малось r_0 приводит к малой вероятности возбуждения высших состояний нуклона, например, π-мезонным полем, т.е. делает маловероятным одиночное рождение гиперонов[2] вплоть до волновых чисел k падающего мезона порядка $1/r_0$[3]. Обратно, малость r_0 обеспечивает относительную стабильность гиперона, т.е. обеспечивает относительное сохранение числа S – номера возбуждения гиперона. По предположению II, все квантовые переходы без изменения числа S не зависят от малости r_0/λ[4].

Таким образом, переход гиперона из состояния ψ_s с отрицательной энергией в состояние положительной энергии не запрещается малостью r_0/λ [2, 3]. Следовательно, реакция, приводящая к рождению пары гиперон–антигиперон, в этом смысле разрешена. Например,



$$\pi^- + N_0^+ \to N_0^+ + N_{-S}^+ + N_S. \tag{6}$$

Здесь N_S обозначает нейтральный гиперон S-го возбуждения, N_{-S}^+ – антипротон S-го возбуждения.

Подобная реакция разрешена и в систематике Гелл-Манна. Например,



$$\pi^- + N_0^+ \to N_0^+ + \tilde{\Sigma}^+ + \Sigma^0, \tag{7}$$

так как Σ^0 имеет "странное" число, равное 1, а $\tilde{\Sigma}^+$ имеет "странное" число, рав-

---

[2] В том числе, конечно, и рождение гиперона в паре с π-мезоном.

[3] Осцилляторная модель нуклонных возбуждений дает $r_0 \sim 10^{-19}$ см, т.е. энергии мезонов $E \sim 10^{14}$ эВ.

[4] Во всяком случае, для $r_0/\lambda \ll 1$.

ное -1. Или в наших обозначениях

$$\pi^- + N_0^+ \to N_0^+ + N_{-1}^+ + N_1, \tag{8}$$

т.е. с точки зрения предлагаемой нами схемы "странное" число S есть номер возбужденного состояния нуклона.

V. Далее нами было предположено [2, 3], что нуклоны и антинуклоны могут объединяться в бозоны[5]. Например,

$$\pi^0 \equiv \pi_{00} \equiv (N_0^+ + N_{-0});\ \ \pi_{0,-1} \equiv (N_0^+ + N_{-1}^+) \equiv \theta^0;\ \ \pi_{l,-S} \equiv (N_l + N_{-S}). \tag{9}$$

Это предположение можно понимать тривиально: частица и античастица могут, аннигилировав, рождать π-мезоны и другие бозоны. В таком виде это предположение очень вероятно и достаточно для многих дальнейших следствий. Но нам тем не менее хотелось бы понимать возможность указанных реакций в смысле известной обобщенной идеи Ферми–Янга [6], т.е. понимать эти системы как результат сильного контактного взаимодействия реальных частиц и античастиц, приводящего к большому дефекту масс.

Во всяком случае, желательно иметь в виду эту гипотезу при дальнейших обсуждениях, так как она ведет к ряду следствий, доступных, как мы увидим, экспериментальной проверке.

Существенно отметить, что если гиперону, т.е. возбужденному нуклону, приписывается число S, а антигиперону число $-S$ (или наоборот), то тем самым по V определяется "странное" число S для бозона $\pi_{0,-S}$; оно совпадает со "странным" числом возбужденного антигиперона, т.е. оно равно $-S$.

Например, реакция

$$\begin{array}{cccc} \pi^- + N_0^+ & \to & \underline{N_0^+ + N_{-1}^+} & + \ N_1 \\ & & \downarrow & \downarrow \\ & & \theta^0 & + \ \Lambda^0 \end{array} \tag{10}$$

разрешена и в смысле Гелл-Манна, так как "странные" числа S для θ^0 и Λ^0 равны по величине и противоположны по знаку.

Предположения I–V дают возможность строить простую и очень удобную алгебру реакций.

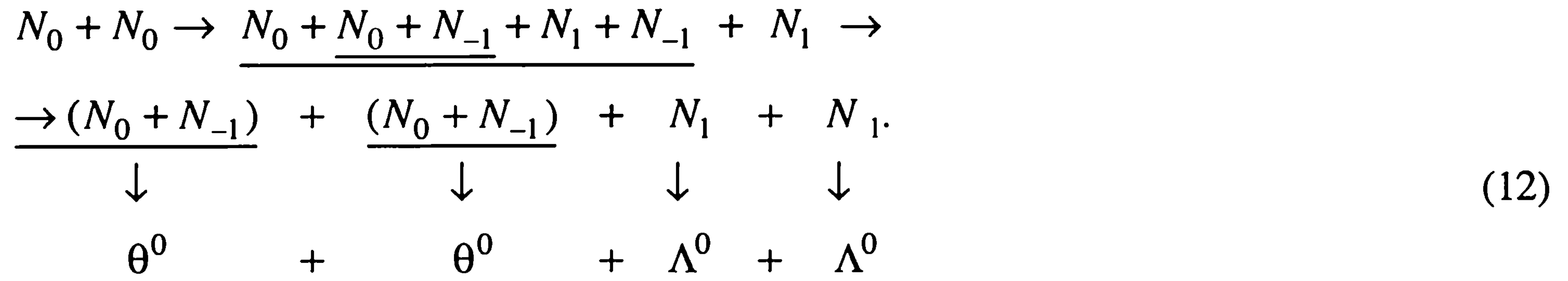
Легко видеть, например, что реакция

$$\begin{array}{cccc} N_0 + N_0 & \to & N_1 & + \ N_1 \\ & & \downarrow & \downarrow \\ & & \Lambda^0 & + \ \Lambda^0 \end{array} \tag{11}$$

---

[5] Подобная идея была высказана также М. Леви и Р. Маршаком [11].

запрещена[6], но разрешена реакция



$$N_0+N_0 \to \underline{N_0+\underline{N_0+N_{-1}}+N_1+N_{-1}} + N_1 \to$$
$$\to \underset{\theta^0}{\underline{(N_0+N_{-1})}} + \underset{\theta^0}{\underline{(N_0+N_{-1})}} + \underset{\Lambda^0}{N_1} + \underset{\Lambda^0}{N_1}. \qquad (12)$$

θ^0- и $\tilde{\theta}^0$-частицы. Из предыдущего следует алгебраическая формула для θ^0 в виде

$$\theta^0 \equiv (N_0^+ + N_{-1}^+) \equiv (N_0^+ + \tilde{\Sigma}^+). \qquad (13)$$

Переходя к зарядово-сопряженной θ^0-частице, имеем

$$\tilde{\theta}^0 \equiv (N_0^+ \,\tilde{+}\, N_{-1}^+) \equiv (N_{-0}^+ + N_1^+) \equiv (\tilde{N}_0^+ + \Sigma^+). \qquad (14)$$

Таким образом, мы приходим, как и в схеме Гелл-Манна, к возможному существованию частицы и античастицы для θ^0-мезона. Из алгебры этой реакции ясно, что $\tilde{\theta}^0$ не может образоваться в реакции типа (10), реакция $\pi^- + N_0^+ \to \tilde{\theta}^0 + \Lambda^0$ запрещена. Но $\tilde{\theta}^0$ могла бы образоваться, например, в реакции



$$\pi^+ + \Lambda^0 \to \underset{\tilde{\theta}^0}{\underline{\Lambda^0 + (N_{-0}}} + \underset{N_0^+}{N_0^+)}. \qquad (15)$$

Также возможно рождение $\tilde{\theta}^0$ в паре с θ^0:

$$N_0^+ + N_0^+ \to N_0^+ + N_0^+ + \underline{(N_{-0} + \underline{N_0) + (N_{-1}} + N_1)} \to N_0^+ + N_0^+ + \tilde{\theta}^0 + \theta^0. \qquad (16)$$

С точки зрения систематики Гелл-Манна θ^0 и $\tilde{\theta}^0$ обладают $S = -1$ и $S = +1$, как это следует из алгебраической формулы этих частиц. Но, в отличие от систематики Гелл-Манна, наша алгебра реакции приводит и к другому виду θ^0-частиц. Действительно, например,



$$\pi^+ + N_0 \to \underset{\theta_1^0}{\underline{N_0 + N_{-1}}} + \underset{\Sigma^+}{N_1^+}, \qquad (17)$$

т.е.

$$\theta_1^0 \equiv (N_0 + N_{-1}) \equiv (N_0 + \tilde{\Lambda}^0);\ \ \tilde{\theta}_1^0 \equiv (N_{-0} + N_1) \equiv (\tilde{N}_0 + \Lambda^0). \qquad (18)$$

---

[6] Опыты Б. Понтекорво [4] для реакции (11) дают $\sigma < 10^{-31}$ см^2, т.е. эта реакция действительно сильно запрещена.

Легко видеть, что θ_1^0 со временем может перейти в $\tilde{\theta}_1^0$, если N_0, $\tilde{\Lambda}^0$ и θ_1^0 обменяются возбуждениями, т.е. $N_0 \to N_1$ и $N_{-1} \to N_{-0}$, и тогда

$$\theta_1^0 \to \tilde{\theta}_1^0. \tag{19}$$

Этот любопытный процесс идет медленно с изменением "странного" числа. Исходя из других соображений, подобные свойства θ^0-частиц были указаны Гелл-Манном и Пайсом [9]. В этой связи Гелл-Манн и Пайс указали ряд любопытных свойств θ^0-частиц.

Надо заметить, что θ_1^0 и θ^0 могут существенно отличаться по своей массе, так как массы Λ^0 и Σ^+ различны[7]. Более того, возможна быстрая реакция

$$\begin{array}{lcc} \theta^0 \equiv (N_0^+ + \tilde{\Sigma}^+) \to & \underline{(N_0 + \tilde{\Lambda}^0)} & + \ \gamma, \\ & \downarrow & \downarrow \\ & \theta_1^0 & + \ \gamma \end{array} \tag{20}$$

если $\tilde{\Sigma}^+$ может обменяться с протоном N_0^+ зарядом и превратиться в Λ^0.

Σ-частицы. В систематике Гелл-Манна принимается, что существует изотопический триплет

$$\Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-. \tag{21}$$

Любопытная особенность этой группы фермионов заключается в том, что частица Σ^+, которая распадается по схеме

$$\Sigma^+ \to N_0 + \pi^+, \tag{22}$$

и частица Σ^-, которая распадается по схеме

$$\Sigma^- \to N_0 + \pi^-, \tag{23}$$

не являются частицами и античастицами. Здесь создается ситуация, которой не было прецедента среди фермионов: античастицы этих гиперонов снова должны быть частицами обоих знаков электрических зарядов[8].

В систематике Гелл-Манна компонент Σ^0 данного изотопического триплета не совпадает с наблюдаемой Λ^0-частицей. Λ^0-частица выделяется в изотопический синглет. Основанием для подобной точки зрения является лишь некоторое различие в массах Σ^+- и Λ^0-частиц.

Мы имеем некоторое различие в массах π^0- и π^+-мезонов, составляющих изотопический триплет. Можно ли быть уверенным, что различие в массах Λ^0- и Σ^+-частиц недопустимо для изотопического триплета? Мы пока еще мало знаем природу этих частиц.

---

[7] С этой точки зрения по Ферми–Янгу возможны два вида π^0-мезонов: $\pi^0 \equiv (N_0 + N_{-0})$ и $\pi^0 \equiv (N_0^+ + N_{-0}^+)$; они могли бы отличаться небольшим значением массы.

[8] К сожалению, надежных случаев Σ^- еще очень мало.

Предположение о возможном существовании Σ^0, однако, представляет большой интерес, так как этот вопрос может быть объектом экспериментальных исследований.

К сожалению, известные эксперименты, в которых можно было бы видеть подтверждение существования Σ^0-частицы [7], допускают и другое толкование. Действительно, следствием употребляемой нами алгебры реакций в реакции $\pi^- + N_0^+$ могло бы стать возникновение в паре с Λ^0-частицей как $\theta_1^0 \equiv (N_0 + \tilde{\Lambda}^0)$-частицы, так и $\theta^0 \equiv (N_0^+ + \tilde{\Sigma}^+)$-частицы:

$$\begin{array}{l} \pi^- + N_0^+ \to N_0 + \pi^0 \to \underline{N_0 + \tilde{\Lambda}^0} + \Lambda^0, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \downarrow \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \theta_1^0 \quad + \Lambda^0 \end{array} \tag{α}$$

$$\begin{array}{l} \pi^- + N_0^+ \to \underline{N_0^+ + \tilde{\Sigma}^+} + \Lambda^0, \\ \qquad\qquad\quad \downarrow \qquad \downarrow \\ \qquad\qquad\quad \theta^0 \quad + \Lambda^0 \end{array} \tag{β}$$

а так как $\theta^0 \to \theta_1^0 + \gamma$, то истолкование указанных опытов могло быть связано не с наличием двух гиперонов Λ^0 и Σ^0, а с наличием двух частиц θ^0 и θ_1^0, а может быть, и тех и других вместе.

Однако эффекты θ^0 и Σ^0 можно разделить и наблюдать в чистом виде, например, изучая выполнение законов сохранения в реакциях

$$N_0^+ + N_0^+ \to N_0^+ + N_0^+ + \theta_1^0 + \tilde{\theta}_1^0, \tag{24}$$

$$\begin{array}{l} N_0^+ + N_0^+ \to N_0^+ + N_0^+ + \theta^0 \qquad + \tilde{\theta}^0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \downarrow \qquad\quad \downarrow \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \theta_1^0 + \gamma + \tilde{\theta}_1^0 + \gamma \end{array} \tag{25}$$

или в реакции с образованием гиперонных пар

$$N_0^+ + N_0^+ \to N_0^+ + N_0^+ + \tilde{\Sigma}^0 + \Sigma^0. \tag{26}$$

Хотя ничего в нашей схеме не противоречит предположению относительно существования Σ^0, можно считать пока еще не исключенной возможность в систематике Гелл-Манна замены Σ^0 на Λ^0.

Каскадный гиперон $\Xi(N_2)$. До сих пор известен лишь случай Ξ^--частицы, т.е. N_2^- в наших обозначениях, которая распадается согласно реакции

$$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-. \tag{27}$$

Формула реакции с образованием Ξ^--частицы от π^--мезона на протоне N_0^+ запишется в виде

$$\pi^- + N_0^+ \to N_0 + \pi^0 \to N_0 + N_{-2}^- + N_2^- \equiv N_0 + \tilde{\Xi}^- - \Xi^-. \tag{28}$$

Если нейтрон N_0 и каскадный антигиперон $(\tilde{\Xi}^-)$ не могут почему-либо образовать систему с большим дефектом масс, то каскадный гиперон образуется лишь в паре с каскадным антигипероном. Тогда энергетический порог его образования очень высок.

Если же $(N_0+\tilde{\Xi}^-)$ образует новую систему с большим дефектом масс, то в паре с каскадным гипероном возникает новая частица:

$$X^+ \equiv (N_0 + N_{-2}^-) \equiv (N_0 + \tilde{\Xi}^-). \quad (29)$$

Переходя к зарядовому сопряжению в системе X^+, получаем

$$X^- = \tilde{X}^+ \equiv (N_{-0} + N_2^-) \equiv (\tilde{N}_0 + \Xi^-). \quad (30)$$

Если существует нейтральный каскадный гиперон Ξ^0, т.е. N_2, то он мог бы быть получен, например, в реакции

$$\pi^- + N_0^+ \to N_0 + \pi^0 \to N_0 + N_{-2} + N_2 \to X^0 + \Xi^0, \quad (31)$$

где $X^0 \equiv (N_0 + N_{-2}) \equiv (N_0 + \tilde{\Xi}^0)$. Отсюда получаем анти-$X^0$:

$$\tilde{X}^0 \equiv (N_{-0} + N_2) \equiv (\tilde{N}_0 + \Xi^0). \quad (32)$$

В отличие, например, от частицы θ_1^0 X^0, однако, не может прямо перейти в свою античастицу, так как по условию (4) $\Delta S = \pm 1$. Но X^0 может со временем перейти в совсем другую частицу, если внутри системы X^0 N_0 возбудится за счет N_{-2}, т.е.

$$X^0 \equiv (N_0 + N_{-2}) \to (N_1 + N_{-1}) \equiv (\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0) \equiv \pi_{11}. \quad (33)$$

Система $(\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0)$ (при достаточной для этого энергии покоя X^0) превратится в π-мезоны. Или

$$(\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0) \to (\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0) + (N_0 + \tilde{N}_0) \to (\Lambda^0 + \tilde{N}_0) + (\tilde{\Lambda}^0 + N_0) \equiv \tilde{\theta}_1^0 + \theta_1^0. \quad (34)$$

Предположение Гелл-Манна, что с каскадным гипероном должны одновременно рождаться две одинаковые θ^0-частицы, противоречит нашей алгебре, вернее, оно менее вероятно. Действительно, возможен процесс

$$X^0 \equiv (N_0 + N_{-2}) \to (N_0 + N_{-1}) + \pi^0 \equiv \theta_1^0 + \pi^0. \quad (34')$$

Но превращение $X^0 \to \theta_1^0 + \theta_1^0$ будет уже процессом более высокого (третьего) порядка в слабых взаимодействиях (с изменением S). Если масса покоя X_0 близка к массе θ_1^0-частицы, то процесс (34′) возможен лишь в промежуточном состоянии, и алгебра приводит, например, к результату

$$X^0 \equiv (N_0 + N_{-2}) \to (N_0 + N_{-1}) + \pi^0 \to (N_0 + N_{-0}^+) + \pi^+ + \pi^0 \to \pi^- + \pi^+ + \pi^0.$$

В этом случае X^0-частица ближе напоминает известную τ-частицу. Но этот вывод не является однозначным, так как возможен другой путь распада той же частицы:

$$X^0 \equiv (N_0 + N_{-2}) \to (N_0 + N_{-1}) \equiv \left(\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0\right) \to \pi^+ + \pi^-,$$

который нашей алгеброй также не запрещается.

Существенное отличие нашей алгебры от систематики Салама и Полкинхорна заключается в том, что для X^0-мезона невозможно быстрое превращение в π-мезоны, как это, по Саламу, возможно для τ^0-мезона. Мы видим, таким образом, что исследование частиц, рождаемых в паре с каскадным гипероном, – одна из важных экспериментальных задач.

Зарядовые мультиплеты. Предположения I–V, положенные в основу нашей алгебры частиц, не содержат каких-либо утверждений об изотопических спинах рассматриваемых частиц. Все предыдущие результаты имели бы смысл даже при отсутствии изотопической инвариантности.

Распределение гиперонов по зарядовым мультиплетам пока не является однозначным. Мы имеем в виду изотопический спин, например τ-мезона, мультиплетную принадлежность Λ^0-частицы, существование Σ^0 и Ξ^0. Но, во всяком случае, достоверно, что среди известных частиц нет частиц с электрическим зарядом, большим единицы.

Примем следующую таблицу изотопических нуклонов (табл. 1).

Таблица 1

Состояние	Спин
N_0^+, N_0	1/2, −1/2
Σ^+, Λ^0, Σ^-	1, 0, −1
Ξ^0, Ξ^-	1/2, −1/2

Пользуясь нашей алгеброй реакции, мы можем получать для мезонов лишь слагающие изотопического спина I_z (табл. 2).

Если мы, в согласии с экспериментальными данными, предположим, что не реализуются двухзарядные состояния частиц, то мы должны вычеркнуть из нашей таблицы случаи с изотопическим спином $I_z = 3/2$, т.е. случаи θ^{++}, θ^{--}, θ_2^+, θ_2^-.

Последнее требование однозначно определяет и полный изотопический момент всех θ-мезонов. θ-мезоны образуют изотопические дублеты с $I = 1/2$.

Остается лишняя возможность для π^0-мезона – это изотопический скаляр. Реализуется ли такая возможность для π^0-мезона или нет, на этот вопрос смогут ответить лишь более детальная теория этих систем и эксперимент.

Мы видим, что, по аналогии с θ^0, заряженные $\theta^\pm$-частицы получаются также двух родов: $\theta^\pm$ и $\theta_1^\pm$.

Так же как и в случае нейтральных θ^0-частиц, $\theta^\pm$-частица может со временем

Таблица 2

<table>
<tr><td>Частица</td><td colspan="4">$\pi^- \equiv (N_0 + \tilde{N}_0^+)$</td><td colspan="4">$\pi^0 \equiv (N_0 + \tilde{N}_0)$</td><td colspan="4">$\pi^+ \equiv (\tilde{N}_0 + N_0^+)$</td></tr>
<tr><td>I_z</td><td colspan="4">(–1/2) + (–1/2) = –1</td><td colspan="4">(–1/2) + (+1/2) = 0
$I = 1$; $I = 0$</td><td colspan="4">(+1/2) + (+1/2) = 1</td></tr>
<tr><td>Частица</td><td colspan="3">$\theta_1^0 \equiv (N_0 + \tilde{\Lambda}_0)$</td><td colspan="3">$\tilde{\theta}_1^0 \equiv (\tilde{N}_0 + \Lambda^0)$</td><td colspan="3">$\tilde{\theta}_1^+ \equiv (N_1^+ + \tilde{\Lambda}^0)$</td><td colspan="3">$\theta_1^- \equiv (\tilde{N}_0^+ + \Lambda^0)$</td></tr>
<tr><td>I_z</td><td colspan="3">(–1/2) + 0 = –1/2</td><td colspan="3">(+1/2) + 0 = +1/2</td><td colspan="3">(+1/2) + 0 = +1/2</td><td colspan="3">(–1/2) + 0 = –1/2</td></tr>
<tr><td>Частица</td><td colspan="3">$\theta^+ \equiv (N_0 + \tilde{\Sigma}^-)$</td><td colspan="3">$\theta^0 \equiv (N_0^+ + \tilde{\Sigma}^+)$</td><td colspan="3">$\tilde{\theta}^0 \equiv (\tilde{N}_0^+ + \Sigma^+)$</td><td colspan="3">$\theta^- \equiv (\tilde{N}_0 + \Sigma^-)$</td></tr>
<tr><td>I_z</td><td colspan="3">(–1/2) + 1 = +1/2</td><td colspan="3">(+1/2) – 1 = –1/2</td><td colspan="3">(–1/2) + 1 = +1/2</td><td colspan="3">(+1/2) – 1 = –1/2</td></tr>
<tr><td>Частица</td><td colspan="6">$\theta^{++} \equiv (N_0^+ + \tilde{\Sigma}^-)$</td><td colspan="6">$\theta^{--} \equiv (\tilde{N}_0^+ + \Sigma^-)$</td></tr>
<tr><td>I_z</td><td colspan="6">(+1/2) + 1 = +3/2</td><td colspan="6">(–1/2) – 1 = 3/2</td></tr>
<tr><td>Частица</td><td colspan="6">$\theta_2^+ \equiv (\tilde{N}_0 + \Sigma^+)$</td><td colspan="6">$\theta_2^- \equiv (N_0 + \tilde{\Sigma}^+)$</td></tr>
<tr><td>I_z</td><td colspan="6">(+1/2) + 1 = +3/2</td><td colspan="6">(–1/2) – 1 = –3/2</td></tr>
</table>

переходить в $\theta_1^\pm$ с излучением γ-кванта. Проверить возможность реакции $\theta^\pm \to \theta_1^\pm + \gamma$, конечно, проще с заряженными частицами.

Существенно заметить, что θ_1^-- и θ^--частицы, как это следует из алгебры реакции, не могут быть получены в паре с гипероном в отличие от θ^+ и θ^0. Алгебраическая формула θ_1^- и θ^- содержит антинуклоны $\tilde{N}_0^+$ и $\tilde{N}_0$. Поэтому θ_1^- и θ^- могут рождаться лишь в паре с θ_1^+ и θ^+. Например,

$$N_0^+ + N_0^+ \to N_0^+ + N_0^+ + (N_0^+ + \tilde{N}_0^+) + (\Lambda^0 + \tilde{\Lambda}^0) \equiv N_0^+ + N_0^+ + \theta_1^+ + \theta_1^-. \quad (35)$$

Наблюдаемое превышение числа θ^+ над θ^- может объясняться именно этим обстоятельством. С одной стороны, порог реакции с образованием θ^--частиц лежит выше порога реакции для образования θ^+. С другой стороны, наличие нуклонов в составе вещества (а не антинуклонов) увеличивает число реакций, в которых получаются положительные θ^+-частицы (см. табл. 2).

Для больших энергий (космические лучи) лишь последнее обстоятельство может играть существенную роль. Интересно отметить, что для гипотетической частицы X, рождающейся в паре с каскадным гипероном, получаются значения I_z, которые, может быть, свидетельствуют о неправильной трактовке Ξ^- как компонента вектора (1/2, 1/2), объединяющего Ξ-частицы и нуклоны.

Действительно, в этом случае мы имеем

$X_1^+ \equiv (N_0^+ + \tilde{\Xi}^0)$ | $X_1^- \equiv (\tilde{N}_0^+ + \Xi^0)$
$(+1/2) + (-1/2) = 0$ | $(-1/2) + (+1/2) = 0$
$I = 1,\ I = 0$ | $I = 1,\ I = 0$

$X_1^0 \equiv (N_0 + \tilde{\Xi}^0)$ | $\tilde{X}_1^0 \equiv (\tilde{N}_0 + \Xi^0)$
$(-1/2) + (-1/2) = -1$ | $(+1/2) + (+1/2) = +1$
$I = 1$ | $I = 1$

$X_2^+ \equiv (N_0 + \tilde{\Xi}^-)$ | $X_2^- \equiv (\tilde{N}_0 + \Xi^-)$
$(-1/2) + (+1/2) = 0$ | $(+1/2) - (-1/2) = 0$
$I = 1,\ I = 0$ | $I = 1,\ I = 0$

Другими словами, из компонентов X нельзя составить ни триплета, ни дублета в изотопическом пространстве, а изотопические синглеты могут быть представлены только заряженными X-частицами[9].

Во всяком случае, нейтральная частица с изотопическим спином, равным нулю, не может возникать в паре с каскадным гипероном и появление скалярного X^0 с точки зрения нашей схемы явилось бы неожиданным[10].

Распад гиперонов и тяжелых мезонов. Распад гиперонов интерпретируется как переход между возбужденными состояниями S- и S'-нуклона. Этот процесс регулируется условием (4): $\Delta S = \pm 1$; поэтому маловероятен прямой переход $\Xi^- \to N_0^+ + \pi^- + \pi^-$, а этот процесс идет каскадом.

На основании предположения II гипероны должны, как и нуклоны, взаимодействовать с β-полем (e, ν) и с полем μ, ν.

Если предположить, что спин всех гиперонов равен 1/2, то для времен их жизни относительно β-распада получаются значения (при $G = 2 \cdot 10^{-49}$)

$$t_{\Lambda^0_\beta} = 2 \cdot 10^{-8}\ \text{с};\quad \tau_{\Sigma_\beta} = 2{,}7 \cdot 10^{-9}\ \text{с};\quad t_{\Xi_\beta} = 1{,}7 \cdot 10^{-10}\ \text{с}. \qquad (36)$$

Так как время жизни Ξ^- относительно распада этой частицы на $\pi^- + \Lambda^0$ примерно такого же порядка, то наблюдение β-распада Ξ^--частицы представляло бы некоторый интерес. А его отсутствие могло бы свидетельствовать, в частности, о более высоких, чем 1/2, собственных моментах Ξ^-, которые в принципе могли бы вызвать этот запрет.

---

[9] Таким же образом в изотопическом пространстве μ (Салам и Полкинхорн) не может быть вектором.

[10] Может быть, в систематике Салама и Полкинхорна в один вектор (1/2, 1/2) следовало бы объединять лишь частицы одной массы:

$$\Xi^-,\ \Xi^0,\ \tilde{\Xi}^-,\ \tilde{\Xi}^0.$$

Но тогда схема Салама и Полкинхорна несколько теряет в своей стройности: получаются два вектора (Ξ и N).

Если, например, спин θ^0-частицы равен нулю и нет никаких специальных запретов, то формула θ^0 непосредственно показывает схему распада:

$$\begin{array}{l} \theta^0 \equiv (N_0 + \tilde{\Lambda}^0) \to (N_0 + \tilde{N}_0^+) + \pi^+ \to \pi^- + \pi^+, \\ \qquad\qquad\quad \downarrow \\ \qquad\qquad\quad \tilde{\Lambda}^0 \to \tilde{N}_0^+ + \pi^+ \end{array} \tag{37}$$

$$\begin{array}{l} \theta^+ \equiv (N_0^+ + \tilde{\Lambda}^0) \to (N_0^+ + \tilde{N}_0^+) + \pi^+ \to \pi^0 + \pi^+. \\ \qquad\qquad\quad \downarrow \\ \qquad\qquad\quad \tilde{\Lambda}^0 \to \tilde{N}_0^+ + \pi^+ \end{array} \tag{38}$$

Если время жизни сорта θ^+ сравнимо с $\tau_{\Lambda^0_\beta}$, то

$$\theta^+ \equiv (N_0^+ + \tilde{\Lambda}^0) \to (N_0^+ + \tilde{N}_0^+) + e^+ + \nu \to \pi^0 + e^+ + \nu \tag{39}$$

или[11]

$$\theta^+ \equiv (N_0^+ + \tilde{\Lambda}^0) \to (N_0^+ + \tilde{N}_0^+) + \mu^+ + \nu \to \pi^0 + \mu^+ + \nu. \tag{40}$$

Возможен и прямой процесс

$$\theta^+ \equiv (N_0 + \tilde{\Lambda}^0) \to \mu^+ + \nu. \tag{41}$$

Более подробно эти конкурирующие процессы рассматривались Н. Даллапорта и Л. Таффара [5]. Авторы исходили из близкой точки зрения, предполагая, что θ-частицы могут в вакууме рождать пару, например

$$\theta^+ \to N_0^+ + \tilde{\Lambda}^0, \tag{42}$$

а в этом состоянии подвергаться дальнейшему распаду.

Взаимодействие гиперонов и тяжелых мезонов с веществом. По условию II гиперон может входить в состав ядра на правах нуклона.

Реакции между θ^0-частицами и нуклонами даются простой алгеброй:

$$\tilde{\theta}_1^0 + N_0^+ \equiv (\tilde{N}_0 + \Lambda^0) + N_0^+ \to (\tilde{N}_0 + N_0^+) + \Lambda^0 \equiv \pi^+ + \Lambda^0, \tag{43}$$

$$\tilde{\theta}_1^+ + N_0 \equiv (\tilde{N}_0^+ + \Lambda^0) + N_0 \to (\tilde{N}_0^+ + N_0) + \Lambda^0 \equiv \pi^- + \Lambda^0 \tag{44}$$

и т.д. Реакции этого типа могут приводить к образованию гиперфрагментов. Но реакции ядер с частицами вида θ_1^0, θ_1^+ не могут приводить к образованию фрагментов:

$$\theta_1^0 + N_0^+ \equiv (N_0 + \tilde{\Lambda}^0) + N_0^+ \to N_0 + (N_0^+ + \tilde{\Lambda}^0) \to N_0 + \theta_1^+, \tag{45}$$

---

[11] Распад (40) в принципе давал бы возможность обнаружить μ_0; если эта частица существует, то

$\theta^+ \to \pi^+ + \mu_0 + \nu$.

т.е. процессы с медленными частицами этого сорта не сопровождаются большими выделениями энергии.

Не исключено, однако, образование фрагментов с участием θ-частиц:

$$\theta_1^0 + N_0^+ \equiv (N_0 + \tilde{\Lambda}^0) + N_0^+ \to (N_0 + \tilde{\Lambda}^0 + N_0^+). \quad (46)$$

В данной системе трех частиц связь N_0 и N_0^+ может осуществляться с помощью Λ^0 аналогично иону молекулы водорода, где связь осуществляется электроном.

Интересен процесс типа

$$\tilde{\Sigma}^+ + N_0^+ \to (\tilde{\Sigma}^+ + N_0^+) + \pi^0 \to \theta^0 + \pi^0. \quad (47)$$

Процесс

$$\Xi^- + N_0^+ \to \Lambda^0 + \Lambda^0 \quad (48)$$

запрещен в данной систематике как быстрый процесс – в этом также отличие от систематики Гелл-Манна. Он все же может иметь место как медленный процесс после захвата протоном Ξ^--частицы.

Если образование θ^0, $\theta^\pm$ -мезонов существенно идет через образование тяжелых пар, то кривая выхода θ-мезонов как функция энергии должна претерпевать качественное изменение в месте рождения реальных пар возбужденных нуклонов[12].

Если для ассоциативного рождения тяжелых мезонов и гиперонов действительно существен запрет по малости r_0/λ, то в области энергии падающего меона $\lambda \sim r_0$ должно наблюдаться одиночное рождение гиперонов при рассеянии π-мезонов на нуклонах (т.е. прямое возбуждение нуклонов).

Обобщенная идея Ферми–Янга очень конструктивна и привлекательна тем, что она уменьшает число "элементарных" частиц, которое в настоящий момент уже значительно[13]; желательно было бы построить математический аппарат соответствующей теории.

В некотором очень грубом приближении (точечные частицы, при предположении строгого сохранения возбужденного состояния) изложенные выше соображения могли бы иллюстрироваться системой уравнений типа

$$D\psi_0 + GL\sum_{l=0} \psi_l^+ L\psi_l\psi_0 = 0,$$

$$D\psi_1 + GL\sum_{l=0} \psi_l^+ L\psi_l\psi_1 = 0,$$

....

$$D\psi_s + GL\sum_{l=0} \psi_l^+ L\psi_l\psi_s = 0,$$

где D – оператор Дирака.

В простом случае $S = 0$; это уравнение рассматривалось В. Гейзенбергом [10].

[12] А образование пар возбужденных нуклонов (а также и невозбужденных) сильно подавлено у энергетического порога эффекта захватом античастиц в мезоны.

[13] Было бы желательно включить в общую схему и легкие частицы. Может быть, малость константы β-распада и большое время жизни гиперонов не независимы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Исаев П., Марков М.* // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 111.
2. *Марков М.* // Докл. АН СССР. 1955. Т. 101. С. 54.
3. *Марков М.* // Там же. Т. 103. С. 449.
4. *Понтекорво Б.* // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 140.
5. *Dallaporta N., Taffara L.* // Nuovo cim. 1955. Vol. 2. P. 418.
6. *Fermi E., Yang C.* // Phys. Rev. 1949. Vol. 76. P. 1739.
7. *Fowler W., Shutt R., Thorndike A., Whittemore W.* // Ibid. 1955. Vol. 98. P. 121.
8. *Cell-Mann M.* // Междунар. конф. по теории элементарных частиц. Пиза, 1955.
9. *Gell-Mann M., Pais M.* // Phys. Rev. 1955. Vol. 97. P. 1387.
10. *Heisenberg W.* // Ztschr. Naturforsch. A. 1954. Bd. 9. S. 292.
11. *Levy M., Marshak R.* // Nuovo cim. 1954. Vol. 2, suppl. P. 253.
12. *Pais A.* // Proc. Rochester Conf. 1955.
13. *Salam A., Polkinghorne J.C.* // Nuovo cim. 1955. N 2. P. 686.

ГИПЕРОНЫ КАК ВОЗБУЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ НУКЛОНОВ. ВОЗМОЖНЫЙ МЕХАНИЗМ МНОЖЕСТВЕННОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ*

В рамках теории деформируемого формфактора [1] естественна попытка связать возбужденные состояния нуклонов с наблюдаемыми частицами.

В дальнейшем частицы Λ^0, Λ^+ интерпретируются нами как первые возбужденные состояния нуклонов. Уравнение (13) [1] перепишем в виде[1]

$$\left\{ i\gamma_\mu k_\mu + m_0 + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu\partial\xi_\mu} + \xi_\mu\xi_\mu + 2\frac{\left(k_\mu \dfrac{\partial}{\partial\xi_\mu}\right)^2 - (k_\mu\xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu} \right] + g\gamma_5\tau_i\varphi_i \right\}\psi = 0, \qquad (1)$$

где $\xi_\mu = r_\mu / r_0$. Вид оператора τ мы уточним в дальнейшем. φ – мезонное поле. Λ^0-частица распадается по схеме[2]

$$\Lambda^0 \to P_0 + \pi^- + Q, \quad Q \sim 35 \text{ МэВ}. \qquad (\alpha)$$

---

* Докл. АН СССР. 1955. Т. 101, № 3. С. 449–452.

[1] Так как данное рассмотрение имеет пока методический интерес, то мы для простоты ограничиваемся эквидистантными уровнями, т.е. первой степенью соответствующего оператора в (1).

[2] n-е возбужденные состояния нуклонов (P, N) мы в дальнейшем будем обозначать символами n: P_n, N_n.

Из данных (α) определяется константа a в уравнении (1): $a = \mu + Q \sim 180$ МэВ. Константа a характеризует энергетическое расстояние между двумя возбуждениями нуклона.

Другая константа r_0 (1), характеризующая размеры осциллятора, может быть определена из времени жизни Λ_0-частицы.

Так как кинетические энергии частиц в процессе (α) малы по сравнению с массой π-мезона, то распад Λ^0-частицы может быть рассмотрен в нерелятивистском приближении, когда изменению подвергается только внутреннее состояние системы $\chi(\xi)$. Под влиянием возмущения $g\gamma_5\sqrt{2\pi\hbar^2/\mu}e^{ik\xi}$ в системе совершается переход из состояния первого возбуждения $\chi_{1000}^{(\xi)}$ в невозбужденное состояние $\chi_{0000}^{(\xi)}$.

Используя волновые функции (13) [1], мы получаем в этом приближении матричный элемент перехода из первого возбуждения в нулевое в виде

$$\langle 1 | w | 0 \rangle \sim b_i e^{-\frac{r_0^2(k_0^2+k^2)}{4}}, \tag{2}$$

где

$$b_i = k_i r_0, \tag{3}$$

k_i – компонента импульса мезона.

Полагая для оценки импульс мезона в (α) ~ μc, мы получаем для r_0 (при $n = 1$):

$$r_0 \sim \frac{\hbar}{\mu c}\left(\frac{\hbar}{\mu c \cdot c\tau}\right)^{1/2}\sqrt{\frac{\hbar c}{g^2}}; \tag{4}$$

принимая $\sqrt{\hbar c / g^2} \sim 1$, полагая τ – время жизни Λ^0-частицы ~ 10^{-9} с, получаем

$$r_0 \sim 10^{-20} \text{ см}. \tag{5}$$

Большое время жизни Λ^0-частицы (малая вероятность распада) связано с малостью $b = kr_0$. В нашем случае[3] ($n = 1$) $b \sim 10^{-7}$.

По той же причине (малость r_0) процесс, обратный распаду Λ^0, т.е. рождение Λ^0 при столкновении π^--мезона с нуклоном (т.е. $\pi^- + p \to \Lambda^0$), практически невозможен. Непосредственное возбуждение нуклона π-мезоном (образование одиночных Λ-частиц) наступает при импульсах мезона ~$1/r_0$ (при энергиях 10^{15} эВ), но при больших энергиях существенным становится экспоненциальный фактор матричного элемента (2), который при очень больших импульсах ($b > 1$) снова делает сечение эффекта малым. Однако в рассматриваемой нами теории имеется своеобразная возможность парного рождения возбужденных нуклонов; для механизма подобного рождения возбужденных частиц несуществен обсужденный выше запрет.

---

[3] Если с Λ^0 связывать, например, $n = 5$, то r_0 оказывается ~10^{-13} см.

Действительно, вводя в рассмотрение возбужденные состояния нуклонов, мы должны также учитывать возбужденные состояния антинуклонов и соответствующий заполненный вакуум. Матричный элемент рождения возбужденной пары (нуклон–антинуклон) от π-мезона в области энергий π-мезона меньших 10^{15} эВ отличается лишь значением покоящейся массы от матричного элемента рождения пары невозбужденных нуклонов. Правда, соответствующий матричный элемент содержит фактор $e^{-b^2/4}$, но он ~1 до энергии 10^{15} эВ. Случай же, когда один из возбужденных нуклонов получит добавочное возбуждение при поглощении им π-мезона, по-прежнему практически запрещен, ибо в сечении появляется малый фактор вида $(kr_0)^2$.

Нам хотелось бы подчеркнуть еще одну особенность данной теории, благодаря которой при больших энергиях становится много вероятнее рождение высоковозбужденных нуклонных пар. Мы имеем в виду большое вырождение высоковозбужденных состояний, которое отразится в статистическом факторе соответствующих сечений. В данном случае этот фактор равен числу возможных комбинаций из четырех чисел, сумма которых равна возбуждению n $(n_1 + n_2 + n_3 + n_0 = n)$.

Так как возбужденные нуклоны неустойчивы, "высвечиваются" π-мезонами каскадным образом, то перед нами, по существу, новый механизм множественного рождения частиц.

При энергии π-мезона ~5 ГэВ рассматриваемая теория естественным образом приводит к возможности рождения пар нуклонов первого возбуждения, например (P_1, P_{A1}), (N_1, P_{A1}); здесь символ A характеризует античастицу.

При энергиях π-мезона ~1 ГэВ в данной теории возможно появление двух возбужденных нуклонов лишь в промежуточных состояниях:

$$\pi^- + P_0 \to P_0 + P_{A1} + N_1; \qquad (\beta)$$

так как в этих случаях в опытах наблюдается рождение Λ^0-частицы, т.е. N_1, то остается предположить, что возбужденный антипротон P_{A1} и протон в нормальном состоянии P_0 могут объединиться[4] в новую частицу:

$$(P_{A1} + P_0) \to \theta^0, \qquad (\gamma)$$

т.е. $\pi^- + P_0 \to (P_0 + P_{A1}) + N_1 \to \theta^0 + \Lambda^0$.

θ^0- и Λ^0-частицы должны со временем "высветиться" π-мезонами.

Надо заметить, что в простом случае двух невозбужденных спиноров можно построить как вектор, так и псевдоскаляр. Векторная частица, вообще говоря, может распасться на два π-мезона; псевдоскалярная частица может распасться лишь на три π-мезона, т.е. здесь естественно получаются два вида K-мезонов, один из

[4] Если это объединение частиц и античастиц понимать буквально, то дело идет об обобщении известной гипотезы Ферми–Янга [2], по которой, например, $(N_{A0} + P_0) \to \pi^+$ и т.д.

которых по распаду[5] отождествляется с собственно θ^0-мезоном:

$$\theta^0 \to \pi^+ + \pi^-; \qquad (\gamma')$$

другой вид естественно отождествить с τ-мезонами:

$$\tau^- \to \pi^+ + \pi^- + \pi^-. \qquad (\gamma'')$$

Рассматривая рождение в промежуточных состояниях нуклонных пар более высоких возбуждений, мы могли бы составить целую таблицу частиц семейства нуклонов (гиперонов P_n) и семейства возбужденных π-мезонов $\theta^0 \rightleftarrows \pi_{01}$ и т.д.

Надо заметить, что в реакции (γ) имеется еще одна возможность для системы ($P_{A1} + N_1$) объединиться в новую частицу:

$$(P_{A1} + N_1) \to \pi_{11}. \qquad (\delta)$$

Эта новая частица неизбежно ядерно-активна:

$$(P_{A1} + N_1) + P_0 \to \pi^- + P_0,$$

и если нет случайного запрета, то подобная частица должна распадаться на два, например, π-мезона со временем жизни меньшим, чем распад π^0-мезона на два γ-кванта, и примерно тем же механизмом распада.

При осуществлении реакции, подобной (δ), при больших энергиях появляется возможность рождения высоковозбужденных пар и ядерно-активных частиц:

$$\pi^- + P_0 \to P_0 + (P_{An} + N_n) \to P_0 + \pi^-_{nn}, \qquad (\delta')$$

частица π^-_{nn} с коротким временем жизни распадается на две частицы:

$$\pi^-_{nn} \to \pi^-_{kk} + \pi^0_{mm} \qquad (\delta'')$$

предпочтительно с большими возбуждениями (статистический фактор), каждая из этих частиц подвергается быстрому распаду, и в конце концов мы получаем ливень π-мезонов. Этот своеобразный механизм множественного рождения частиц может иметь место при малых константах взаимодействия.

В отличие от каскадного распада возбужденного нуклона (гиперона), происходящего в данной теории со временем $\tau \sim 10^{-9} - 10^{-10}$ с, каскадный распад типа (δ'') должен регистрироваться как практически мгновенный.

---

[5] Так как в нашем случае из двух спиноров один возбужден ($l = 1$), то мы, в сущности, для τ-мезона получаем псевдовектор, а для θ^0 – спин, равный 0 или 2. Схемы распада по-прежнему (γ') и (γ'').

В этой заметке мы хотели лишь указать на некоторые своеобразные возможности теорий с деформируемыми формфакторами, довольно общие для данного класса теории.

К этим вопросам мы снова вернемся после детального анализа математического аппарата предложенной нами теории (изотопических операторов τ, D-функций и последовательно релятивистско-инвариантной формулировки многовременнóго формализма).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Марков М.* // Докл. АН СССР. 1955. Т. 101, № 1.
2. *Fermi E., Yang C.* // Phys. Rev. 1949. Vol. 76. P. 1739.

ЗАМЕЧАНИЕ К СИСТЕМАТИКЕ ГИПЕРОНОВ И ТЯЖЕЛЫХ МЕЗОНОВ*

В настоящее время широко обсуждается систематика новых частиц, предложенная Гелл-Манном [3].

По Гелл-Манну, зарядовое число Q/e частицы (компоненты зарядового мультиплета) дается в виде

$$Q/e = I_z + n/2 + S/2, \qquad (1)$$

где I_z – слагающая изотопического спина частицы; n – число частиц минус число античастиц (нуклонов, гиперонов).

Нуклонам, гиперонам, мезонам (бозонам) приписывается некоторое "особое" квантовое число S. Для протонов (p), нейтронов (n) и $\pi^{0,\pm}$-мезонов $S = 0$; для Λ^0, Σ $S = -1$; для K^0, $K^\pm$ $S = +1$; для каскадного гиперона Ξ^-, Ξ^0 $S = -2$. Для античастиц S меняет знак (K^-, $\tilde{K}^0$ – также античастицы). S сохраняется при сильных и электромагнитных взаимодействиях и не сохраняется при взаимодействиях слабых ($\Lambda^0 \to p + \pi^-$). Для изменения числа S устанавливается правило: $\Delta S = \pm 1$.

Сохранение числа S при сильных и электромагнитных взаимодействиях приводит: 1) к относительной стабильности гиперонов и тяжелых мезонов; 2) к образованию гиперонов при сильных взаимодействиях в паре с частицей, обладающей S, равной по величине S гиперона, но противоположной по знаку.

Цель настоящего замечания указать, что соображения, высказанные автором [1, 2] относительно возможной природы гиперонов и K-мезонов, приводят к систематике, весьма близкой к таковой Гелл-Манна, а число S получает своеобразную физическую интерпретацию. Гипероны нами рассматриваются как возбужденные состояния нуклонов. В качестве математической иллюстрации описания

* Докл. АН СССР. 1956. Т. 106, № 5. С. 314–317.

подобных возбуждений предложена модель осцилляторного типа[1]. Нулевое осцилляторное возбуждение нуклона соответствует нейтрону и протону (n_0, p_0), первое возбуждение соответствует Λ^0 и Σ, т.е. (n_1, p_0), второе – каскадному гиперону Ξ ($n_2\ldots$), в принципе возможен гиперон S-го возбуждения (n_S, p_S).

Как это будет видно из дальнейшего, номер возбужденного состояния гиперона совпадает с числом S, о котором шла речь выше ($S = 0, 1, 2$). Правило отбора $\Delta S = \pm 1$ оказывается правилом перехода только между соседними возбуждениями.

Так как в матричном элементе при переходах между состояниями различного возбуждения существен множитель $(kr_0)^m$, где k – волновое число π-мезона, r_0 – размеры собственного осциллятора нуклона, то выбором малого r_0 можно получить наблюдаемые времена жизни гиперонов. Малость r_0 обеспечивает относительную стабильность гиперонов, т.е. обеспечивает сохранение числа S – номера возбуждения гиперонов "при сильных и электромагнитных взаимодействиях".

Но эта же модель допускает другой механизм рождения возбужденных нуклонов, а именно, рождение пары нуклонов в возбужденных состояниях.

Например,

$$\pi^- + p_0 \to p_0 + p_{-S} + n_S, \tag{2}$$

где S – номер возбуждения нуклона; $-S$ обозначает то же возбуждение антинуклона. Такой процесс возможен и в систематике Гелл-Манна, так как n_S и p_{-S}, по Гелл-Манну, обладают противоположными "особыми" числами S и процесс (2) идет с сохранением "особого" числа S.

Далее нами предположено, что нуклоны и антинуклоны могут объединяться в бозоны[2], например

$$\pi^0 \equiv \pi_{0,0} \equiv (p_0 + p_{-0}); \quad \pi_{0,-1} \equiv (p_0 + p_{-1}) \equiv \theta^0; \quad \pi_{0,-S} \equiv (p_0 + p_{-S}). \tag{3}$$

Существенно отметить, что если гиперону, т.е. возбужденному нуклону, приписывается число S, а антигиперону $-S$ (или наоборот), то тем самым в нашей схеме определяется "особое" число S для бозона $\pi_{0,-S}$; оно совпадает с "особым" числом возбужденного антигиперона.

Например, реакция

$$\begin{array}{ccccc} \pi^- + p_0 & \to & \underline{p_0 + p_{-1}} & + & n_1 \\ & & \downarrow & & \downarrow \\ & & \theta^0 & + & \Lambda^0 \end{array} \tag{4}$$

разрешена и в смысле Гелл-Манна, так как "особые" числа S для θ^0 и Λ^0 равны по величине и противоположны по знаку.

Соответственно для θ^- имеем: $\theta^- \equiv (n_0 + p_{-1})$. Как и в случае систематики Гелл-

---

[1] Существенно, что физические результаты, о которых идет речь ниже, характерны для целого класса уравнений, способных описывать возбужденные состояния частиц.

[2] Например, в смысле обобщения известной идеи Ферми–Янга. Подобная идея была высказана М. Леви и Р. Маршаком [4].

Манна, здесь для θ^0 и θ^- имеются античастицы:

$$\tilde{\theta}^0 \equiv (p_{-0} + p_1); \quad \theta^+ \equiv (n_{-0} + p_1). \tag{5}$$

Но для θ^- и θ^+ имеются другие возможности:

$$\begin{aligned} {}_1\theta^- &\equiv (p_{-0} + n_1), \quad S = -1; \quad {}_2\theta^- \equiv (n_0 + p_{-1}), \quad S = 1; \\ {}_1\theta^+ &\equiv (n_{-0} + p_1), \quad S = -1; \quad {}_2\theta^+ \equiv (p_0 + n_{-1}), \quad S = 1. \end{aligned} \tag{6}$$

${}_1\theta^-$ и ${}_2\theta^-$ физически различаются тем, что процесс ${}_1\theta^- + p_0 \to \Lambda^0 + \pi^0$ разрешен, а процесс ${}_2\theta^- + p_0 \to \Lambda^0 + \pi^0$ запрещен. Надо подчеркнуть, что ${}_1\theta^-$ может образоваться лишь в паре с другим K-мезоном, например

$$\pi^- + p_0 \to p_0 + (n_1 + p_{-1}) + (p_{-0} + p_0) \to p_0 + {}_1\theta^- + \theta^0. \tag{7}$$

Считая каскадный гиперон Ξ^- нуклоном следующего номера возбуждения, мы его обозначим через p_2^-, а его положительную античастицу – через p_{-2}^-. Пара таких гиперонов могла бы образоваться в реакции

$$\begin{array}{cccc} \pi^0 + n_0 \to & \underline{n_0 + p_{-2}^-} & + & p_2^-. \\ & \downarrow & & \downarrow \\ & \theta_{02}^+ & + & \Xi^- \end{array} \tag{8}$$

Конечно, нельзя исключить и существование каскадного гиперона Ξ^0:

$$\begin{array}{cccc} \pi^+ + n_0 \to & \underline{n_0 + p_{-2}^-} & + & n_2. \\ & \downarrow & & \downarrow \\ & \theta_{02}^+ & + & \Xi^0 \end{array} \tag{9}$$

Надо заметить, что Гелл-Манн не вводит в данном случае новой частицы $\theta_{02}^{0,+}$ с "особым" числом $S = 2$, а составляет это число из чисел S двух θ^0-частиц:

$$\pi^- + n_0 \to \Xi^- + \theta^0 + \theta^0. \tag{10}$$

Такая реакция в нашей систематике запрещена, если θ_{02}^0 не распадается быстро на две θ^0-частицы.

Процесс $\Xi^- + p_0 \to \Lambda^0 + \Lambda^0$ в данной систематике в отличие от гелл-манновской не является "быстрым"; он все же может происходить, потому что захваченный протоном каскадный гиперон долго находится около протона; с этим процессом конкурирует медленная реакция $\Xi^- + p_0 \to p_0 + \Lambda^0 + \pi^-$, которая может оставить гиперон связанным во фрагменте ядра. То же самое относится к медленной реакции ${}_2\theta^- + p_0 \to \Lambda^0 + \pi^0$, в отличие от которой реакция ${}_1\theta^- + p_0 \to \Lambda^0 + \pi^0$ быстрая. Сводка разрешенных и запрещенных процессов дана в таблице.

Процесс $n + n \to \Lambda^0 + \Lambda^0$ запрещен по обеим схемам (опыт Б. Понтекорво дает для последнего процесса $\sigma < 10^{-31}$ см^2).

Таблица

№ п/п	Тип реакции	Парная систематика	По Гелл-Манну
1	$\pi^- + p_0 \to \underline{p_0 + p_{-1}} + n_1$ ↓ ↓ $\theta^0 + \Lambda^0$	Разрешена	Разрешена
2	$\pi^- + p_0 \to \Lambda^0 + \pi^0$	Запрещена	Запрещена
3	$\pi^+ + p_0 \to \underline{p_0 + n_{-1}} + p_1$ ↓ ↓ $\theta^+ + \Sigma^+$		
4	$\pi^+ + n_0 \to \underline{n_0 + n_{-1}} + p_1$ ↓ ↓ $\theta^0 + \Sigma^+$	Разрешена	Разрешена
5	${}_1\theta^- + p_0 \to (p_{-0} + n_1) + p_0 \to \underline{(p_{-0} + p_0)} + n_1$ ↓ ↓ $\pi^0 + \Lambda^0$	"	"
6	$\pi^- + n_0 \to \underline{n_0 + p_{-1}} + n_1$ ↓ ↓ ${}_2\theta^- + \Lambda^0$	"	"
7	$\pi^- + n_0 \to \underline{n_0 + p_{-1}} + p_1$ ↓ ↓ ${}_2\theta^- + \Sigma^+$	"	Запрещена
8	$\pi^- + p_0 \to p_0 + (n_1 + p_{-1}) + (p_0 + p_{-1}) \to p_0 + {}_1\theta^- + \theta^0$	"	Разрешена
9	$n_0 + n_0 \to \Lambda^0 + \Lambda^0$	Запрещена	Запрещена
10	${}_2\theta^- + p_0 \to \Lambda^0 + \pi^0$	"	Разрешена
11	$\pi^- + n_0 \to \Xi^- + \theta^0 + \theta^0$	"	"
12	$\pi^- + n \to \theta^0 + \Xi^-$	Разрешена	"
13	${}_1\theta^- + p_0 \to \Sigma^+ + \pi^-$	"	"
14	${}_1\theta^- + n_0 \to \Lambda^0 + \pi^-$	"	"
15	$\theta^+ + p_0 \to \theta^0 + p_0 + \pi^+$	"	"
16	$\theta^+ + n_0 \to \theta_0 + p_0$	"	"

Возможны процессы типа упругого рассеяния тяжелых мезонов на нуклонах:

$$\theta^+ + p_0' \to (n_{-1} + p_0) + p_0' \to (n_{-1} + p_0') + p_0 \to \theta'^+ + p_0,$$

$$\theta^+ + n_0 \to (n_{-1} + p_0) + n_0 \to (n_{-1} + n_0) + p_0 \to \theta^0 + p_0.$$

Эти процессы могут сопровождаться излучением тормозных π-мезонов, так как, в сущности, речь идет о столкновениях нуклонов и антинуклонов, гиперонов, взаимодействующих с π-мезонным полем.

Столкновения θ^- и ${}_2\theta^-$ с ядерной материей при малых энергиях способны вызывать лишь слабые энергетические изменения системы исключительно за счет своей кинетической энергии. Наоборот, другие реакции (например ${}_1\theta^-$) ведут к более существенным изменениям взаимодействующих систем.

Что касается систематики Гелл-Манна по зарядовым мультиплетам, например предсказания частицы Σ^0 и т.п., то здесь пока имеется известный произвол (Λ^0 могла бы заменить Σ^0). Итак, в нашей интерпретации сохранение "особого" числа S совпадает с сохранением номера возбуждения нуклона: $S = 0, 1, 2$. Говоря другими словами, сохранение S означает сохранение числа нуклонов в отдельности для каждого возбуждения, но этот закон в нашем случае не является абсолютным, он нарушается при очень больших энергиях или при больших временах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Марков М.* // Докл. АН СССР. 1955. Т. 101. С. 54.
2. *Марков М.* // Там же. С. 449.
3. *Gell-Mann M.* // Междунар. конф. по теории элементарных частиц. Пиза, 1955.
4. *Levy M.M., Marshak R.* // Nuovo cim. 1954. Vol. 2, suppl. P. 253.

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ДЕТЕКТИРОВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО МЕЗОНА С МАССОЙ БОЛЬШЕЙ ДВУХ НУКЛОННЫХ МАСС*

1. ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени эксперименты значительно увеличили нижнюю границу масс предполагаемых промежуточных мезонов. Согласно данным нейтринного эксперимента в ЦЕРН [3], масса M_W наиболее "легкого" промежуточного мезона, не имеющего барионного заряда, больше 1,3 ГэВ.

При возможном дальнейшем повышении нижней границы массы M_W поиски W-мезонов в нейтринных процессах типа

$$\nu_\mu + N \to N' + \mu^- + W \qquad (1)$$

* Ядер. физика. 1965. Т. 1, вып. 2. С. 303–308. Соавтор *И.М. Железных*.

станут все более и более затруднительными. Сечение процесса (1) быстро падает с увеличением массы W-мезона, а различные неупругие процессы, вызываемые нейтрино, могут создавать достаточно большой фон. Эти трудности в определенном смысле могут стать аналогичными трудностям с фоном, возникающим при поисках W-мезона в реакциях с сильно взаимодействующими частицами и в электромагнитных взаимодействиях.

Однако идея промежуточного мезона носит такой характер, что, раз возникнув, она будет стимулировать поиски W-мезонов в диапазоне все больших и больших значений масс. Поэтому целесообразно обсуждение других возможностей детектирования W-мезона, помимо нейтринного эксперимента, возможностей, может быть, более адекватных проблеме поисков W-мезона большой массы.

Чем больше масса W-мезона, тем больше возникает новых видов распада. При массе промежуточного бозона, превышающей массу двух нуклонов (барионов), возникают распады типа $W^- \to \overline{p} + n$, $W^- \to \Sigma^- + \overline{\Sigma}^0$ и т.д. Видимо, следует обсуждать и возможность распадов $W_1^- \to \Sigma^- + \overline{n}$ и т.д., где W_1^- – промежуточный мезон, имеющий "странный" заряд и массу $M_{W_1} \approx 2M_W$ (см. [8]). Не исключено, что обнаружение распадных событий типа $\Sigma^- + \overline{\Sigma}^0$, $K^- + K^0$ и т.д. окажется полезным при идентификации как заряженных, так и нейтральных промежуточных мезонов. Отсутствие таких событий в некоторых случаях позволит получать оценки верхних границ для масс промежуточных мезонов.

2. РЕЗОНАНСНЫЕ РЕАКЦИИ $\overline{N} + N \to W \to \overline{a} + b$

Если промежуточный мезон распадается на частицы 1 и 2 с массами m_1 и m_2 и спинами s_1 и s_2, а также частицы $\overline{a}$ и b, то сечение реакции слабого взаимодействия

$$1 + 2 \to W \to \overline{a} + b \tag{2}$$

имеет резонансный характер, если $(p_1 + p_2)^2 \approx -M_W^2$; p_1 и p_2 – 4-импульсы частиц 1 и 2.

Именно, в области резонанса формула Брейта–Вигнера для поперечного сечения реакции (2) может быть записана в следующем виде:

$$\sigma = \frac{2j+1}{(2s_1+1)(2s_2+1)} \frac{16\pi}{[(1-(m_1^2+m_2^2)^2/M^4) - 4m_1^2 m_2^2/M^4]} \times$$
$$\times \frac{\Gamma_{12}\Gamma_{\overline{a}b}}{[(p_1+p_2)^2 + M^2]^2 + M^2\left(\sum\limits_i \Gamma_i\right)^2}. \tag{3}$$

Здесь $j = 1$ (промежуточный мезон – векторный), Γ_{12} и $\Gamma_{\overline{a}b}$ – вероятности распада W-мезона по входному и выходному каналам реакции (2), $\sum\limits_i \Gamma_i$ – вероятность

распада W-мезона по всевозможным каналам. Вероятности распада берутся в системе покоя W-мезона.

Резонансные нейтринные реакции, в которых промежуточным состоянием является W(или B)-мезон, обсуждались в работах Глешоу [5] и Киношита [6].

Если $M_W > 2m_{\text{нукл}}$, становится возможным резонанс в реакции (см. [1, 2])

$$\bar{p} + n \to W^- \to \bar{a} + b. \tag{4}$$

В области резонанса сечение этой реакции равно

$$\sigma = \frac{12\pi}{(1 - 4m^2 / M^2)} \frac{\Gamma_{\bar{p}n}\Gamma_{\bar{a}b}}{[(p_1 + p_2)^2 + M^2]^2 + M^2\left(\sum_i \Gamma_i\right)^2}, \tag{5}$$

где $\Gamma_{\bar{p}n}$ – вероятность распада W-мезона на антипротон и нейтрон; массы антипротона и нейтрона считаются равными m.

Резонанс с промежуточным W^+-мезоном возможен также в реакциях слабого взаимодействия при столкновении антинейтрона с протоном:

$$\bar{n} + p \to W^+ \to a + \bar{b}. \tag{6}$$

Если имеется нейтральный векторный мезон W^0, то возможен резонанс и в реакции типа

$$\bar{p} + p \to W^0 \to \bar{a} + a. \tag{7}$$

Сечение этих резонансных реакций в максимуме равно

$$\sigma_0 = \frac{12\pi}{M^2(1 - 4m^2 / M^2)} \Gamma_{\bar{N}N}\Gamma_{\bar{a}b}\left(\sum_i \Gamma_i\right)^{-2}. \tag{8}$$

В системе, в которой нуклон покоится, резонансная кинетическая энергия антинуклона равна

$$E_0 = (M^2 - 4m^2) / 2m. \tag{9}$$

Как известно, среднее сечение в области резонанса определяется следующим образом:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2\Delta} \int_{E_0 - \Delta}^{E_0 + \Delta} \sigma(E) dE. \tag{10}$$

В системе покоя нуклона полуширина резонансной кривой сечения равна $\Delta' = (M/2m)\Sigma_i\Gamma_i/2$. Однако если реакции (4), (6), (7) происходят на нуклонах в ядрах, из-за движения нуклонов (со средней скоростью $v_{\text{нукл}}$) резонансная кривая сечения сильно деформируется, и полуширина будет определяться формулой

$$\Delta \approx v_{\text{нукл}} (E_0^2 + 2E_0 m)^{1/2} = v_{\text{нукл}} \frac{M^2}{2m}\left(1 - \frac{4m^2}{M^2}\right)^{1/2}, \tag{11}$$

где $v_{\text{нукл}}$ – скорость нуклона в ядре. Среднее сечение реакций (4), (6), (7) на нуклонах ядра в этом случае равно

$$\bar{\sigma} = \frac{6\pi^2}{M^3(1-4m^2/M^2)} \frac{\Gamma_{\bar{N}N}\Gamma_{\bar{a}b}}{v_{\text{нукл}}\sum_i \Gamma_i}. \tag{12}$$

Конечно, формула (12) справедлива, если $\Delta \gg (M/2m)\Sigma_i\Gamma_i/2$.

Реакции (6) и (7) можно исследовать в водородной камере. Тогда движением протонов мишени можно пренебречь, и сечение реакций в максимуме определяется формулой (8). Отметим, что энергия антипротонов [реакция (7)], уменьшаясь за счет ионизационных потерь в водороде, может автоматически попадать в область резонансных энергий (настройка на резонанс), но таким же образом быстро проходить эту область.

3. РАСПАДЫ *W*-МЕЗОНА НА СПИНОРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Прежде чем вычислять сечения (8) и (12), необходимо знать вероятности распадов Γ_i.

Вероятность распадов *W*-мезона на лептоны

$$W^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad W^- \to e^- + \bar{\nu}_e$$

определяется по формуле (см. [7])

$$\Gamma_{\mu\nu} = \frac{gM^3}{6\sqrt{2}\pi}\left(1 - \frac{\mu^2}{2M^2} - \frac{\mu^4}{2M^4}\right)\left(1 - \frac{\mu^2}{M^2}\right), \tag{13}$$

где μ – масса μ-мезона (или электрона), $g/\sqrt{2}$ – константа слабого взаимодействия. С хорошей точностью можно написать

$$\Gamma_{\mu\nu} = \Gamma_{e\nu} = gM^3/6\sqrt{2}\pi. \tag{13'}$$

Поэтому ниже считаем, что $\Gamma_{\mu\nu}$ определяется формулой (13').

Вероятность распада векторного мезона на нейтрон и антипротон равна

$$\Gamma_{\bar{p}n} = \Gamma_{\mu\nu}\left[1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2M^2} - \frac{(m_1^2 - m_2^2)^2}{2M^4}\right] \times$$

$$\times \left[\left(1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{M^2}\right)^2 - 4\frac{m_1^2 m_2^2}{M^4}\right]^{1/2}, \tag{14}$$

если слабый нуклонный ток

$$j_\mu = \bar{n}\gamma_\mu(1+\gamma_5)p. \tag{15}$$

Формула (14) применима вообще для вероятности распада W-мезона на две спинорные частицы, например $\overline{p}+\Lambda$, когда ток имеет вид (15). В случае распада W-мезона на нуклон и антинуклон (если считать $m_1 = m_2 = m$) можно пользоваться формулой

$$\Gamma_{\overline{N}N} = \Gamma_{\mu\nu}(1 - m^2 / M^2)(1 - 4m^2 / M^2)^{1/2}. \tag{14'}$$

Гипотеза сохраняющегося векторного тока допускает существование следующих распадов:

$$W^- \to \Sigma^0 + \overline{\Sigma}^+, \quad W^- \to \Sigma^- + \overline{\Sigma}^0, \quad W^- \to \Xi^- + \overline{\Xi}^0.$$

Если Σ-гиперонный ток (только векторный) имеет вид

$$j_\mu = \sqrt{2}(\overline{\Sigma}\gamma_\mu\Sigma), \tag{16}$$

то

$$\Gamma_{\overline{\Sigma}\Sigma} = \Gamma_{\mu\nu}(1 + 2m_\Sigma^2 / M^2)(1 - 4m_\Sigma^2 / M^2)^{1/2}. \tag{17}$$

Вероятность распада W-мезона на Ξ-частицы равна

$$\Gamma_{\overline{\Xi}\Xi} = \tfrac{1}{2}\Gamma_{\mu\nu}(1 + 2m_\Xi^2 / M^2)(1 - 4m_\Xi^2 / M^2)^{1/2}. \tag{17'}$$

За счет сильных взаимодействий структура токов (15) и (16), как и вообще структура слабых токов сильно взаимодействующих частиц, изменяется. Например, нуклонный ток записывается в форме

$$j_\mu = \overline{n}\left\{\gamma_\mu[F_1(q^2) + \lambda F_A(q^2)\gamma_5] - F_2(q^2)\frac{\varkappa}{2m}\sigma_{\mu\nu}q_\nu - ibF_P(q^2)q_\mu\gamma_5\right\}p. \tag{18}$$

Если считать все формфакторы нуклона при $q^2 = -M^2$ равными $F_N(-M^2)$ (кроме псевдоскалярного F_p, который не влияет на распад векторного мезона из-за условия $W_\mu q_\mu = 0$), то

$$\Gamma_{\overline{p}n} = \Gamma_{\mu\nu}\frac{F_N^2(-M^2)}{4}\left\{\varkappa^2\frac{M^2}{m^2} + 2(1+\lambda^2) + 2\varkappa^2 + \frac{4m^2 - 8\lambda^2 m^2}{M^2}\right\}\left(1 - \frac{4m^2}{M^2}\right)^{1/2}, \tag{19}$$

где $\varkappa = 3{,}71$; $\lambda = 1{,}25$. В этом случае наибольший вклад в вероятность распада вносит аномальный магнитный момент нуклона. Если $F_1(-M^2) = \Lambda F_A(-M^2) = 1$, а $F_2(-M^2) \ll F_1(-M^2)$, то $\Gamma_{\overline{p}n}$ будет определяться формулой (14').

При распаде W-мезона на сильно взаимодействующие частицы формфакторы этих частиц берутся в точке временеподобной области $q^2 = -M^2$. К сожалению, формфакторы во временеподобной области мало обсуждались в литературе.

Наряду с распадами W-мезона на спинорные и скалярные (π- и K-мезоны, см. [4]) частицы можно рассмотреть распады на векторные частицы и частицы со спином $^3/_2$, например, считая элементарными частицами как ρ- и K^*-мезоны, так и изобары со спином $^3/_2$.

4. РАСПАДЫ *W*-МЕЗОНА НА ВЕКТОРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

По аналогии с электродинамикой распад векторного мезона на две векторные частицы (например, $W^- \to \rho^- + \rho^0$) можно описать, вводя взаимодействие

$$GW_\mu j_\mu = \sqrt{2}GW_\mu[(-p_\mu^- + p_\mu^0)\rho_l^0\rho_l^- + p_m^-\rho_m^0\rho_\mu^- - p_n^0\rho_n^-\rho_\mu^0]. \tag{20}$$

Тогда вероятность распада $W^- \to \rho^- + \rho^0$ равна

$$\Gamma_{\rho^-\rho^0} = \Gamma_{\mu\nu}\frac{F_\rho^2(-M^2)}{4}\left(1-\frac{4m_\rho^2}{M^2}\right)^{3/2}\left(\frac{M^2}{m_\rho^2}+3\right). \tag{21}$$

В случае распада на K^*-мезоны войдет еще множитель $^1/_2$.

По сравнению с распадом на бесспиновые частицы в формуле (21) появляется дополнительный множитель $(3 + M^2/m_\rho^2)$. Квадрат формфактора $F_\rho^2(-M^2)$ написан чисто символически.

Если учесть, что ρ^- и ρ^0 имеют различные массы, получим

$$\Gamma_{\rho^-\rho^0} = \Gamma_{\mu\nu}\frac{F_\rho^2(-M^2)}{4}\left[1-\frac{2(m_1^2+m_2^2)}{M^2}+\frac{(m_1^2-m_2^2)^2}{M^4}\right]\times$$

$$\times\left[\frac{M^2}{2m_1^2}+\frac{M^2}{2m_2^2}+\frac{5}{2}+\frac{m_1^2}{4m_2^2}+\frac{m_2^2}{4m_1^2}\right]\left[\left(1-\frac{m_1^2+m_2^2}{M^2}\right)^2-\frac{4m_1^2m_2^2}{M^4}\right]^{1/2}. \tag{22}$$

Эта формула может быть применена к распадам W_1-мезона [8] на ρ и K^*.

5. РАСПАДЫ *W*-МЕЗОНА НА ИЗОБАРУ И АНТИИЗОБАРУ СО СПИНОМ $^3/_2$

Считаем частицами изобары со спином $^3/_2$ (изоспином $^1/_2$ и $^3/_2$). Гипотеза сохранения векторного тока требует, чтобы существовал ток

$$j_\mu = \overline{N}_\alpha^*\gamma_\mu N_\alpha^* \cdot F_{N^*}(q^2).$$

Тогда вероятность распада W^--мезона на N_0^* и $\overline{N}_+^*$ (изоспин $T = {}^1/_2$) равна

$$\Gamma_{N^*\overline{N}^*} = \Gamma_{\mu\nu}\frac{F_{N^*}^2(-M^2)}{18}\left(1-\frac{4M^{*2}}{M^2}\right)^{3/2}\left(\frac{M^4}{M^{*4}}-4\frac{M^2}{M^{*2}}+14\right), \tag{23}$$

где $F_{N^*}(-M^2)$ – некоторый формфактор, M^* – масса изобары.

Если изоспин равен $^3/_2$, изотопическая структура тока имеет вид

$$\overline{N}^*T^-N^* = \sqrt{3}\overline{N}_-^*N_0^* + 2\overline{N}_0^*N_+^* + \sqrt{3}\overline{N}_+^*N_{++}^*. \tag{24}$$

Поэтому вероятность распада на изобары с $T = {}^3/_2$ больше, чем вероятность распада на изобары с $T = {}^1/_2$, в 3 или 4 раза.

Соотношение (24) было получено Г. Домогацким (частное сообщение).

6. РАСПАДЫ W-МЕЗОНА НА ИЗОБАРО-АНТИНУКЛОННУЮ ИЛИ АНТИИЗОБАРО-НУКЛОННУЮ ПАРЫ

Не исключено, что фермионы со спином ${}^3/_2$ (изобары $({}^3/_2, {}^1/_2)$ и $({}^3/_2, {}^3/_2)$) непосредственно участвуют в четырехфермионном взаимодействии. Простейший слабый ток из операторов поля изобары со спином ${}^3/_2$ и нуклона (ток без производных) (см., например, [9]) записывается в виде

$$j_\mu = \overline{N}^*_\mu[\Phi_1(q^2)\gamma_5 + \Phi_2(q^2)]N. \tag{25}$$

Если существует W-мезон, тогда при достаточно большой массе он должен распадаться на изобару и антинуклон или антиизобару и нуклон. Например,

$$W^- \to N^*_- + \overline{n}, \quad \overline{N}^*_+ + n, \quad N^*_0 + \overline{p}, \quad \overline{N}^*_{++} + p. \tag{26}$$

Вероятность распада W-мезона на изобару и антинуклон (если $\Phi_1(-M^2) = \Phi_2(-M^2)$) равна

$$\Gamma_{N^*\overline{N}} = \Gamma_{\mu\nu}\frac{\Phi_1^2(-M^2)}{12}\left(1 - \frac{M^{*2}+m^2}{M^2}\right)\left[8 + \frac{(M^2+M^{*2}-m^2)^2}{M^2M^{*2}}\right]\times$$
$$\times\left[\left(1 - \frac{M^{*2}+m^2}{M^2}\right)^2 - \frac{4m^2M^{*2}}{M^4}\right]^{1/2}. \tag{27}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как видно из предыдущего, для расчетов вероятностей распада W-мезона по различным каналам необходимо знать формфакторы различных частиц при $q^2 = -M^2$. Не исключено, что при некоторых массах W-мезона формфакторы $F(-M^2)$ могли бы иметь значения, достаточные для того, чтобы адронные распады W-мезона (т.е. распады на сильно взаимодействующие частицы, например ρ-мезоны) были более вероятны, чем лептонные распады.

Следует отметить, что если в реакциях (4), (6), (7) a и b – адроны, то нужно учитывать интерференцию резонансной амплитуды с мнимой частью амплитуды сильного взаимодействия.

Оценим сечение реакций (4), (6), в которых в конечном состоянии рождаются лептоны, т.е. $\Gamma_{\overline{a}b} = \Gamma_{\mu\nu}$, предположив, что распады на векторные частицы и изобары подавлены, а вероятность нуклонного распада $\Gamma_{\overline{p}n}$ определяется (14'). Формфакторы распадов на скалярные и спинорные частицы принимаются равными

единице. Тогда сечение (8) имеет величину в пределах от 10^{-28} до 10^{-30} см^2, когда M_W изменяется в области от 2 до 10 ГэВ (энергия антинуклонов до 50 ГэВ в лабораторной системе). При этом $\Sigma_i \Gamma_i$ изменяется от 10^{-2} до 1 МэВ. Сечение (12) в этой же области порядка 10^{-32}–10^{-35} см^2 ($\Delta \approx 10^2$ МэВ при $M = 2$ ГэВ и больше 1 ГэВ при $M = 10$ ГэВ).

В эксперименте одиночные μ-мезоны могли бы быть зарегистрированы под значительными углами к направлению падающих на мишень антинуклонов.

Если зависимость $\Gamma_{\bar{p}n}$ от массы M_W другая, чем в (14′) [см. (19)], сечения (8) или (12), особенно при больших массах W-мезона, могут быть иными. Не исключено также, что в некоторых областях энергий более вероятны реакции типа (4) с сильно взаимодействующими частицами, а не лептонами в конечном состоянии. Это необходимо учитывать при поисках W-мезона в соответствующих экспериментах.

Авторы благодарят А.А. Комара за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Марков М.А.* Нейтрино. М.: Наука, 1964. 90 с.

2. Международная конференция по физике высоких энергий: Аннот. докл. Дубна: ОИЯИ, 1964. С. XVI-8.

3. *Bernardini G., Dardel G. von, Egli P.* et al. // Proc. of Sienna conf. on elementary particles. Sienna, 1963.

4. *Bernstein J., Feinberg G.* // Phys. Lett. 1964. Vol. 1. P. 251.

5. *Glashow S.L.* // Phys. Rev. 1960. Vol. 18. P. 316.

6. *Kinoshita T.* // Phys. Rev. Lett. 1960. Vol. 4. P. 378.

7. *Lee T.D., Yang C.N.* // Ibid. P. 307.

8. *Marshak R.E., Ryan C., Radha T.K., Raman K.* // Nuovo cim. 1964. Vol. 32. P. 408.

9. *Zheleznykh I.M.* // Phys. Lett. 1964. Vol. 1. P. 251.

О ВОЗМОЖНОСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ КВАРКОВОГО СОСТОЯНИЯ ВЕЩЕСТВА В ЗВЕЗДЕ*

Для различных вопросов космологии большое значение имеет знание свойств материи при очень больших плотностях. Исследованию этого вопроса посвящены работы многих авторов (см. работу [5] и приведенную в ней библиографию). Так как, по-видимому, такие объекты, как звезды, после израсходования внутренних запасов энергии и охлаждения должны превратиться в сверхплотные тела, состоящие из вырожденного газа элементарных частиц, то это состояние материи заслуживает особого внимания. До сих пор главным образом рассматривались такие плотности, при которых материя состоит из газа обычных элементарных частиц. Эти плотности доходят до 10^{41} частиц/см^3.

* ЖЭТФ. 1966. Т. 51, вып. 6(12). С. 1689–1692. Соавтор *В.И. Манько*.

Если, как часто теперь предполагается, сильно взаимодействующие частицы состоят из кварков, то заслуживает внимания следующий вопрос: возможно ли такое состояние материи (очевидно, при очень больших плотностях, когда элементарные частицы могут распадаться на составляющие их кварки), когда основная масса вещества приходится на долю кварков и когда их концентрация в звезде наибольшая по сравнению с концентрацией других компонент. Несколько оценок, касающихся этого вопроса, и сделано в этой работе.

Будем рассматривать, как это обычно делается, материю при абсолютном нуле температуры. Она представляет собой смесь кварков и адронов, причем для простоты будем считать, что для кварков возможен лишь переход в нейтронное состояние:

$$n \rightleftarrows 3q. \tag{1}$$

Нейтроны, как и все другие барионы, являются фермионами, поэтому для вырожденного ферми-газа имеем

$$N_n / V = p_0^3 / 3\pi^2\hbar^3, \tag{2}$$

где p_0 – граничный импульс Ферми, N_n/V – плотность нейтронов.

Заранее сказать, какой статистике подчиняются кварки, нельзя. Более того, имеется известная трудность при обычном построении всех барионов из кварков, связанная с симметрией волновой функции. В ряде работ (например, [6]) предлагается в связи с этим гипотеза о том, что кварки подчиняются не обычной статистике Ферми, а парастатистике [9], хотя возможны и другие объяснения [1, 11]. Для того чтобы написать различные термодинамические соотношения для частиц с такой статистикой, необходимо вычислить статистическую сумму $\mathrm{Sp}\, e^{-\hat{H}/\Theta}$. Однако, поскольку мы рассматриваем кварки как идеальный газ при абсолютном нуле температуры, вычислять эту сумму нет необходимости, а соотношение для плотности получится таким же по виду, как и для обычных фермионов, что следует из расчета основного состояния. При этом ответ не зависит от того, парастатистикой с каким максимальным числом заполнения мы пользуемся. Поэтому

$$N_k / V = g p_k^3 / 6\pi^2\hbar^3, \quad k = 1, 2, 3. \tag{3}$$

Здесь N_k/V – плотность k-го кварка; g – максимальное число кварков, которое может находиться в одном квантовом состоянии.

Так как статистика для кварков не известна, g является параметром теории. Данное рассуждение означает, что в случае парастатистики с любым g функция распределения обязательно стремится к обычному ступенчатому виду при стремлении температуры к нулю. Аналогичное рассуждение показывает, что и формулы для давления в случае как нерелятивизма, так и релятивизма имеют тот же вид при абсолютном нуле температуры с учетом фактора g, как и для обычных фермионов.

Поскольку мы считаем, что у кварков спин $^1/_2$, то они могут быть только парафермионами, что доказано в работе Камефучи и Такахаши [9]. Если использовать не коммутационные соотношения, определяющие парастатистику [9], а считать, что

кварки – параосцилляторы [7], причем операторы рождения и уничтожения для разных состояний либо все коммутируют, либо антикоммутируют, то для плотности можно написать то же соотношение (3). При этом нетрудно вычислить функцию распределения, исходя из термодинамического потенциала

$$\Omega_i = -T \ln \frac{1-\exp[(g+1)(\mu-\varepsilon_i)/T]}{1-\exp[(\mu-\varepsilon_i)/T]}, \qquad (4)$$

причем среднее число частиц в i-м состоянии

$$\bar{n}_i = \left[\exp\frac{\varepsilon_i-\mu}{T}-1\right]^{-1} - (g+1)\left[\exp\frac{\varepsilon_i-\mu}{T}(g+1)-1\right]^{-1}. \qquad (5)$$

Для отрицательных химических потенциалов и больших g второй член в $\bar{n}_i$ практически отсутствует, и мы имеем бозе-распределение.

Отношение концентраций кварков и нейтронов

$$q = {}^3/_2\, g\, (p_k/p_0)^3. \qquad (6)$$

Для массы кварков имеется нижний предел $m_k \geqslant 8$ ГэВ; в различных работах (например, [2]) используется оценка $m_k \sim 10$ ГэВ. Кроме этого, имеется еще одна возможность, предложенная в [10], обсуждавшаяся также Юстом [8]. Из мировых констант $\hbar$, c, $\varkappa$ можно составить величину с размерностью массы. Ее численное значение $m_0 \sim 10^{19}\, m_n$. Частицы с такой массой – максимоны – может быть, можно отождествить с кварками. В случае любых из этих масс условие того, чтобы кварковое состояние материи было энергетически выгодно, имеет вид

$$3E_k \leqslant E_n, \qquad (7)$$

где E_k и E_n – границы Ферми для кварков и для нейтронов.

Рассмотрение в модели идеального газа не учитывает конечных размеров частиц, что необходимо делать при изучении атомов, например ^{3}He, при больших давлениях. Однако неясно, насколько понятие размеров нейтронов имеет смысл вообще. Обычная аналогия с атомами при больших давлениях рискованна, так как атомы имеют структуру, которая может быть нарушена при больших давлениях и при сжатии до очень малых объемов. Нейтроны же никогда нельзя разложить на π-мезоны и другие частицы, как разлагается атом гелия на электроны и ядро. Более того, когда говорят о размерах протона или нейтрона, то речь идет лишь о радиусе действия ядерных сил, который определяется массой квантов ядерного поля. В этом смысле размеры электрона, например, бесконечно большие. Но с точки зрения "действительного" размера частиц как электрон, так и нейтрон в современной теории считаются точечными, и соответствующая их собственная энергия, вычисленная по каноническим правилам, расходится и требует перенормировки. Только в примитивной нерелятивистской кварковой модели нуклона можно говорить о размерах нуклона как некоторой системы частиц, но эти размеры пока полностью произвольны, и их не надо путать с областью действия ядерных сил, которая может быть одной и той же как для кварков, так и для нейтронов. Кроме того, ситуация

может быть далека от примитивной модели нейтронов как простой динамической системы кварков [4]. Пока нельзя доказать, что при больших плотностях обязательно следует учитывать какие-то размеры нейтронов. Другими словами, вопрос об учете размеров нейтрона в данной проблеме является вопросом в какой-то мере открытым и должен быть объектом особого обсуждения, но в качестве модели будет законным (с этой оговоркой) рассмотрение случая идеального газа[1].

Рассмотрим сначала случай, когда кварки нерелятивистские. Нейтроны при этом уже релятивистские. Условие (7) переписывается в виде

$$3(m_k c^2 + p_k^2/2m_k) \leqslant cp_0. \tag{8}$$

В случае знака равенства из соотношений (8) и (6) имеем

$$q = \frac{1}{18} g (p_k / m_k c)^3. \tag{9}$$

Величина $q \gg 1$ лишь в случае

$$g \gg 18 (m_k c / p_k)^3 q. \tag{10}$$

Условия нерелятивистского приближения для кварков имеют вид

$$p_k / m_k c = 1/\alpha \ll 1. \tag{11}$$

Беря для q и для α численные значения порядка 10^2, получаем $g \gg 2 \cdot 10^9$. Отсюда следует, что при обычной статистике Ферми для кварков ($g = 2$) концентрация кварков ничтожно мала. При параметре $g = 2 \cdot 10^9$ и массе кварка ~10 ГэВ плотность частиц ~10^{46} см$^{-3}$, а давление ~10^{34} атм. Надо отметить, что число частиц ~10^{46} см$^{-3}$ представляется разумным, так как, очевидно, чтобы перейти к кварковому состоянию от гиперонного газа, который преобладает в плотностях ~10^{41} см$^{-3}$, необходимо сильно сжать этот газ, однако в достаточно ограниченных пределах. Если взять для массы кварка значение $10^{19}\, m_n$, то плотность увеличится при тех же параметрах α и q в 10^{54}, а давление – в 10^{72} раз.

Рассмотрим теперь случай релятивистских кварков. Условие (7) принимает вид

$$3p_k \leqslant p_0. \tag{12}$$

Для граничного случая равенства имеем

$$q = g/18. \tag{13}$$

Чтобы получить большую концентрацию кварков в этом случае, достаточно для g взять значение 10^2–10^3.

Условие релятивизма налагает на значение импульса кварка нижний предел $cp_k \gg 10^2$ ГэВ для массы кварка ~10 ГэВ и $cp_k \gg 10^{20}$ ГэВ для частиц с массой

---

[1] Авторы благодарны Я.Б. Зельдовичу, обратившему наше внимание на важность учета размеров нейтрона в рассматриваемой проблеме, а также указавшему на статью Иваненко и Курдгелаидзе [3], посвященную обсуждению возможности кваркового состояния звезд.

$10^{19} m_n$. Беря граничные условия, получим для плотности числа частиц значение $\sim 10^{48}$ см$^{-3}$ и для плотности массы значение $\sim 10^{26}$ г/см$^{-3}$ в случае оценки для массы кварка ~10 ГэВ. Надо отметить, что с такой статистикой ($g \sim 10^2$–10^3) концентрация кварков для нерелятивистских энергий не может быть подавляющей. В случае релятивизма, как и в случае нерелятивизма, материя при больших плотностях переходит в кварковое состояние, если кварки – парафермионы, и не переходит в это состояние, если они – фермионы. Надо отметить, что в случае ультрарелятивизма основная масса может быть сосредоточена именно в кварках, хотя их концентрация может быть и невелика по сравнению с концентрациями других компонент. Однако для $m_k \sim 10$ ГэВ этот случай невозможен. Давление газа кварков имеет при рассматриваемых параметрах значение $\sim 10^{40}$–10^{41} атм. В случае массы кварков $\sim 10^{19}\, m_n$ плотность увеличивается в 10^{54} раз, а давление в 10^{72} раз, так же как и в нерелятивистском случае.

Из данного рассмотрения следует, что в звезде при сверхвысоких плотностях возможно кварковое состояние материи, причем в случае, когда кварки являются парафермионами, их концентрация может быть наибольшей, и во всех рассмотрениях остальными компонентами можно пренебречь.

Учет рассмотренной возможности может быть существен при исследовании ранней стадии эволюции Вселенной.

Авторы благодарны А.А. Комару за обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зельдович Я.Б., Сахаров А.Д.* // Доклады на сессии Отделения ядерной физики АН СССР. М., 1966.
2. *Зельдович Я.Б., Окунь Л.Б., Пикельнер С.Б.* // Успехи физ. наук. 1965. Т. 87. С. 122.
3. *Иваненко Д.Д., Курдгелаидзе Д.Ф.* // Астрофизика. 1965. Т. 1. С. 479.
4. *Марков М.* // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 878.
5. *Саакян Г.С.* Дис. ... д-ра физ. наук. Ереван, 1962.
6. *Greenberg O.W.* // Phys. Rev. Lett. 1964. Vol. 13. P. 598.
7. *Jordan T.F., Mukunda N., Pepper S.V.* // J. Math. Phys. 1963. Vol. 4. P. 1089.
8. *Just K.* // Nuovo cim. 1955. Vol. 39. P. 142.
9. *Kamefuchi S., Takahashi Y.* // Nucl. Phys. 1962. Vol. 36. P. 177.
10. *Markov M.* // Progr. Theor. Phys. 1965. Suppl.: Commemoration issue for the 30th anniversary of the meson thory by Dr.H. Yukawa. P. 85.
11. *Morpurgo G.* // Physics. 1965. Vol. 2. P. 95.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ МАКСИМАЛЬНО БОЛЬШИХ МАСС (КВАРКИ, МАКСИМОНЫ)*

В известной работе Ферми и Янга [11] впервые возникла идея рассматривать π-мезон как систему, состоящую из нуклона и антинуклона с дефектом масс, на порядок превышающим массу результирующей системы (π-мезона). Эта идея привлекла к себе внимание многих авторов и была широко использована в различных модельных представлениях [14, 15, 20], в первую очередь сильно взаимодействующих частиц. С развитием этих представлений масса фундаментальных частиц в составных моделях увеличилась вначале до гиперонных масс, а в последнее время с возникновением идеи кварков обсуждаются массы фундаментальных частиц еще на порядок большие.

Последние значения масс фундаментальных частиц даются скорее как экспериментальная нижняя граница, так как никаких теоретических рубежей (каких-либо фундаментальных длин) в области этих масс, как известно, указать нельзя[1]. Но с привлечением общей теории относительности (гравитации) можно из мировых констант составить два выражения с размерностью массы. Одно из них характерно для квантовой области:

$$m_0 = (\hbar c / \varkappa)^{1/2} \sim 10^{-5}\ \text{г} \qquad (1)$$

($\hbar$ – постоянная Планка, $\varkappa$ – гравитационная постоянная, c – скорость света), другое – для области классической:

$$m_1 = e / \varkappa^{1/2} \sim 10^{-6}\ \text{г} \qquad (2)$$

(e – электрический заряд).

Как будет видно из дальнейшего, представляет известный интерес обсуждение выражений (1) и (2) в качестве претендентов на массу фундаментальной частицы "кваркового типа". В [16] эти частицы максимально большой массы названы максимонами в отличие от кварков, от которых они, вообще говоря, могут отличаться рядом свойств (см. разделы 3 и 4).

1. МАССА $m_0 = (\hbar c/\varkappa)^{1/2}$

Можно полагать, что появление выражения (1) в теории и связанной с ним длины

$$\hbar / m_0 c = l_0 \sim 10^{-33}\ \text{см} \qquad (3)$$

* ЖЭТФ. 1966. Т. 51, вып. 3(9). С. 878–890.

[1] Ближайшая длина, о которой могла бы идти речь, это длина слабых взаимодействий: $l = (G/\hbar c)^{1/2} \sim 0{,}7\ \ 10^{-16}$ см. Но, как следует из дальнейшего, можно указать и длины значительно меньшие. Самая меньшая из них по своему смыслу наиболее универсальна.

далеко не случайно, что длина l_0 представляет собой действительно фундаментальную длину, так как расстояния, меньшие l_0, теряют физический смысл из-за квантовых флуктуаций метрики. Таким образом, в m_0 можно действительно видеть именно верхний предел для возможного значения массы фундаментальных частиц, о которых идет речь ($m_0 > m_1$).

Но, может быть, самое существенное, что при этом значении массы, локализованной в области фундаментальной длины l_0, начинает действовать совершенно новый механизм, способный обеспечить как угодно малую массу результирующей системы, состоящей из максимонов, – здесь имеется в виду явление гравитационного коллапса (см. раздел 2), который возможен при малых массах, реализующихся с большими плотностями.

Частица с массой m_0, локализованная в области l_0, обладает рядом специфических свойств [16]. Два максимона с массой m_0 взаимодействуют гравитационно, как

$$\varkappa m_0^2 / r = \hbar c / r. \tag{4}$$

Другими словами, гравитационное взаимодействие двух максимонов в $\hbar c/\varepsilon$ раз больше их кулоновского взаимодействия, если электрический заряд их равен ε.

Таким образом, два максимона с электрическим зарядом $\varepsilon < (\hbar c)^{1/2}$ образуют связанную систему. "Боровский радиус" этой системы, оцененный по соотношению неточностей Гейзенберга, оказывается равным

$$r_0 \sim \hbar^2 / \varkappa m_0^3 = l_0. \tag{5}$$

Оценка (5) показывает, что размеры рассматриваемых систем таковы, что соответствующий гравитационный дефект должен быть порядка масс максимонов:

$$\Delta mc^2 \sim \varkappa m_0^2 / l_0 = (\hbar c / \varkappa)^{1/2} c^2 = m_0 c^2. \tag{6}$$

Оценка (6) носит качественный характер – она лишь указывает на огромный дефект масс, необходимо возникающий в подобных системах. Но самое существенное, что результатом неизбежно должен быть гравитационный коллапс такой системы.

2. ГРАВИТАЦИОННЫЙ КОЛЛАПС МАЛЫХ МАСС

При коллапсе вся энергия гравитационно замыкается в области радиуса $r_{\text{гр}} = 2\varkappa m/c^2$ со средней плотностью массы

$$\rho \geqslant \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r_{\text{гр}}^3} = \frac{3}{32\pi} \frac{c^6}{\varkappa^3 m^2}. \tag{7}$$

Таким образом, чем меньше масса, тем большая потребуется плотность массы для реализации коллапсирующего состояния. Коллапсирующая система, состоящая

из двух максимонов ($m = 2m_0 = 2(\hbar c/\varkappa)^{1/2}$), должна иметь среднюю плотность массы

$$\rho \geqslant \frac{3}{32\pi}\frac{c^5}{4\varkappa^2\hbar}.$$

Но, согласно (6) и (7), рассматриваемая система должна иметь размеры $\leqslant l_0$, т.е. плотность

$$\rho \sim 3c^5 / 2\pi\varkappa^2\hbar, \qquad (8)$$

и система, состоящая из двух максимонов, должна находиться в коллапсирующем состоянии. Последнее обстоятельство, в сущности, не добавляет ничего нового к аргументам предыдущего раздела. Но для дальнейшего существенно, что коллапсирующая система может обладать как угодно малой массой.

Я.Б. Зельдович [2, 3] рассмотрел пример ультрарелятивистского газа, когда плотность частиц n и плотность покоящейся в начальный момент материи ρ связаны уравнением состояния

$$\rho = \tfrac{3}{4}\hbar(3\pi)^{1/3}c^{-1}n^{4/3}. \qquad (9)$$

Для массы M этой системы и полного числа частиц N формулы соответственно пишутся в виде

$$M = \int_0^R \rho(r)r^2 dr, \qquad (10)$$

$$N = \int_0^R ndV = 4\pi\int_0^R n(r)e^{\lambda/2}r^2 dr. \qquad (11)$$

Инвариантный объем $dV = 4\pi e^{\lambda/2}r^2dr$. Распределение ρ выбирается таким образом, что

$$\rho = a/r^2, \quad r < R; \quad \rho = 0, \quad r > R, \qquad (12)$$

где a – произвольная константа. На основании (9), (10) и (12) возникает выражение для M в виде

$$M = \mathrm{const}\cdot N^{2/3}(\hbar a)^{1/2}(1 - 8\pi\varkappa c^{-2}a); \qquad (13)$$

при $a \to c^2/8\pi\varkappa$ масса $M \to 0$ при любом заданном N.

Существенно, что можно составить такую конфигурацию частиц, что их полная масса независимо от числа частиц может быть как угодно близка к нулю. Для того чтобы привести обычное вещество, допустим нейтроны, в подобное состояние, необходимо затратить огромную энергию на сжатие вещества до требуемых плотностей. Этот энергетический барьер, отделяющий равновесное состояние от коллапсирующего, оценивается Зельдовичем как

$$M_{\max} \sim N^{2/3}(\hbar c/\varkappa)^{1/2}. \qquad (14)$$

Согласно (1), последнее выражение можно переписать в виде

$$M_{\max} \sim N^{2/3}m_0. \qquad (15)$$

Это значит, что приведение системы, состоящей из небольшого числа ней-

тронов, в коллапсирующее состояние требует затрат энергии на каждый нейтрон порядка собственной энергии максимонов $(\hbar c/\varkappa)^{1/2}$. Это означает также, что для частиц массы $m_0 = (\hbar c/\varkappa)^{1/2}$ (максимонов) никакого энергетического барьера для перехода системы максимонов в коллапсирующее состояние не существует.

Мы видим, что действительно при массе $m_0 = (\hbar c/\varkappa)^{1/2}$ естественным образом возникает специфический механизм в системе этих частиц, в принципе способный образовать результирующую систему как угодно малой массы.

Предыдущее рассмотрение страдает еще одним серьезным пороком – соотношения (1) и (3) своим существованием обязаны постоянной Планка, а коллапс систем, разыгравшийся в области квантовых флуктуаций метрики, рассматривается нами согласно классической теории. А главное, возможные состояния результирующей системы рассматриваются согласно классической теории. В настоящее время квантовая теория коллапса малых масс еще не построена. Можно, например, полагать, что конечные состояния систем, состоящих из максимонов, окажутся с дискретными значениями масс. Естественно полагать, что весь процесс квантового коллапса масс будет иметь характер квантовых переходов в эти дискретные состояния.

Как известно, реалистическая кварковая модель сильно взаимодействующих частиц предполагает существование неизвестного пока типа сил, обеспечивающих связь кварков (т.е. частиц с большими, но пока неизвестными значениями масс: $m_q >$ $> m_N$) в системы, представляющие барионы, π-мезоны и другие кванты ядерных полей. Спрашивается, в какой мере максимоны могли бы претендовать на роль кварков, а рассмотренный выше механизм (коллапс) играть роль именно такого механизма, который объединяет максимоны в известные нам частицы?

3. МАКСИМОНЫ, КВАРКИ И ИЕРАРХИЯ ЧАСТИЦ

Как видно из предыдущего, возникновение идеи максимонов в отличие от идеи кварков не связано с какими-либо соображениями групповых симметрий. Максимально тяжелые фундаментальные частицы обсуждаемого типа должны естественным образом (квантовые флуктуации) возникать в любой материи, находящейся в сверхплотном состоянии.

Такое сверхплотное состояние материи предполагается в начальной стадии развития Вселенной согласно модели Фридмана, которая является, видимо, наиболее приемлемой в свете современных астрофизических и астрономических данных. Если принять эту модель Вселенной, если допустить, что в начальный момент во Вселенной реализуется состояние материи с как угодно большими плотностями (вернее, с плотностями, близкими к $\rho \sim c^5/\varkappa^2\hbar$), то образование максимонов должно быть неизбежным. Должны быть неизбежны такие ситуации, когда материя в участке пространства размерами l_0 с плотностью вещества $\sim m_0 / l_0^3$ гравитационно замыкается в максимоны.

Так как максимоны как коллапсирующиеся сгустки материи могли бы образовываться из любого ее вида, то в принципе они могли бы обладать разно-

образными свойствами, например быть или не быть сильно взаимодействующими, обладать или не обладать слабыми взаимодействиями, быть электрически нейтральными или заряженными и т.д.[2] Следовательно, для обсуждения свойств максимонов и их возможной роли в иерархии частиц кажется существенной гипотеза о том, в каком виде существовала материя в начальной стадии развития Вселенной.

Можно, конечно, предполагать (как это часто и делается), что материя на первой стадии развития Вселенной по своим свойствам ничем радикально не отличалась от известных нам форм материи, обладающей сильными, слабыми и электромагнитными взаимодействиями. Но допустимо также полагать, что материя Вселенной в самом начале ее развития обладала более элементарными свойствами.

Если попытаться соображения, приводящие к идее максимонов, изложить строго на языке теоретической физики, то следует исходить из уравнения Эйнштейна

$$R_{\mu}^{\nu} - \tfrac{1}{2} g_{\mu}^{\nu} R = -\varkappa T_{\mu}^{\nu}, \qquad \text{(I)}$$

которым описывается гравитационное поле, создаваемое материей. Материя в этом уравнении представлена тензором T_{μ}^{ν}. Он является функцией полей ψ, ψ_1, ..., ψ_n, характеризующих материю, заполняющую Вселенную. Если, следуя Гейзенбергу или просто выбирая наиболее элементарный пример, ограничиться Вселенной, заполненной для простоты одним спинорным ψ-полем, то уравнение типа Дирака, написанное для этого поля в кривом пространстве

$$D\psi = 0, \qquad \text{(II)}$$

вместе с уравнением Эйнштейна образует полную систему уравнений, описывающих данный физический мир. Исключая из этих двух уравнений гравитационное

---

[2] На протяжении статьи термин "максимон" употребляется иногда в смысле "действительно элементарной" частицы, а иногда как коллапсирующая система, состоящая, например, из нейтронов, т.е. в этом смысле как сложная система. Это обстоятельство отражает еще возможность на данной стадии рассмотрения различных толкований образа такой частицы, как максимон.

Нельзя строго исключить и такую возможность, когда при таких плотностях материи различия в свойствах исходной материи могли бы и исчезать или своеобразным образом "усредняться" в максимонах (вплоть до появления парастатистики) в условиях большого разнообразия ее форм (ферми-, бозе-материя), одновременно приводимых, например периодически (осциллирующая Вселенная), в фазу сверхплотного состояния. И обратно, система этих максимонов могла бы также определять в модельном приближении (в кварковом смысле), например, свойства тех же нуклонов. Надо сказать, что в настоящее время в квантовой теории уже утеряно былое простое представление о "действительно элементарной" частице. Например, образ нейтрона неотделим от образа π-мезона. Более того, все поля (частицы) вносят свой вклад в образ нейтрона, и обратно. Эти взаимные и "обратные" связи в природе "элементарных" частиц характерны для современных представлений.

Общая теория относительности для обсуждения "обратных" связей между "сложным" и "элементарным" представляет дальнейшие фантастические возможности. Достаточно упомянуть, что "слегка" незамкнутая Вселенная с полной массой, равной массе, например, нейтрона (полная масса замкнутой Вселенной, как известно, равна нулю), в экспериментах шварцшильдовского наблюдателя должна проявляться как частица малой (нейтронной) массы и малого радиуса (доклад автора на Весенней школе физиков, Ялта, апрель 1966 г.).

поле $g_{\mu\nu}$, мы должны для ψ-поля получить сильно нелинейное уравнение. Согласно предыдущим соображениям, следует ожидать, что у этого уравнения должны быть частицеподобные решения максимонного характера[3]. Далее, спрашивается, какое многообразие частицеподобных решений образуют системы, состоящие из максимонов, и какое отношение эти образования могли бы иметь к наблюдаемой в действительности иерархии элементарных частиц?[4] К сожалению, на данной стадии чисто качественного рассмотрения возможности максимонной структуры, например сильно взаимодействующих элементарных частиц, можно указать лишь отдельные соображения как в пользу, так и против такой возможности. В частности, можно указать, какими свойствами максимоны могут отличаться от кварков.

На данной стадии рассмотрения свойств максимонов у нас нет никаких аргументов в пользу того, что нуклоны, например, обязательно образовывать из трех электрически заряженных максимонов. Если угодно, такую возможность пока можно только потребовать. На данной стадии обсуждения не видно возражений против того, чтобы максимоны обладали гравитационными и электромагнитными взаимодействиями, но возникают определенные затруднения, если максимонам приписать свойства частиц, взаимодействующих посредством ядерных сил. Здесь речь идет о существенном отличии свойств максимонов от свойств кварков, для которых наличие ядерных взаимодействий предполагается.

Аргументы, на которых основывается предыдущее утверждение, таковы.

Для построения электродинамики допустимы очень малые фундаментальные длины, и применимость электродинамики до длин порядка l_0 не приводит к каким-либо внутренним противоречиям (слабые логарифмические расходимости).

Совсем другое дело, если ядерные силы действуют и на длинах l_0 без изменения их сильной функциональной зависимости от расстояний. Такие малые длины, как известно, несовместимы с теорией сильно взаимодействующих полей.

Если максимоны не обладают ядерными взаимодействиями, то такая ситуация может значить следующее:

а) либо сильно взаимодействующие частицы не образуются из максимонов; максимоны существуют как элементарные частицы наряду с другими элементарными частицами, в частности кварками;

---

[3] В грубом классическом приближении такое решение можно было бы наглядно представить в виде, например, предельного состояния волнового пакета из сходящихся сферических волн с длиной волны $\lambda \sim l_0$ при $t \to \infty$. Речь идет о пакете, энергия которого гравитационно замыкается в области l_0 Но игнорирование квантовой природы образа максимона делает подобные, слишком классические представления незаконными. Более того, вопрос является открытым – в какой мере конкретно обсуждаемое частицеподобное решение в классической физике устойчиво (см. теорему Папапетру [18]).

[4] Такой мир может оказаться слишком бедным, но как модель он представляет известный интерес. Усложняя рассмотрение задачи, можно было бы ввести, например, несколько родов первичных полей, придав им некоторые черты (квантовые числа), характерные, например, для кварковой симметрии. Следует подчеркнуть, что в данном случае речь идет о нелинейности уравнения для ψ-поля, которая естественно возникает в сильных гравитационных полях. На первых стадиях рассмотрения целесообразно не вводить собственную нелинейность поля (например, ту, которую вводит Гейзенберг), т.е. исследовать в чистом виде роль и возможности естественной нелинейности, вызываемой сильной гравитацией.

б) либо ядерно-взаимодействующие частицы (допустим, нуклоны) образуются из системы максимонов и именно в процессе гравитационного коллапса, о котором шла речь выше.

Последняя гипотеза могла бы означать, что ядерные силы возникают лишь в сложных системах максимонов (по аналогии с ван-дер-ваальсовыми силами в молекулах). Это значило бы, что ядерные силы в отличие от сил гравитационных и, может быть, электромагнитных не являются фундаментальными силами.

Но, спрашивается, как характерные ядерные длины ($\hbar/m_N c$) могут в принципе возникнуть в системе частиц размерами l_0 в их коллапсе[5]? Конкретизируя возможность иерархического возникновения полей, в частности возникновения ядерных сил, можно было бы проиллюстрировать его следующим образом.

Возникновение, например, в системе максимонов, допустим, не обладающих ядерными взаимодействиями, частицы, претендующей на название нуклона[6], должно сопровождаться, в частности, возникновением π-мезонного поля вокруг такой частицы ("голый" нуклон должен "одеться"). Такое поле могло бы автоматически возникнуть вместе с возникновением нуклонов, если, например, π-мезоны представляют собой системы, образующиеся из "голых" нуклонов и антинуклонов. Но тогда характерными длинами для физических ("одетых") барионов могут оказаться те длины, которые естественным образом вытекают из структур π, K и других квантов сильно взаимодействующих полей, так как при малой (по определению) затравочной массе "голого" нуклона свойства физического нуклона определяются именно этими полями.

В последовательной математической теории возникновения частиц (допустим, из ψ-поля) эта ситуация могла бы реализоваться таким образом, что именно то же нелинейное уравнение, которое способно привести к волновой функции бариона, должно бы давать и нелинейные взаимодействия между барионами (многофермионные взаимодействия), образующие π-мезоны и другие кванты сильно взаимодействующих полей.

Остается открытым вопрос, насколько эти соображения можно подтвердить анализом соответствующих уравнений хотя бы на моделях. Если действительно гравитационный коллапс максимонов (или кварков) является тем механизмом, с помощью которого строятся, например, нуклоны, то попытки характеризовать свойства составных частиц с помощью потенциальных ям всякого рода могут оказаться очень далекими от действительно реализующейся (в коллапсе) ситуации. Если максимоны обладают лишь гравитационными и электромагнитными свойствами, а способность к сильным взаимодействиям возникает лишь в сложных системах, то соответствующие свойства могут оказаться существенными и наиболее ярко выражены лишь в области электромагнитных эффектов.

---

[5] Здесь надо, конечно, сказать, что мы не знаем, что такое квантовый коллапс: пространственно-временные характеристики конечных состояний квантовых систем могут быть существенно отличными от классических.

[6] Речь идет о, так сказать, "голом" нуклоне – некой системе максимонов, масса которой $m \ll m_0$.

4. МАССА $m_1 = e/\varkappa^{1/2}$

С помощью констант – электрического заряда e и гравитационный константы – можно построить величину, имеющую размерность массы:

$$m_1 = e/\varkappa^{1/2}.$$

В классической физике частица с массой m_1 реализуется моделью, состоящей из электрически заряженной материи, в которой гравитационное притяжение уравновешивается электростатическим отталкиванием. В рамках общей теории относительности эта модель рассматривалась Папапетру [17], более подробно Боннором и особенно Арновитом, Дезером и Мизнером [8–10].

Метрика, характерная для рассматриваемой модели, имеет вид

$$ds^2 = \left(1+\frac{m_1}{r}\right)^{-2} dt^2 - \left(1+\frac{m_1}{r}\right)^2 (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2).$$

Массу такой системы можно оценить из простых условий равновесия:

$$\varkappa m_1^2 / r = e^2 / r,$$

т.е.

$$m_1 = e/\varkappa^{1/2} \sim 10^{-6}\,\text{г}. \qquad (16)$$

Отношение массы "классического" максимона к массе квантового (1) составляет

$$m_1/m_0 = (e^2/\hbar c)^{1/2} \sim 1/10. \qquad (17)$$

Здесь любопытно, что при заряде e имеется одно и только одно значение массы в статической модели частицы.

Другая любопытная черта этой модели это то, что с данной протяженной частицей не связана какая-либо характерная длина, так как одинаковая зависимость от расстояния гравитационного и кулонова взаимодействий делает возможным установление равновесия при любых размерах сферически-симметричной системы и любого центрально-симметричного распределения плотностей в ней[7]. Видимо, гравитационное и электростатическое равновесие должно нарушаться, если встречаются два классических максимона с такой относительной кинетической энергией, что полная масса системы $M > 2e/\varkappa^{1/2}$.

С классической точки зрения частица с зарядом $\varepsilon < (\hbar c)^{1/2}$ и массой m_0, равной

---

[7] В квантовой области даже в случае $M = 2e/\varkappa^{1/2}$ два классических максимона могли бы образовать коллапсирующую систему, "просачиваясь" через энергетический барьер, который здесь не очень высок.

массе квантового максимона, не является статической системой. Эта система становится статической при электрическом заряде[8] $\varepsilon = (\hbar c)^{1/2}$.

Можно указать дальнейшие соображения, в силу которых квантовые максимоны не могут обладать некоторыми свойствами кварков.

Квантовый максимон представляет собой материю, гравитационно замкнутую в области, меньшей его гравитационного радиуса. Из этой области невозможно возникновение какого-либо излучения. В частности, квантовый максимон не может распадаться ни сильным, ни слабым образом. Как известно, в кварковой модели частиц λ-кварк тяжелее других кварков, и между кварками возможен переход с излучением, в частности лептонов.

Классический максимон в отличие от квантового не является системой в состоянии коллапса. Классический максимон в отличие от квантового необходимо электрически заряжен. Обладая огромной массой, он, если не предполагать специальных запретов (например, дробных электрических зарядов), должен был бы быстро распадаться. Другими словами, классические максимоны не могли бы существовать в свободном состоянии без специальных запретов. Но и в последнем случае (т.е. в случае наличия целочисленного, например электрического, заряда) этот максимон мог бы играть роль структурных единиц в системах с огромными дефектами масс, представляющих известные элементарные частицы.

Особенностью максимонов является то обстоятельство, что своеобразный механизм образования малой массы из системы максимонов возникает здесь естественным образом. Но качественная характеристика этих сил, по крайней мере на первый взгляд, отличается, видимо, от той, которая требуется, например, для реализации SU_3-симметрии в области сильно взаимодействующих частиц: казалось бы, гравитационные силы не должны различать частицы и античастицы.

Другими словами, если из максимонов-кварков можно построить, например, барионы, то уже π-мезоны следует, в согласии со сказанным выше, строить из барионов и антибарионов непосредственно, как это предполагалось в докварковых моделях составных частиц. Иначе говоря, динамика может существенно менять кварковую симметрию[9].

Более определенные (положительные или отрицательные) ответы на эти вопросы следует ожидать после анализа нелинейных уравнений того типа, о котором шла речь выше при различных предположениях (в условиях сверхбольшой плотности энергии) о полях, из которых образован тензор T_{μ}^{ν}. Обсуждение возможного существования максимонов и их возможной роли в иерархии частиц –

---

[8] Здесь речь идет о заряде (ε) "голой" частицы в классической физике. В квантовой теории физический заряд (e) может оказаться равным заряду электрона независимо от заряда "голой" частицы ($\varepsilon > e$). К этому результату может привести эффект поляризации вакуума, столь сильно экранирующий (на малых расстояниях $\sim l_0$) электрический заряд "голой" частицы. Заряд "голой" частицы можно принять универсальным и равным, например, $\varepsilon^2 = \hbar c$. С этой точки зрения константа e не является фундаментальной константой теории.

[9] Допустим, например, что системы из свободных кварка и антикварка не образуются, вернее, их время жизни буквально близко к нулю.

это попытка предугадать некоторые качественные своеобразные черты той нелинейной физики, которая возникает в сильно гравитационных полях, вызванных сверхплотным состоянием того или иного (возможно, простого) вида материи.

Если учет квантового характера коллапса максимонов сохранит классическую возможность образовывать результирующие системы как угодно малых масс, то было бы трудно думать, что эти системы существуют как частицы, помимо тех частиц, которые нам известны из опыта. Если в последовательной квантовой теории такая возможность окажется запрещенной[10], то тогда максимоны должны в принципе существовать как частицы в ряду других частиц и, может быть, наряду с кварками.

Кстати, широко используемое нами соотношение $l_0 = (\hbar\varkappa/c^3)^{1/2}$ связывает между собой мировые константы. И вопрос о том, какие константы в этом соотношении являются фундаментальными, а какие производными, остается открытым. Можно, например, считать, что

$$\hbar = l_0^2 c^3 / \varkappa, \tag{18}$$

т.е. фундаментальной константой является длина, а постоянная Планка – лишь следствием существования фундаментальной длины. Соотношение (18) представляло бы интерес, если бы возможно было построить теорию, в которой квантовые эффекты являлись следствием фундаментальной длины l_0. Если угодно, в таком виде возникает идея сведения квантовых свойств к геометрии.

5. ПОВЕДЕНИЕ МАКСИМОНОВ В ВЕЩЕСТВЕ

Так как для рождения максимонов необходима энергия порождающих их частиц $\sim 10^{28}$ эВ, то возможность рождения максимонов даже на ускорителях отдаленного будущего исключена. Но можно предположить, что материя Вселенной в начальной стадии ее развития в существенной своей части состояла из максимонов. Предполагая, что со временем изначально существовавшие максимоны благодаря механизму коллапса малых масс превратились частично в известное нам вещество, все же допустимо полагать, что некоторая часть первоначальных максимонов могла бы сохраниться и до настоящего времени[11].

Кстати, легко видеть, что в настоящее время в максимонном состоянии могла оказаться настолько существенная часть всей материи, чтобы обеспечить замкнутость нашей Вселенной. Действительно, критическая плотность материи, обеспечивающая замкнутость Вселенной, – это $\rho_c \sim 10^{-29}$ г/см^3. Это значит, что при массе 10^{-5} г для замкнутости Вселенной достаточно плотности максимонов[12]

---

[10] Например, два максимона обязательно переходят в один максимон с излучением в какой-то форме лишней массы системы.

[11] Мы не анализируем механизма выгорания максимонов в первичной стадии развития Вселенной. Материя в сверхплотном состоянии может обладать свойствами, которые пока нельзя предвидеть. Мы не знаем, какой статистике должны подчиняться максимоны в сверхплотном состоянии (Бозе, Ферми или даже парастатистике).

[12] Это значит, что на один нуклон во Вселенной приходится лишь 10^{-19} максимона (плотность нуклонов 10^{-5} нуклон/см^3).

$\sim 10^{-24}$ частиц/см^3. (19)

Соответствующие потоки могли быть равными

$N \leqslant 10^{-24}c \sim 10^{-14}$ частиц/см$^2 \cdot$ с. (20)

Верхнюю границу потока N во Вселенной можно оценить из данных о температуре Земли. Энергия, отдаваемая потоком максимонов планете, не должна превышать тепловой режим Земли, известный по геофизическим данным. Согласно геофизическим данным [12], теплота, возникающая в 1 см^3/с в Земле, порядка $H = 2 \cdot 10^5$ эВ. Если температура Земли находится в равновесном состоянии и если максимоны отдают Земле всю свою энергию, то поток (N) максимонов, падающий на Землю, не должен превышать

$$N \leqslant RH/3m_0 \; (4\pi R^2 N m_0 = \tfrac{4}{3}\pi R^3 H), \tag{21}$$

где R – радиус Земли. Для N получаем[13]

$N \leqslant 10^{-14}$ частиц/см$^2 \cdot$ с. (22)

Числа (20) и (22) не противоречат друг другу, так как на самом деле средняя скорость максимонов, очень вероятно, много меньше c и это та скорость, которую приобретают частицы в полях тяготения небесных тел, т.е. $10^6 - 10^7$ см/с. Другими словами, при условии (19) потоки максимонов на поверхности Земли могли быть порядка

$10^{-14} \geqslant N \geqslant 10^{-18} - 10^{-17}$ частиц/см$^2 \cdot$ с. (23)

Любопытно поведение максимонов в веществе при тех скоростях, которые эти частицы приобретают в полях тяготения небесных тел, например при своем падении на Землю. При таких относительно малых скоростях ($10^6 - 10^7$ см/с) максимоны должны обладать колоссальной кинетической энергией:

$$E = m_0 v^2 / 2 \sim 10^{20} \text{ эВ}. \tag{24}$$

Но обладая такой большой кинетической энергией, заряженные максимоны не могут образовывать ионизационных треков. Действительно, максимальное значение энергии, которая может быть передана электрону в его столкновении с максимоном, это

$$T_{\max} = 2m_{el} v^2 < 0{,}01 \text{ эВ}, \tag{25}$$

если $v = 10^6$ см/с.

При столкновении с нуклонами передаваемая энергия возрастает до 10 эВ в акте соударения. Если принять, что сечение для подобных столкновений порядка атомных (10^{-16} см^2), то энергетические потери на 1 м пути максимона в веществе

---

[13] Для того чтобы энергетический баланс Солнца существенно определялся падающими на Солнце максимонами, необходимо $N \sim 10^{-8}$ частиц/см$^2 \cdot$с. Вообще говоря, вблизи массивных небесных тел могла бы быть более плотная максимонная атмосфера.

составляют

$$\Delta E \leqslant 10^{10} \text{ эВ}, \qquad (26)$$

что ничтожно по сравнению с кинетической энергией, получаемой максимоном при его падении на Землю ($\sim 10^{20}$ эВ). Даже при энергетических потерях порядка (26) максимон способен пройти в твердом теле путь $>10^7$ км. Другими словами, максимоны могли бы длительное время двигаться по орбитам, находящимся внутри нашей планеты. Максимоны, медленно теряя свою энергию, должны в конце концов скапливаться в центре планеты, объединяясь в обычное вещество с огромным выделением энергии, повышая температуру центральных областей Земли.

Если поток таких частиц не намного меньше 10^{-14} частиц/см^2, то через площадь 1000 м^2 за 1 год прошла бы одна такая частица. Но если эти частицы, хотя бы и заряженные, имеют скорости 10^6 см/с, то, видимо, нельзя указать прямого способа детектирования.

Как было указано, их нельзя наблюдать по ионизующей способности. Их, по-видимому, нельзя наблюдать калориметрически – их энергетические потери порядка ионизационных потерь заряженных проникающих космических частиц ($< 10^7$ эВ/см). Переходное электромагнитное излучение хотя и не зависит от массы излучающей частицы, но очень мало по абсолютной величине [1].

В принципе такая частица должна вызывать механические колебания в твердом теле – звучать, но "свист" такой частицы (по грубой энергетической оценке) более чем в 10^7 раз слабее свиста пули[14].

На поверхности Земли действие силы тяжести на максимон выражается в виде

$$mg \sim 10^{-2} \text{ дин.}$$

Это значит, что на межмолекулярных расстояниях $\sim 10^{-7}$ см эти силы могут совершать работу

$$mgh \sim 10^{-9} \text{ эрг} \sim 10^3 \text{ эВ.}$$

Это, видимо, значит, что ни в каком "сосуде" на поверхности Земли эти частицы нельзя обнаружить. Они под действием сил тяжести проваливаются к центру планеты. Правда, при некотором благоприятном стечении обстоятельств косвенные указания о существовании такой частицы можно было бы получить в подземном нейтринном эксперименте.

Действительно, если в центре Земли максимоны, превращаясь в обычную материю, отдают свою энергию в виде излучения, то в ливне частиц с общей энергией $\sim 10^{28}$ эВ мог бы возникнуть и относительно большой, сильно направленный поток электронов, мезонов и, может быть, даже нейтрино, например, с энергией $10^{25} - 10^{15}$ эВ.

При больших энергиях электроны и даже μ-мезоны ($E_\mu > 10^{12}$ эВ) теряют в

[14] Кинетическая энергия пули (5 г) почти того же порядка (10^{22} эВ); она теряется на расстоянии ~1 км пути, максимон ту же энергию теряет на расстоянии $\gtrsim 10^7$ км.

среде энергию на образование γ-квантов в процессе торможения в кулоновом поле ядер. Но при еще больших энергиях радиационные потери в плотных средах снова уменьшаются (эффект Ландау–Померанчука [4]; см. также более подробную работу Мигдала [6]); сечение Бете–Гайтлера порядка $d\nu/\nu$ переходит в плотных средах в $\sim d\nu/(E_0\nu)^{1/2}$). Например, тормозное сечение электрона с энергией $E_0 \sim 10^{17}$ эВ падает по сравнению с соответствующим сечением Бете–Гайтлера на 2 порядка [7][15]. Электрон при этих энергиях становится проникающей частицей. При обсуждаемых энергиях (10^{20} – 10^{25} эВ) пробеги электронов и μ-мезонов в грунте могут оказаться сравнимыми с радиусом Земли.

Таким образом, в подземном нейтринном эксперименте могли бы наблюдаться коррелированные одновременные "нейтринные события", т.е. ливни проникающих частиц (электронов, мезонов), идущие "снизу вверх". Это лишь в том случае, если физикам повезет, т.е. если выполняется ряд условий[16].

Небесные тела (начиная с небольших метеоритов), собирая максимоны гравитационными силами, могли бы служить источником космических лучей и, может быть, существенно определять самый верхний участок энергетического спектра. Таким образом, этот участок спектра мог бы состоять не только из протонов, но также из электронов и γ-квантов.

Так как возникновение максимонов возможно только в сверхплотной материи, то обнаружение максимонов (которые могут быть только реликтовыми частицами) было бы решающим экспериментальным свидетельством в пользу фридмановской Вселенной и того, что действительно Вселенная в своем развитии проходила через состояние сверхплотной материи. В тех космологических моделях, в которых Вселенная в своем развитии не проходит через сверхплотное состояние материи, не должно быть свободных максимонов.

Широко распространенное скептическое отношение к возможной роли гравитационных эффектов в теории элементарных частиц основано на "боязни"

---

[15] На оценки Поманского [7] указал мне Г.Т. Зацепин, которому я благодарен и за обсуждение вопроса.

[16] Обсуждаемая возможность имеет смысл в том и только в том случае, если при коллапсе максимонов в центре планеты рождается γ-квант не намного порядков меньше массы максимона, давая начало грандиозному каскадному ливню. Такая возможность имеет известное основание, если максимон не обладает ядерными взаимодействиями.

Острая направленность ливневого конуса частиц – еще одна характерная черта физики сверхвысоких энергий. Например, пара электронов, рожденная от фотона энергии $E_\gamma \sim 10^{20}$ эВ, на пути, равном радиусу Земли ($\sim 10^9$ см), разойдется (в пустоте) на расстояние ($\theta \sim m_e c^2/E_\gamma$) $d > 10^{-5}$ см!

Если слабые неупругие процессы действительно растут с энергией линейно, тогда при обсуждаемых энергиях должны существенную роль играть эффекты возникновения нейтрино больших энергий:

$$\mu + N \to N' + \nu_\mu + n\pi, \quad e + N \to N' + \nu_e + n\pi.$$

При $E_\nu \sim 10^{15}$ эВ сечение нейтринного события $\sigma(\nu_e \to e) > 10^{-34}$ см^2, т.е. пробег нейтрино таких энергий укладывается внутри планеты. Возможны и другие механизмы образования нейтрино больших энергий (тормозное излучение μ-мезонами нейтринных пар и т.д.).

малых длин, характерных для гравитации. Этот скептицизм поддерживается соображениями, что для последовательной теории, казалось бы, необходимы длины порядка нуклонных (~10^{-14} см). Но, во-первых, существует наиболее разработанная теория поля (электродинамика), где такие малые длины ~l_0 приемлемы [5]. А, во-вторых, вместе с иерархией частиц мыслима и иерархия взаимодействий, о которой шла речь выше.

В частности, идея, трактующая ядерные силы как силы нефундаментальные, как силы, возникающие в относительно сложных системах, на относительно больших расстояниях, пока не является абсурдной. Она может оказаться эвристически ценной идеей в поисках последовательной теории полей. Как некоторый парадокс следует отметить, что наиболее скептически мыслящие физики XX века – Паули, Ландау – высказались определенно в пользу возможной фундаментальной роли гравитации в физике элементарных частиц [13, 19].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гинзбург В.Л., Франк И.М.* // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 1.
2. *Зельдович Я.Б.* // Там же. 1962. Т. 42. С. 641.
3. *Зельдович Я.Б., Новиков И.Д.* // Успехи физ. наук. 1964. Т. 84. С. 377.
4. *Ландау Л.Д., Померанчук И.Я.* // Докл. АН СССР. 1953. Т. 92. С. 535.
5. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1947. Т. 17. С. 748.
6. *Мигдал А.Б.* // Там же. 1957. Т. 32. С. 633.
7. *Поманский А.А.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1964. Т. 23. С. 1826.
8. *Arnowitt R., Deser S., Misner C.W.* // Phys. Rev. 1960. Vol. 120. P. 313.
9. *Arnowitt R., Deser S., Misner C.W.* // Ann. Phys. 1965. Vol. 33. P. 88.
10. *Bonnor W.B.* // Ztschr. Phys. 1960. Bd. 160. S. 59.
11. *Fermi E., Yang C.* // Phys. Rev. 1949. Vol. 76. P. 1739.
12. *Isaaks J.D., Bradner H.* // Geophys. Res. 1964. Vol. 69. P. 3883.
13. *Landau L.D.* // Niels Bohr and development of physics / Ed. W. Pauli, with assistance of L. Rosenfeld and V. Weisskopf. L.: Pergamon press, 1955. P. 52.
14. *Markov M.A.* On the classification of fundamental particles // Acad. of Sci. USSR. Moscow, 1955.
15. *Markow M.A.* // Proc. Sixth Rochester Conf. 1956.
16. *Markow M.A.* // Progr. Theor. Phys. 1965. Suppl.: Commemoration issue for the 30th anniversary of the meson theory by Dr. H. Yukawa. P. 85.
17. *Papapetrou A.* // Proc. Roy. Irish Acad. A. 1948. Vol. 51. P. 191.
18. *Papapetrou A., Treder H.* // Ann. Phys. 1959. Bd. 3. S. 345.
19. *Pauli W.* // Helv. phys. acta. 1956. Suppl. 4. P. 69.
20. *Sakata S.* // Progr. Theor. Phys. 1956. Vol. 16. P. 686.

FORM FACTORS AND TOTAL CROSS SECTIONS OF WEAK AND ELECTROMAGNETIC INTERACTIONS*

In my report I would like to touch upon possible effects of the form factors, arising as a result of strong interactions, on the total cross sections of weak and electromagnetic processes. In particular, I shall speak about the effects of inelastic reactions of the type

$$\nu_\mu + n \to p' + \mu^- + \ldots$$

$$e^- + e^+ \to p + \tilde{p} + \ldots$$

$$\gamma + p \to p' + \Omega^- + \tilde{\Omega}^- + \ldots$$

$$e + p \to e' + p' + \ldots$$

$$\nu_\mu + z \to z' + \mu^+ + \mu^- + \nu'_\mu + \ldots \text{etc}.$$

At the same time, I would like to use this occasion to make some general statements (however not grounded theoretically, as yet) concerning the total cross sections of such reactions induced by weak and electromagnetic interactions. As it is known, at high energies the form factors of strong interactions weaken the energy dependence of elastic and quasielastic weak and electromagnetic processes as compared with the calculated cross sections in which the form factors are not taken into account, i.e. as compared with the cross sections of "point" particles. At the same time the strong interactions, which give rise to form factors, at extremely high energies lead to the appearance of an infinite number of new reaction channels. Decreasing the cross sections of elastic weak and electromagnetic processes the strong interactions tend as if to compensate this decrease at the expense of the total cross sections.

The question arises to what extent these total cross sections in their magnitude and energy dependence may approach the corresponding cross sections for weak and electromagnetic processes calculated in the approximation of point particles. It seems to me that there must exist certain general theorems and I would like to formulate a working hypothesis of the intutive character concerning such theorems.

We denote the cross section of a given weak or electromagnetic interaction of point particles by σ_0. Here we imply the processes of the type

$$\nu_\mu + n \to p + \mu^- : \quad p + e \to p' + e' : \quad p + \tilde{p} \to e^+ + e^- ;$$

$$\gamma + p \to p + w^+ + w^- : \quad \gamma + p \to p + q + \tilde{q} \ \text{etc}.$$

The total cross sections for given initial states, taking into account the form factors and the

* The Report was presented at the CERN-JINR Seminar on the perspectives in high energy physics. June 1967, Riga. Dubna, 1969. (Prepr. / JINR; E2-4370).

hadron production, are denoted by σ_{tot}^{form}. Now the hypothesis which I would like to formulate is represented by the relation

$$\sigma_{tot}^{form} \geqslant \sigma_0 \tag{1}$$

at

$$E_0 \to \infty.$$

May be such a general theorem does not exist and this intuition is of a purely subjective character. As a matter of fact, these considerations were made several years ago [5] and after that some experimental facts [2] and theoretical arguments [3] appeared which are capable of giving a certain support to the hypothesis about the existence of such a theorem.

It is known that the cross section σ_0 calculated for the process

$$n + \nu_\mu \to p + \mu^- \tag{2}$$

increases linearly with energy in the Lab. system.

According to the CERN experiments the elastic cross section (2) becomes constant at $E_\nu \approx 1$ GeV. Yet, it is also known, according to the CERN data, that the total cross section for the process

$$n + \nu_\mu \to p + \mu^- \ldots \tag{3}$$

at least, increasing again linearly with energy

$$\sigma_{tot}^{form} \geqslant\sim E_\nu . \tag{4}$$

Underground experiments with neutrino flux in cosmic rays have shown that the cross section continues to increase with energy at least, up to 10^{11} eV.

An interesting result in this sense was obtained in a recent theoretical paper of J.D. Bjorken [3] on the total cross section for the annihilation of an electron-positron pair into hadrons at high energies. A rather trivial example may be given when σ_{tot}^{form} is beforehand known to be larger than σ_0.

In the electron-neutron scattering there arises a direct electric interaction of particles, only if the strong interactions are taken into account. Processes of the type

$$n + e \to p + \pi^- + e' \tag{5}$$

which are due to the strong interaction, contribute also to the corresponding total cross section.

A certain primitive model of the form factors in question is the electron cloud of a hydrogen atom.

It is known that if one considers the interaction of a bound electron (i.e. the electronic cloud) with photons and calculates the self energy of the electron using only the functions of the bound state, then for the electron self energy one obtains a finite (nondivergent) value [1].

If the intermediate states include also the states of the continuous spectrum (i.e. all the "inelastic" processes are taken into account), then there arises the same divergence as in the case of the point electron.

At present we are trying to find more general theoretical arguments which would give grounds for the above point of view on the inelastic interactions. For the time being we make the statement formulated as a working hypothesis and consider some its consequences.

From the point of view of this hypothesis of most interest are the reactions with large momentum transfer, when there is a strong energy dependence of the cross section, if the interaction is assumed to be a point one.

For instance, if the hyperon Ω^- has really spin 3/2 then the cross section for pair production $\Omega^- + \tilde{\Omega}^-$ by gamma quanta on a point Coulomb centre of charge x has (as was shown by A. Komar [4]) the form

$$\sigma \approx z^2 r_0^2 \alpha \left(\frac{E_\gamma}{m_\Omega}\right)^6 \cdot 10^{-2}; \quad r_0 = \frac{c^2}{m_\Omega c^2}. \tag{6}$$

The account of the nuclear form factor change strongly the energy dependence

$$\sigma \approx z^2 r_0^2 \alpha \left(\frac{E_\gamma}{m_\Omega}\right)^3 \left(\frac{q_{\max}}{M_\Omega}\right)^3. \tag{7}$$

If

$$m_\Omega \approx 2M_p, \quad t_0 \approx 10^{-16} \text{ cm}$$

then

$$\sigma_{\gamma p\Omega}: \quad \gamma + p \to p + \Omega^- + \tilde{\Omega}^-$$

in the Lab. system

$$\sigma_{\gamma p\Omega} \approx 10^{-2} \alpha r_0^2 \left(\frac{E_\gamma}{m_\Omega}\right)^3 \left(\frac{M_p}{2m_\Omega}\right)^3 \tag{8}$$

at

$$E_\gamma = 20M_p; \quad \sigma^0_{\gamma p\Omega} \approx 0{,}3 \cdot 10^{-33} \text{ cm}^2.$$

If $E_\gamma = 20\, M_p$ is high enough for the "total" inelastic process

$$\gamma + p \to p + \Omega^- + \tilde{\Omega}^- + \ldots$$

then

$$\sigma_{\text{tot}}^{\text{form}} \geqslant 10^{-33} \text{ cm}^2. \tag{9}$$

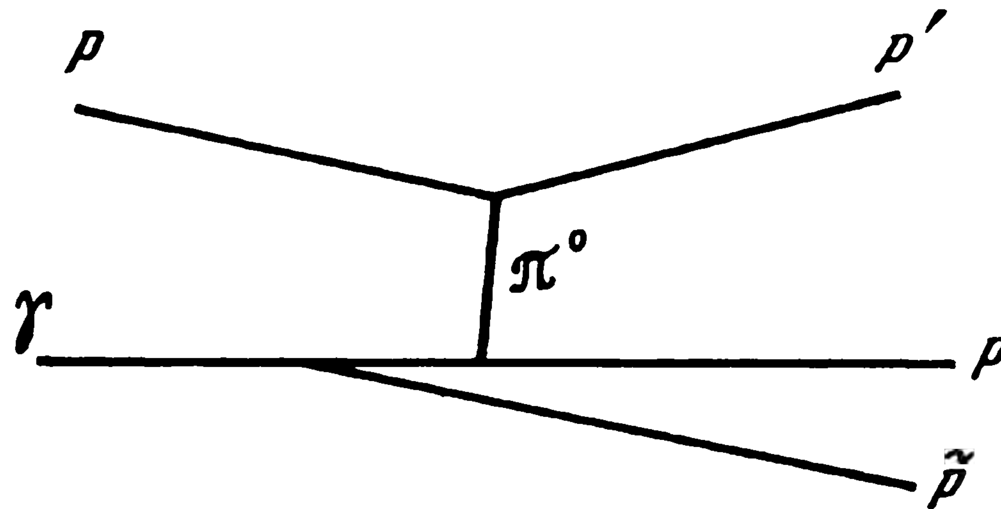
We may remind that for purely electromagnetic process $\gamma + p \to p + \tilde{p} + p$

$$\sigma_0 \approx 10^{-33} \text{ cm}^2.$$

According to the DESY data

$$\sigma_0 \approx 10^{-31} \text{ cm}^2.$$

This may be interpreted as follows: in the diagram



the momentum is transferred to the proton by means of π^0. In other words, due to the action of the strong interactions in the intermediate state, the electromagnetic effect of nucleon pair production increases by two orders.

If Ω^- has spin 3/2 then for photoproduction of $\Omega^- + \tilde{\Omega}^-$ the cross section may be expected to be about 10^{-31} cm in the region $E_\gamma \approx 20\, M_p$.

At higher gamma quantum energies (e.g. $E_\gamma \approx 40\, M_p$) the cross section for $\Omega^- + \tilde{\Omega}^-$ pair production may turn out to be larger than that for nucleon-antinucleon pair production.

I have pointed to this reaction since it is also of interest independently of the philosophy presented above. This large increase of the cross section for production of high-spin particles, is of a special interest, in itself.

The strong energy dependence facilitates the search for pairs of such particles by means of high energy beams.

It is possible that the search for high spin hyperons (a.g. 5/2 and 7/2) may be of interest in cosmic-ray physics.

Returning to our hypothesis concerning inelastic processes we may note that the above considerations might be extended to the production of quarks

$$\gamma + p \to p + q + \tilde{q} + \ldots$$

The cross section of this process in high energy limit might approach or be even larger than the electromagnetic one

$$\gamma + p \to p + q + \tilde{q}$$

calculated for point particles. The same may be valid for the production of intermediate boson pairs.

Analogously we may expect a certain increase of the cross section of noncoherent production of $\mu^+\mu^-$ pairs on nucleons

$$\nu_\mu + z \to z' + \mu^+ + \mu^- + \nu'_\mu + \ldots$$

The noncoherent production may give even larger contribution than the coherent one, for example on lead. Even in this case it is doubtful that the cross section for $E_\nu \approx 10$ GeV on lead would essentially exceed 10^{-40} cm^2. Apparently, a corresponding experiment will require that the proton beam intensity be larger than $5 \cdot 10^{12}$ proton/sec. This effect is of

interest of principle since it answers the question whether the direct interaction $(\nu\mu)(\nu\mu)$ exists or not.

To my mind the invesigation of the process

$$\nu_\mu + p \to p' + e^+ + e^- + \nu'_\mu$$

is of the same interest as the search for the process $\nu_\mu p \to \nu'_\mu p'$ which relates to the existence of the so-called neutral currents in weak interactions.

The search for $(\nu_\mu e)(\nu_\mu e)$ interaction has some advantage since in this case the cross sections may be larger by two orders.

REFERENCES

1. *Блохинцев Д.И.* Доклад на семинаре ФИАН, 1938 // Сборник научных работ и статей. Дубна, 1958. Т. 2. С. 333.
2. *Марков М.А.* Нейтрино. М.: Наука, 1964. С. 81.
3. *Bjorken J.D.* // Phys. Rev. 1966. Vol. 143. P. 1987.
4. *Komar A.* // Nucl. Phys. 1958. Vol. 9. P. 56.
5. *Markov M.A.* Neutrino. Dubna, 1963. 54 p. (Prepr. / JINR; P-1269).



Слева направо: Н.Н. Боголюбов, М.А. Марков, Г. Наджаков (Болгария), И.М. Франк. Дубна, Объединенный институт ядерных исследований, 1972 г. Фото Ю. Туманова

ON BARYON ASYMMETRY OF THE UNIVERSE*

No evidence exists that the Universe contains appreciable amounts of antimatter.

It was shown [1, 6, 9, 11, 16] that it is possible to explain the baryon asymmetry of the Universe starting with charge symmetric initial state of the Universe assuming a baryon number violation, CP-nonconservation and deviation from thermal equilibrium at an early stage of the Universe expansion. On the other hand it seems a priori it is thinkable a World ("Antiworld") which contains appreciable amounts of antimatter instead of matter. The article considers a possibility in the frame of which there is no limit for existence of many universes and antiuniverses.

It seems that at present the attempts to consider a pure mechanical mechanism of separation of matter form antimatter like [15] are not very popular with theorists.

Twenty years ago M. Goldhaber had published in the journal "Science" [8] a fantastic hypothesis.

Now I am going to show one more realistic possibility where some aspects of the fantastic Goldhaber's idea are reduced to a level of a triviality.

According to Goldhaber idea, at the very beginning there was only one particle of a very great mass – "Universon". Further at a moment the Universon had decayed into "Cosmon" and "Anticosmon".

Before considering a new idea, which was mentioned above it is necessary to remember the O. Klein article [10] in which the solutions of Einstein equations with so called semiclosed metric were considered.

It is sufficient to recall that the metric of the closed Friedmann world is [2]:

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t)\{d\chi^2 + \sin^2\chi(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\}.$$

The dimensions of the surface in this world reckoned from $\chi = 0$ are written in the form:

$$S \sim R^2(t)\sin^2\chi.$$

With increasing χ this surface increases up to $\chi = \pi/2$, then it infinitely decreases at $\chi \to \pi$.

For $\chi = \pi$ the world becomes closed.

If we cut out in this world the matter from $\chi = 0$ to $\chi_0 = \pi - \delta$, where, for instance δ is very small and then we link the metric with Schwarzschild metric then accorindg to O. Klein we get Friedmann world with an external continuation ("mit Aussenwelt").

The total mass of the system is given by formula

$$M_{\text{tot}} = \frac{4\pi}{3}\mu R_{\max}^3 \sin^3(\pi - \delta),$$

where $R_{\max}$ – the radius of the Friedmann part of the world at the moment of the maximum of the expansion, μ – the corresponding density of matter.

If δ tends to zero M_{tot} tends to zero as well. In classical physics M_{tot} may be equal, for instance, to the mass of the neutron, provided δ is small enough.

* Prepr. / INR; P-0162. Moscow, 1980.

The closed world should be electricaly neutral [2]. If the metric of a Friedmann world is deformed by the presence of only one electron so the corresponding metric can not be closed. In this case according to calculations even for such a small electric charge any universe must be incompletely closed and the closed Friedmann metric is deformed by the charge must have outside a Nordström-Reissner metric ("Aussenwelt").

In this case the total mass of the universe is equal to

$$M_{\text{tot}} = e/\sqrt{\varkappa} \sim 10^{-6} \text{ gr},$$

where e is the electric charge, $\varkappa$ – the gravitational constant. And the total size of the world (for an observer from outside[1]) is equal to

$$r \sim e\sqrt{\varkappa}/c^2 \sim 10^{-33} \text{ cm}.$$

In the articles [4, 13, 14] such a system was called "Friedmon". Such objects were called also "black holes of the second kind" [14] if the internal metric is described by Friedmann metric provided that

$$\pi/2 < \chi_{\text{max}} < \pi - \delta.$$

In the case of the black holes of the second kind the internal size ($l_{\text{Int}}^{\text{max}} = R_{\text{max}}(\pi - \delta)$) and external size ($l_{\text{ext}}^{\text{max}} = R_{\text{max}} \sin(\pi - \delta)$) are quite different. For the black holes of the first kind ($0 < \chi_{\text{max}} \leqslant \pi/2$) the external and internal sizes are practicaly the same: the mass defect of the bare mass is small.

According to quantum theory these black holes have the mass spectrum (for the Schwarzschild observer) like [12]

$$M_{\text{tot}} \sim \mu_0\sqrt{2n+1}, \qquad (1)$$

where $\mu_0 = \sqrt{\hbar c/\varkappa} \sim 10^{-5}$ gr.

As it was possible to foresee, the energy spectrum is discrete. It is a result of the finite movement of matter inside Schwarzschild sphere of the black hole.

Inside the black holes of the second kind the spectrum of "bare" mass has the same structure [7, 12]

$$M_{\text{bare}} \sim \mu_0\sqrt{2N+1},$$

where N may be extremely large, but the M_{bare} must almost be completely damped by the gravitational defect.

The internal situation in the case of small external and very large internal N is practicaly the same as the situation in a closed world [7].

The black holes of the small n can be generated in pairs as the other particles and antiparticles. For such a pair production it is not necessary to have a nonrealistic fantastic

---

[1] But inside such an universe may be like ours with many galaxies and even civilizations...

amount of the energy: it is enough to use[2] energy $E \sim 10^{-5}$ gr $\cdot\, c^2$ if $n \sim 1$. From that point of view only accidentally we are inside in the baryonic but not inside an antibaryonic universe.

If in such an universe $n > 1$ but ~1, the corresponding black hole (universe) radiates thus reducing n to zero. The ground state of any black hole according to formula (1) is stable. By small n the radiation of the black hole is very different from Hawking radiation (radiation of a black body) it is rather like the radiation of the oscillatoric type but with wave lengths of the order of the gravitational radius of the black hole. Of course, the quantum mini-objects in General Relativity have been very little investigated [12]. But it was shown that many properties of the quantum mini-objects (black holes particularly) are very different from macroscopical ones: the other character of the radiation, the stability of the final state of the black hole, the existence of the specific quantum "hair" – as a result of the tunnel-effect through the Schwarzschild sphere and so on.

In the case of nonstability of the elementary black holes of the second kind the black holes radiating an energy $\sim \mu_0\sqrt{2n+1}$ are converted into closed universes.

According to the point of view under consideration the creation of the elementary black holes (stable or unstable) must take place in an external (for them) world (in "Aussenwelt"). More than that, this external universe in its turn must have the same origin, it means to be created in its turn in its own external world and so on. Thus we are coming to the possibility of a peculiar endless universe. In that model of the Universe there is a further relativization of our notions, the notions of the "micro" and "macro".

REFERENCES

1. *Кузьмин В.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1970. Т. 13. С. 335.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1973.
3. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1973. Т. 64. С. 1105.
4. *Марков М.А., Фролов В.П.* // Теорет. и мат. физика. 1970. Т. 3. С. 3.
5. *Марков М.А.* О природе материи. М.: Наука, 1976.
6. *Сахаров А.Д.* // Письма в ЖЭТФ. 1967. Т. 5. С. 32.
7. *De Witt B.S.* // Phys. Rev. 1967. Vol. 160. P. 1113.
8. *Goldhaber M.* // Science. 1956. Vol. 124. P. 218.
9. *Ignatiev A.Yu., Krasnikov N.V., Kuzmin V.A., Tavkhelidze A.N.* // Phys. Lett. B. 1978. Vol. 76. P. 436.
10. *Klein O.* Werner Heisenberg und die Physik unserer Zeit. Braunschweig, 1961.
11. *Kuzmin V.A., Shaposhnikov M.E.* Barion assymetry of the Universe versus leftright symmetry. Moscow, 1980. (Prepr. / INR; P-0138).

[2] In classical physics a charged elementary black hole has less mass – $M^e_{\text{tot}} \sim 10^{-6}$ gr. But in the quantum theory as a calculation shows the elementary charged black hole of the second kind has the same "quantum" mass [3, 5]:

$$^{q}M^e_{\text{tot}} \sim 10^5 \text{ gr} \sim \sqrt{\frac{\hbar c}{\varkappa} + \frac{e^2}{\varkappa}}.$$

12. *Mal'tsev V.K., Markov M.A.* Quantum mini-objects in general relativity. Moscow, 1980. (Prepr. / INR; P-0160).

13. *Markov M.A.* // Ann. Phys. 1970. Vol. 59. P. 109.

14. *Markov M.A.* // Gravitation, radiation and gravitational Collapse / Ed. C. De Witt-Morette. L., 1974.

15. *Omnes R.* // Phys. Rep. 1972. Vol. 3. P. 1.

16. *Yoshimura M.* // Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 41. P. 281.

MISTERY OF LARGE AND SMALL NUMBERS IN COSMOLOGY*

Many years ago Dirac [3] (1938) paid attention to the fact that two large numbers are close, namely the ratio of the electric force acting between electron and proton to the gravitational force between them

$$\frac{e^2}{\varkappa m_e m_p} \sim 10^{40}, \tag{1}$$

and the ratio of the modern radius of the Universe horizon to the classical electron radius

$$\frac{R_t}{e^2 / m_e c^2} \sim 10^{40}. \tag{2}$$

If this coincidence in numbers is not accidental, it must reflect some deep connections between the characteristic properties specific for the micro-world and the parameters characterizing the Universe as a whole.

If the above-mentioned coincidence of numbers remains unchanged in all the times in the expanding Universe, then the gravitational constant must be timedependent.

At the present time there is apparently little experimental evidence for the verification of this hypothesis.

But one can consider such a situation when our Universe is closed and its dimensions differ from the maximum ($R_{\max}$) only within the order of magnitude.

It should be noted that relations (1) and (2) admit some revision.

For example, why proton mass enters in relation (1)?

Over forty years ago, when these relations were written by Dirac, there were no other elementary particle masses[1].

At present the elementary particle mass spectrum is characterized by more than three hundred particles. Evidently, all these particles which possess rest masses are unstable. There are grounds to suppose now that in this sense the proton is also not an exclusion. In any case, the conception, where the electron alone is a truly stable particle, is of interest. It

---

* Prepr. / INR; P-0182. Moscow, 1980.

[1] μ-meson was discovered in 1937, the mass of the earlier discovered neutron differs little from that of the proton.

is not excluded that it is just electron (positron) that is the distinguished object in the Universe which plays in it the most fundamental role. In other words, the formula (1), in which the proton mass is replaced by the electron mass is of interest

$$\frac{e^2}{\varkappa m_e^2} \sim 4 \cdot 10^{42}. \tag{3}$$

Further on, the second Dirac's formula includes the electron and not the proton mass, whereas in the first formula the electron and proton masses possess equal rights. The last remark also points to some inconsistency in the construction of formulae (1) and (2).

Formula (2) is a ratio of two lenghts. One of these lengths characterizes the dimensions of the Universe, the other is typical of the electron. But the electron is characerized by two lengths

$$r' = \frac{e^2}{m_e c^2} \sim 10^{-13}\,\text{cm},$$

and

$$r'' = \frac{\hbar}{m_e c} \sim 10^{-11}\,\text{cm}.$$

If equality of the relations (1) and (2) is in principle meaningful, then from the equation

$$\frac{e^2}{\varkappa m_e^2} = \frac{R_{\max}}{r} \tag{4}$$

one can find $R_{\max}$ for r' and r''

$$R'_{\max} = \frac{e^4}{\varkappa m_e^3 c^2} \sim 10^{30}\ \text{cm}, \tag{5}$$

$$R''_{\max} = \frac{e^2 \hbar}{\varkappa m_e^3 c} \sim 10^{32}\ \text{cm}. \tag{6}$$

If nevertheless m_e is replaced by m_p, then

$${}_pR'_{\max} \sim 10^{21}\ \text{cm}, \tag{7}$$

$${}_pR''_{\max} \sim 10^{23}\ \text{cm}. \tag{8}$$

Relations (7) and (8) are already not in accordance with the experimental data.

Relation (5), if it has a relation to reality, points to the fact that being closed our Universe has the dimensions $R_{\max} \sim 10^{30}$ cm and in the case (6) $R_{\max} \sim 10^{32}$ cm. The experimental data which now yield information concerning the part of the Universe with $R_t \sim 2 \cdot 10^{28}$ cm must refer to the dimensions which are now possibly by two or four (in the case (6)) orders of magnitude less than the maximal dimensions.

The maximal dimensions of the closed Universe are connected with its bare mass by the

relation

$$R_{max} = \frac{2\varkappa M_{tot}}{3\pi c^2};$$

$$M_{tot} = \frac{R_{max} \cdot 3\pi c^2}{2\varkappa};$$

$$\varkappa \sim 10^{-7}.$$

Therefore for $R_{max} \sim 10^{30}$ cm

$$M_{tot} \sim 6 \cdot 10^{58} \text{ gr}, \tag{9}$$

and for $R_{max} \sim 10^{32}$ cm

$$M_{tot} \sim 6 \cdot 10^{60} \text{ gr}. \tag{10}$$

Is any conception now possible which would not contradict the given values of masses and the Universe dimensions?

The point is that in recent years the opinion has been held that in the elementary particle mass spectrum there exists and upper boundary, namely a particle with the mass

$$m_{max} \sim \sqrt{\frac{\hbar c}{\varkappa}} \sim 10^{-5} \text{ gr}. \tag{11}$$

It is natural to refer to this particle with the maximum mass among the elementary particles as maximon [1, 5].

There are some grounds to suppose that this particle is also a stable elementary black hole [4].

Expression (11) consists of absolutely universal constants, and it is natural to suppose that these particles must play a fundamental role in the Universe [6].

In principle, maximons may be electrically charged, neutral, may possess elementary spin values.

Attractive is the ratio of the electric force acting between two charged maximons to the gravitational force acting between them, i.e. the analogue of relations (1) and (2)

$$\frac{e^2}{\varkappa m_{max}^2} = \frac{e^2}{\hbar c} = \alpha, \tag{12}$$

α is the fine structure constant[2] (?!).

The viewpoint is possible that there exist in the nature two stable particles: the one with the largest mass – maximon and the one with the smallest nonzero mass – "minimon". If there exists no stable neutrinos with the mass smaller than the electron mass, then it is just electron that is the "minimon".

We do not know in what state the matter was at the moment of Big Bang. In principle, one can consider such a scenario when at the moment of Big Bang the entire mass of the Universe consisted of maximons [6].

---

[2] Similarity in the values of $\sqrt{\hbar c}$ and $m_{max}\sqrt{\varkappa}$ has attracted attention of a number of authors, see, for example [7].

The total number of maximons in the case (9) is given by the value

$$n_{\max} \sim 6 \cdot 10^{63}. \quad (13)$$

If we assume that in the initial state the entire Universe consists of densely packed maximons, its volume

$$V_{t=0} = n_{\max} v_0 \sim 10^{-36} \text{ cm}^3, \quad (14)$$

$v_0 \approx 4 \cdot 10^{-99}$ cm^3 is the maximon volume, or the initial radius of the Universe

$$r_0(t = 0) \sim 10^{-12} \text{ cm}. \quad (15)$$

In the case (6) the total bare mass of the closed Universe increases by two orders of magnitude and the total number of maximons becomes

$$'n_{\max} \approx 10^{65}, \quad (16)$$

and the initial radius of the Universe $'r_0$ takes the value

$$'r_0(t = 0) \sim (10^{-34} \text{ cm}^3)^{1/3} \sim 10^{-11} \text{ cm} \sim \hbar / m_e c. \quad (17)$$

The fact that the numbers (15), (17) and (12) are close to the characteristic numbers in the field of elementary patricles may, of course, be considered accidental.

In our opinion it would not be out of place to point out a new possible aspect in the treatment of Dirac's remark. It provides material for discussing different scenarios of the Universe structure and formation. Is such a version of the Universe completely excluded, for example, when our Universe, which consists of the usual matter formed from a small part of maximon matter, at the initial moments of the existence of the Universe, when a high maximon density promoted their transformation in the usual matter, etc.

It should be recalled that at the present time even in the case of localization of the entire maximon matter in the volume $R_t \sim 2 \cdot 10^{28}$ cm the maximon background is practically unobservable [1][3]. This is evident from the consideration of radiation of long-lived few-maximon systems, in particular the ones consisting of two maximons (maximonium).

As it is known, in cosmology there appeared long ago the "missing mass" (the mass not registered in observations) problem for the explanation of experimental data in galaxies.

The idea has occured now to associate the existence of the mass hidden in the Universe with the unobservable background of relict neutrinos if the latter have the mass $m_\nu \sim 5 \cdot 10^{-32}$ gr.

Under such assumptions the mean mass density in the Universe approaches $\rho \sim 10^{-29}$ gr/cm^3.

It should be noticed that if the Universe dimension is at present $R_t \sim 2 \cdot 10^{28}$ cm, the matter density (practically – maximon matter), according to the total mass value (9) is estimated by the same number $\rho \sim 10^{29}$ gr/cm^3.

[3] However it is not excluded that in DUMAND type experiments the upper boundary of the energy spectrum of cosmic rays may shift towards energies by orders of magnitude higher than those observed at the present time, i.e. from $E_{\max} \sim 10^{20}$ eV up to $E_{\max} \sim 10^{28}$ eV.

REFERENCES

1. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 878.
2. *Bisnovatyi-Kogan G.S., Lukash V.N., Novikov I.D.* Origin of the structure of the Universe. Moscow, 1980. (Prepr. Space Res. Inst.; N 581).
3. *Dirac P.A.M.* // Proc. Roy. Soc. London. A. 1938. Vol. 165. P. 199.
4. *Mal'tsev V.K., Markov M.A.* Quantum mini-objects in general relativity. Moscow, 1980. (Prepr. INR; P-0160).
5. *Markov M.A.* // Progr. Theor. Phys. 1965. Vol. 85, Suppl.: Extra number.
6. *Markov M.A.* Preprint JC/78/41. Trieste, 1978.
7. *Motz L., Epstein J.* // Nuovo cim. A. 1979. Vol. 51. P. 88.

ON THE UPPER LIMIT OF THE COSMIC RAY ENERGY SPECTRUM (DUMAND TYPE EXPERIMENTS)*

The final state of a black hole is assumed hereafter to be a stable formation. Such an assumption is grounded by a consideration of quantized black holes whose energy spectrum is determined by the expression [6]

$$E_n = E_0\sqrt{2n+1}, \quad n = 0,1,2,\ldots;$$
$$E_0 = m_{\max}c^2. \tag{1}$$

In other words, the final state of a black hole must be stable, in a certain sense it is analogous to the ground state of a quantum linear oscillator. This analogy is based on the property of these systems that classically both the oscillator and the black hole are a finite motion of matter, a motion restricted to certain spatial frames. Quantization modifies this restriction by exponentially damping matter tunnelling outside the limits of their classical dimensions and by the appearance of a lowest state of the system due to quantum matter fluctuations, which are responsible, like in the case of oscillator, for the stability of this state. First of all we mean electrically neutral maximons.

For simplicity we are considering here spin zero maximons. But in principle, the existence of maximons possessing spin and electric charge is not excluded (and, of course, "antimaximons"). But stability or instability of these maximons, i.e. the possible transformation into electrically neutral ones can be in this case only a hypothesis.

As a rule, in literature we come across considerations of black hole formation as a result of usual matter concentration. It is assumed, for example, that in the initial state of the Universe there were no black holes, that their formation probably results from arising fluctuations. And usually macroscopic or even ultramacroscopic black holes are meant.

We proceed from the opposite standpoint, assuming that at the initial moment of the Universe all the matter consisted of elementary black holes.

---

* Prepr. / INR; P-0197. Moscow, 1981.

On the one hand, such an assumption makes it possible to consider some scenarios concerning the formation, structure and development of the Universe, which have not been discussed in literature yet. On the other hand, it gives the maximum upper estimates of, in principle, possible observable effects in a region of superhigh energies of cosmic rays and discussions of some astrophysical and cosmological consequences of this hypothesis. We believe that our Universe is closed. In particular, it may be closed in the version presented in [1].

Since the "visible" matter density in the Universe is estimated at present to be $\rho \sim (1\text{–}5)\cdot 10^{-31}$ gr/cm^3, and the whole "hidden" mass (for the most part maximon mass) must have [7] at the present time the density

$$\rho_t \sim 10^{-29}\ \text{gr/cm}^3 \tag{2}$$

consequently, at first moments of the existence of the Universe at the state of a high maximon density, only ~1% of the whole maximon mass has been transformed into ordinary matter.

In the "one-atom" (i.e. one-particle) state the maximon gas density now is assumed to be

$$n \sim 10^{-24}\ \text{particle/cm}^3.$$

But it is natural to bear in mind that there remained some amount of relic formations – few-maximon systems: maximonia, maxitritia, maxihelia etc. Almost half of the stars in the Universe are known to compose binary systems. As follows from this paper, few-maximon systems are unstable. They may possess long lifetimes and may serve further on, at any arbitrary late moments in the Universe evolution, as the source and the mechanism of subsequent (retarded in time) transformation of a maximon matter into an observable one.

In general, in a small fraction of second, maximons and maximon systems turn out not to interact among themselves and with the matter [2], they only determine the Universe metric.

1. MAXIMONIUM, FEW-MAXIMON SYSTEMS

If one considers two electrically neutral maximons united in a system (maximonium) by gravitational forces and if the initial dimensions of the system $r_0 \gg l_p \sim 10^{-33}$ cm, then bearing in mind a large maximon mass, one can describe the problem in classical terms.

The energy loss due to gravitational radiation will lead to a gradual drawing together of both the particles. The velocity of this drawing together is given gy the formula

$$\dot{r} = -25\cdot\frac{\varkappa^3 m_{\max}^3}{c^5 r^3}, \tag{3}$$

$$\varkappa = 6{,}7\cdot 10^{-8}\ \text{cm}^3\cdot\text{gr}^{-1}\cdot\text{sec}^{-2}.$$

The time necessary for the system to diminish up to r_1 is given by the expression

$$t = -\int_{r_0}^{r_1} r^3 dr\cdot\frac{c^5}{25\varkappa^3 m_{\max}^3} \sim \frac{c^5}{100\varkappa^3 m_{\max}^3}(r_0^4 - r_1^4). \tag{4}$$

At the initial dimensions of the maximonium

$$r_0 \sim 10^{-17} \text{ cm}, \tag{5}$$

the system lifetime is

$$t \sim 10^{17} \text{ sec} \sim 10 \text{ milliard years}, \tag{6}$$

i.e. it is of the order of the lifetime of the Universe.

According to the previous estimates, the maximonia, which after the first seconds of the existence of the Universe had the dimensions

$$r_0 \sim 10^{-17} \text{ cm},$$

are now going to vanish.

The same estimates also give a general idea of the lifetime of few-maximon systems: maxitritium, maxihelium etc.

The last moment of the life of few-maximon systems consists in the formation of an excited (already not elementary) black hole and its instantaneous transformation into an elementary black hole. This process must be accompanied by energy release in the form of different kind of radiations[1], including neutrinos. During their lifetimes in the form of maximon systems, the ones that consist of electrically neutral maximons expand energy only to gravitational radiation. Other forms of radiation arise only after the system is transformed into an excited black hole. In the process of their evolution the systems with the participation of charged and neutral maximons emit also electromagnetic radiation. The lifetime of such systems can also be compared with the lifetime of the Universe[2].

2. COSMIC RAY ENERGY SPECTRUM. DUMAND TYPE EXPERIMENTS

At the present time cosmic ray experiments indicate to the existence of primary particles in the spectrum of cosmic rays with an energy of about 10^{19}–10^{20} eV.

Some considerations are known according to which, as a result of losses due to collisions with "vacuum" photons, the proton energy spectrum in cosmic rays must be cut off at energies close to $E \sim 10^{19}$ eV, if these protons are of extragalactic origin.

For neutrinos these restrictions are much less rigid, and neutrinos of energy $E > 10^{20}$ eV could de registered by a DUMAND type experiment. The same could be referred to protons if the sources of protons of such energy could be placed not in such remote parts of the Universe. In a phase close to a transformation into excited black holes few-maximon systems could be the sources of cosmic radiation with a particle energy $E > 10^{20}$ eV.

In the case of systems consisting of neutral maximons the energy levels (from dimensionality considerations)

$$E_n = -\frac{m_{\max} c^2}{n^2}, \tag{7}$$

---

[1] The radiations of any kind of the existing particles with mass m_i between $m_i = 0$ and $m_i = \sqrt{\hbar c / \varkappa} \sim 10^{-5}$ gr, generally and particularly with mass of the intermidiate bosons, monopoles, Higgs-bosons and so on.

[2] Such systems are considered elsewhere.

where m_{max} is the maximon mass, n is the number of an excited state of the system which is roughly estimated as

$$r_0 \sim n^2 \frac{\hbar}{m_{max} c}. \qquad (8)$$

Here r_0 is the maximonium dimension.

At $r_0 \sim 10^{-25}$ cm the lifetime of such a system, according to formula (4): $t \sim 10^{-13}$ sec, $n^2 \sim 10^8$. In other words, when a maximonium reaches the dimensions $\sim 10^{-25}$ cm, then for the time 10^{-13} sec it can emit about $n \sim 10^4$ gravitational quanta of energy E:

$$10^{20} \text{ eV} < E < 10^{28} \text{ eV}. \qquad (9)$$

The corresponding estimates can be obtained also in the case of single-electric-charged maximonium for the number of photons.

Thus, purely photon showers may occur. It is natural that less energetic photon showers may develop for the time $t \gg 10^{-13}$ sec. So, the final of the explosion can go deep under the ground and thus be not registered in a corresponding experiment.

We have considered the case when maximons are bound by gravitational forces in few-maximon systems. The authors of [3] consider formation of maximon systems of ultramacroscopical masses that would represent a specific form of celestial bodies, which we refer to as "swarms". Abstracting ourselves from a possible existence of such very specific long-lived systems of maximons of very large masses we should note that ordinary celestial bodies can be the centres of attraction of maximons and the cause of the appearance of a peculiar maximon atmosphere connected with celestial bodies.

It should by noted that possessing a relatively large mass even at extremely large distances from celestial bodies, maximons suffer attraction which transfers to them essentially nonzero kinetic energy. So a maximon located at a distance, say, from the Sun, equal to the Universe radius ($R \sim 10^{28}$ cm) acquires energy

$$E \sim \frac{\varkappa m_{max} M_{\odot}}{R} \sim 10^5 \text{ eV},$$

$$M_{\odot} \sim 3 \cdot 10^{33} \text{ gr}.$$

Reaching the surface of the Earth ($M \sim 6 \cdot 10^{27}$ gr, $R \sim 6 \cdot 10^8$ cm), a maximon possesses a kinetic energy

$$E \sim 10^{18} \text{ eV},$$

$$v \sim 6 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}. \qquad (10)$$

Correspondingly for the Sun ($R \sim 7 \cdot 10^{10}$ cm, $M_{\odot} \sim 3 \cdot 10^{33}$ gr):

$$E \sim 10^{22} \text{ eV}, \quad v \sim 10^{7,5} \text{ cm/sec}.$$

As is seen from the estimates, celestial bodies are practically penetrable for maximons [2]. Forming a certain atmosphere around celestial bodies and falling on them, maximons only execute weakly damping oscillations.

The same refers also to a maximon system. But as distinct from single maximons, maximon systems, being in a medium, can finish their existence, as has been discussed above, in the form of explosion and transfer to the medium an energy $E \sim 10^{28}$ eV. Finishing their existence in vacuum, maximon systems can be the source of the appearance of high-energy neutrinos.

The question arises to what extent this neutrino radiation source can be the source of such an intensity of neutrinos with an energy, say, $E > 10^{19}$ eV, which can be observed in DUMAND type experiments. One can find a maximum number of such events in the Earth since the energy obtained as a result of neutrino absorption must not exceed the thermal energy arising in the entrails of the Earth and given [5] in the form[3]

$$H \simeq 2 \cdot 10^5 \text{ eV/cm}^3 \cdot \text{sec},$$

$$H/c^2 \sim 10^{-27} \text{ gr/sec} \cdot \text{cm}^3. \tag{11}$$

This is what we have in this case for the effective high-energy neutrino flux mass absorbed per second by the Earth. This number refers essentially to neutrinos of those energies whose cross-sections become (according to same theories) either asymptotic, approximately equal to the square of "weak" length ($\sigma \sim G_w/\hbar c \sim 3 \cdot 10^{-33}$ cm^2), or somewhat enlarged by a logarithmic growth[4], i.e.

$$\sigma \sim (10^{-33}\text{–}10^{-32}) \text{ cm}^2.$$

The description of the very last moments in the life of systems consisting of maximons and, arising as a result of their evolution, microscopic black holes (elementary black holes with small excitation, small n [6]), is complicated by a number of circumstances. If we deal with electromagnetic radiation (electrically charged maxi-systems), it seems natural to suppose that at the last moments of the existence of the system in a small region there appears something like a fireball.

Further on, as a result of interaction among many radiation quanta the number of ultra-high energy quanta may strongly decrease. Of course, for neutrinos, particularly for gravitational radiation, the situation here is essentially different.

But in this case also we are naturally more interested in black holes of very small excitations. According to our "scenario" microscopic black holes and their parent maxi-systems (maximonia, maxitritia etc.) must arise in a much larger amount than black holes of larger masses.

Moreover, our scheme does not exclude also a complete absence of macroscopic black holes as a consequence of, for example, possible difficulties for the process of their appearance [6]. Up to now there are evidently no decisive experimental data on the existence of such celestial bodies.

One should also bear in mind that as is seen from the consideration of quantized black holes, the matter that constitutes the black hole tunnels outside the classical Schwartzchield

[3] The sources of this energy have not been yet fully identified and, may be, in this case we are dealing with one of such hypotheses.

[4] Cross-sections descending after reaching some maximum are evidently not excluded either.

sphere at the distance of the order of the Planck length. For an elementary black hole this overstepping the classical Schwartzschield sphere is comparable by its spatial length with the "classical" dimensions of a given black hole. And it is not yet clear whether the role of these "quantum hair" may appear to be essential in the formation of the origin of radiation emitted by the system in the next to last moments of life, for example, by a maximonium, since just at that time the dimensions of a maximonium are close to the Planck ones. But neutrino radiation of an arbitrary high energy, of an arbitrary small wavelength appeared at the moment of Big Bang will decrease in energy, the corresponding wavelengths increasing in accordance with variation of the scale factor that characterizes Universe expansion from the moment of the appearance of radiation up to the present moment.

The principal aim of the present paper is to show a possible mechanism which would permit keeping the moment of radiation of ultrahigh-energy neutrinos to arbitrary late times in the history of the Universe.

Our scenario of the Universe evolution assumes that the process of transformation of maximon matter into ordinary one is most intense at the very starting point of the Universe – but in the framework of the scenario in question a natural mechanism is pointed out which makes this process continuous.

The events accompanying a maximonium in its final "explosion" phase would, of course, be of great interest if the maximonium accidentally turns out to be in the vicinity of the installation.

The energy $E \sim 10^{28}$ eV released in this case is equvalent to the energy of explosion of ~400 kg of trinitrotoluene (1 MeV $\sim 4 \cdot 10^{-23}$ t of trinitrotoluene). An explosion of such a power could be registered by hydrophones at the distance of one thousand kilometers[5].

It is quite natural to assume in the framework of our scenario that around and inside celestial bodies there exists a specific maximon atmosphere. We do not know the density of this atmosphere. If in the process of evolution a celestial body (the Earth) with the matter density of about several grammes was formed, i.e. 10^{31} times exceeding that in the vacuum, then it is unknown what density of the maximon matter has accumulated in the Earth. If this density is by ten orders of magnitude less, the maximon matter density in the Earth would be by twenty orders of magnitude higher than in the vacuum. Moreover, if electrically neutral maximons or few-maximon systems execute weakly damping oscillations in the Earth, for electrically charged maximons these losses are much more essential, and specific accumulation of this matter to the centre of the Earth and such an amount of maximons let us say, 10^{-12} gr/cm^3 must not practically increase the total mass of the Earth[6].

It should be emphasized that whereas in the first estimate of possible events we dealt with neutrino events, in the second case they could by referred to as "pseudo-neutrino events". The second remark concerning the possibility of "pseudo-neutrino events" consists in the fact that these events with a large energy release that originated in hard rock, for

---

[5] This nature of an explosion at the final stage refers rather to a charged case of maximonium, when in next to last moments of system's life a large number of high-energy photons is emitted. In the case of electrically neutral systems the emitted gravitational quanta do not produce thermal effect, and it is only the framgentation of an excited black hole that leads to the appearance of high-energy charged particles that transfer their energy to the medium not in one act.

[6] 10^{-12} gr/cm^3 – the mass density of electrically charged maximon systems which is taken by Earth during 10^9 years if their density in the vacuum $\sim 10^{-24}$ particle/cm^3.

example, in granite must leave traces of such explosions. Particularly characteristic events must arise in the case of charged few-maximon systems in next to last moments of their existence, when, very high energy, may be only by an order of magnitude lower than 10^{28} eV, releases practically instantaneously in the form of a large number of high-energy photons. These events attract attention in hard rock because here in the case of a possible small amount of explosive "pseudo-neutrino" events for their registration in DUMAND type experiments the traces left by them in hard rock could by detectable[7], so there exists here in store such a factor as a time of the existence of hard rock, a time of possible accumulation of the events, i.e. the factor $\sim 10^{16}$.

One should bear in mind however that we speak of possible upper estimates. They could be close to real ones if an essential part of the above-mentioned Earth's heat could actually arise at the expense of the process under consideration. The events in question are a microcopy of the proposed here scenario of Big Bang. In this sense these events could be referred to as Micro Bang events. In this sense celestial bodies are not excluded that consist of maximons (swarms) or, even of few-maximon systems which come to the state of explosion (Small Bangs) much later than the beginning of the Universe. Sometimes in connection with the works by Ambartsumyan a retarded development of the Universe in some parts of it was discussed [4, 8].

A possible existence of "Small Bangs" could essentially increase the intensity of the neutrino flux originated outside the atmosphere and propagating in certain directions. The behaviour in the matter of superhigh-energy neutrinos and subsequent superhigh-energy μ-mesons requires special consideration. On the one hand, some assumptions are necessary here concerning the cross-sections of μ-meson production in the region of superhigh neutrino energies. On the other hand, the character of energy losses of superhigh-energy μ-mesons in a medium should be given a more thorough investigation. It would be too rough here to make a direct use of the well-known Landau–Migdal–Pomeranchuk formulae, as has been done in [2]. A more adequate consideration of this problem is underway.

REFERENCES

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1973.
2. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1966, Т. 51. С. 878.
3. *Марков М.А., Фролов В.П.* // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. С. 372.
4. *Новиков И.Д.* // Астрон. журн. 1964. Т. 42. С. 1075.
5. *Isaacs J.D., Bradner H.J.* // Geophys. Res. 1964. Vol. 69. P. 3883.
6. *Mal'tsev V.K., Markov M.A.* Quantum mini-objects in general relativity. Moscow, 1980. (Prepr. INR; P-0160).
7. *Markov M.A.* Mistery of the large and small numbers in cosmology. Moscow, 1980. (Prepr. INR; P-0182).
8. *Ne'eman Y.* // Astrophys. J. 1965. Vol. 41. P. 1303.

[7] The character of the tracks in solid bodies demands of a special consideration (for instance, the tracks of the monopoles and so on).

О ВОЗМОЖНОСТИ ИССЛЕДОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ СУПЕРВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ ($> 10^{20}$ эВ)*

Вопрос о том, есть ли верхняя граница у масс элементарных частиц, имеет принципиальный интерес [8–10], поэтому необходимы специальные экспериментальные исследования этой проблемы.

Если частицы сверхбольших масс ($M \sim 10^{23}$–10^{25} эВ), предсказываемые теориями "большого объединения" (лептокварки, монополи и т.д.), действительно существуют, то при их взаимодействиях могут рождаться адроны и лептоны с энергиями, значительно превышающими 10^{20} эВ. В случае существования максимона (элементарной стабильной черной дыры с массой $\sim 10^{-5}$ г) спектр элементарных частиц (включая нейтрино), возникающих на конечной стадии развития систем из нескольких максимонов, мог бы простираться вплоть до энергий 10^{28} эВ [5, 6, 8–10]. Поиски частиц с энергиями 10^{20}–10^{28} эВ могут проводиться в экспериментах типа ДЮМАНД и при регистрации ШАЛ супервысоких энергий в атмосфере радиометодами [5, 6, 8–10].

Исследования ШАЛ в области энергий 10^{20} эВ позволит также выяснить вопрос о том, имеется ли "обрезание" спектра протонов космических лучей реликтовыми фотонами. Если спектры протонов с $E_p > 10^{20}$ эВ подавлены, то остается возможность детектирования каскадов от нейтрино с энергиями $E_\nu > 10^{20}$ эВ (конечно, в случае существования значительных потоков таких нейтрино) как в экспериментах ДЮМАНД, так и в атмосфере. Дело в том, что длина электронно-фотонных каскадов в воде (грунте) при $E_0 > 10^{20}$ эВ превышает несколько сот метров, и поэтому есть смысл рассмотреть возможности детектирования каскадов, которые могли бы быть вызваны нейтрино с $E_\nu > 10^{20}$ эВ вблизи поверхности Земли в грунте (воде) и развитие которых продолжалось бы вверх в атмосферу.

На возможность регистрации ШАЛ по их когерентному радиоизлучению впервые указал Аскарьян [1]. Радиоизлучение обусловлено следующими механизмами: дипольным излучением Вавилова–Черенкова, синхротронным излучением в геомагнитном поле, релятивистским тормозным излучением в электрическом поле Земли, переходным излучением при "ударе" ШАЛ о Землю и излучением, обусловленным эффективным торможением заряда ШАЛ за счет его "старения". Первые наблюдения [2, 7] показали, что порог регистрации лежит в области энергий 10^{15}–10^{16} эВ. Поскольку эффективный заряд каскада пропорционален первичной энергии (число частиц в каскаде $\sim E_0$, $q \sim E_0$), мощность когерентного радиоизлучения растет с энергией как E_0^2 [5, 6]. Следовательно, поиск радиоизлучения ШАЛ представляется наиболее адекватным методом детектирования ШАЛ супервысоких энергий [5, 6]. Однако детектирование прямого радиоизлучения при $E_0 > 10^{20}$ эВ маловероятно, так как радиоизлучение имеет острую направленность, а статистика бедна.

* Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 36, вып. 6. С. 216–219. Соавторы *Г.А. Гусев, Л.Г. Деденко, И.М. Железных.*

Ниже обсуждаются возможности детектирования радиоизлучения ШАЛ с энергией $>10^{20}$ эВ, рассеянного при отражении от Земли и ионосферы.

Известно, что на площади 1 км^2 в 1 ср за год падает 1 ШАЛ с энергией $E_0 \sim 10^{19}$ эВ. Если интегральный спектр E_0^{-2}, то переход к энергиям 10^{21}–10^{22} эВ требует увеличения эффективной площади регистрации на 4–6 порядков. Из-за острой направленности механизмов излучения (кроме нерелятивистского дипольного) площадь "засветки" на Земле невелика (поперечник порядка сотен метров), поэтому продвижение в область высоких энергий путем увеличения числа приемников не эффективно. Мы хотели бы обратить внимание на то, что после отражения от Земли и затем от F-слоя ионосферы на высотах 300–350 км или спорадического E-слоя ионосферы с сильным рассеянием в диапазоне углов до 20°, характерным для высоких и низких широт [3], площадь засветки резко увеличивается[1]. Оценим величину сигнала радиоизлучения ШАЛ на частотах $f \cong$ 25–45 МГц в полосе $\Delta f \sim 5$ МГц при энергиях $E \cong 10^{21}$ эВ. Пусть в некоторой точке находится приемная антенна с диаграммой направленности порядка 20°, ориентированная под углом к горизонту около 30°. Она обеспечивает обзор площади в форме эллипса размером 300×600 км^2 в ионосфере, в которую попадает сигнал от ШАЛ в телесном угле 0,05 ср из области таких же размеров. Из-за ионосферного рассеяния пятно засветки от ШАЛ также будет иметь размеры $\sim 300 \times 600$ км^2 (рис. 1).

Экспериментальное значение электрического поля [4] в полосе 5 МГц около 20 мкВ/м (при уровне шумов 10 мкВ/м) на расстоянии около 300 м от оси ШАЛ с $E_0 = 10^{17}$ эВ. Для $E_0 = 10^{21}$ эВ можно ожидать сигнал в месте падения ШАЛ на уровне 0,3 В/м, что даст в районе антенны при среднем поглощении в ионосфере порядка 10 дБ и максимальных потерях при отражении от сухой почвы порядка 8 дБ сигнал около 30 мкВ/м, т.е. в 3 раза выше шума. При этом (с учетом телесного угла) площадь наблюдения $\sim 10^5$ км^2 обеспечит статистику порядка одного события в год. Знание теории радиоизлучения и наличие информации о состоянии ионосферы и почвы (высоте отражения, степени рассеяния, уровне поглощения) позволяет надеяться на точность определения энергии ШАЛ на уровне 50%. Выбор почти вертикальных углов приема, а также отражений от спорадических E-слоев (высота 100–120 км) позволяет регистрировать ШАЛ с $E_0 = 10^{20}$ эВ. Наконец, использование отражения и рассеяния от одного из склонов горной долины при ширине последней порядка 30 км даст возможность регистрировать ШАЛ с энергией порядка $3 \cdot 10^{19}$ эВ, причем благодаря отсутствию ионосферного поглощения с помощью специальной подготовки области попадания ШАЛ можно добиться уменьшения потерь в почве и достигнуть сильного рассеяния, т.е. увеличить статистику (рис. 2).

В предложенных экспериментах необходимо решить сложную проблему выделения редких импульсных сигналов на фоне естественных и индустриальных помех. Для успешного решения этой задачи необходимо знание характеристик импульса: спектра сигнала, его длительности, размера фронта (порядка 100 км). Именно огра-

[1] Г.А. Аскарьян обратил наше внимание, что при больших E_0 учет многократного рассеяния частиц ливня также приводит к некоторому увеличению пятна на Земле.

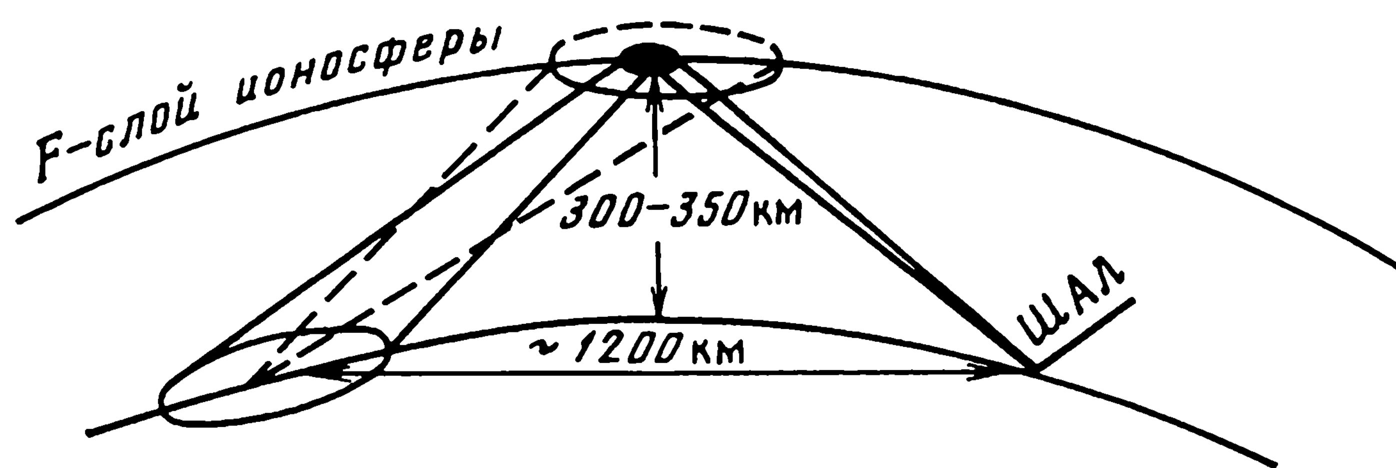


Рис. 1

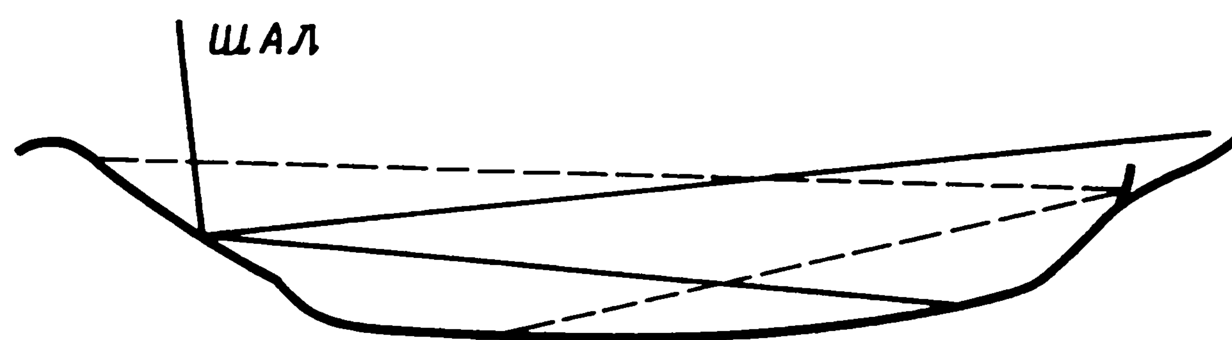


Рис. 2

ниченный размер фронта полезного сигнала позволяет легко выделить все удаленные грозовые разряды. Далее, использование дополнительных каналов с всенаправленными антеннами позволяет отделить локальные помехи. Возникает также вопрос, как отличить сигнал далеких ШАЛ от сигналов ШАЛ меньших энергий, идущих непосредственно в раскрыв антенны. Здесь следует учесть, что длительность сигнала, рассеянного от ионосферы или поверхности почвы, существенно увеличивается, что надежно отличает рассеянный сигнал от прямого. Наконец, сильные сигналы от радиостанции, радаров и т.п. отсекаются с помощью режекторных фильтров.

Отметим, что если спектр космических лучей при $E > 10^{20}$ эВ падает медленнее, чем E^{-2}, можно описанным выше способом зарегистрировать радиоизлучение ШАЛ с энергиями, превышающими 10^{22} эВ.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность за полезные обсуждения Г.А. Аскарьяну, Г.Т. Зацепину, В.В. Мигулину и Г.Б. Христиансену.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аскарьян Г.А.* // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 616.

2. *Боржковский И.А., Воловик В.Д., Шатко Е.С.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1966. Т. 30. С. 1705.

3. *Гершман Б.Н.* Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1974.

4. *Христиансен Г.Б., Куликов Г.В., Фомин Т.А.* Космическое излучение сверхвысоких энергий. М.: Атомиздат, 1975.

5. *Dedenko L.G., Markov M.A., Zheleznykh I.M.* // Proc. Neutrino-81. Maui (Hawaii), 1981. Vol. 1. P. 292.

6. *Dedenko L.G., Markov M.A., Stern B.E., Zhelezhykh I.M.* // Proc. 17th ICRC. P., 1981. Vol. 10. P. 303.

7. *Jelly J.V.* et al. // Nature. 1965. Vol. 205. P. 327.

8. *Markov M.A.* On the upper limit of the cosmic ray energy spectrum: (DUMAND-type experiment). Moscow, 1981. (Prepr. INR; P-0197).

9. *Markov M.A.* On the maximon and the concept of elementary particles. Moscow, 1981. (Prepr. INR; P-0206).

10. *Markov M.A., Zheleznykh I.M.* // Proc. of the 1979 DUMAND Workshops at Khabarovsk and Lake Baikal / Ed. J. Leaned. Honolulu, 1980. P. 177.

О ВОЗМОЖНОМ ЧИСЛЕ РАЗЛИЧНЫХ СОРТОВ НЕЙТРИНО*

Цель работы – обсудить возможность связи числа существующих в природе нейтрино с размерностью пространства и высказать гипотезу о физическом смысле квантового числа (лептонного заряда), различающего типы нейтрино. Существует мнение, основанное на астрофизических данных (см., например, [4]), что в природе может быть не более 4–5 типов нейтрино. В работе идея о связи этого ограничения с размерностью пространства иллюстрируется моделью релятивистского четырехмерного осциллятора, являющегося элементом релятивистской струны, обобщением уравнения Дирака, которое с использованием внутренних степеней свободы было предложено в [1, 3]. Базируясь на обсужденных в этих работах моделях осциллятора, рассмотрим возникающие в них низшие возбуждения как нейтрино. Так, следуя [1, 3], запишем уравнение на фурье-компоненту волновой функции $\psi(x^\mu, \xi^\mu)$, где x^μ – координаты центра масс частицы в нашем четырехмерном пространстве–времени, на биспинор $\psi(k^\mu, \xi^\mu)$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$), где 4-вектор энергии-импульса k^μ описывает движение центра масс структурной частицы, а внутренняя координата – 4-вектор ξ^μ описывает "относительное" колебательное движение релятивистского осциллятора (релятивистская струна состоит из набора осцилляторов):

$$\left\{ i\gamma_\mu k^\mu + m_0 - \frac{a}{2}\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu \partial\xi^\mu} + \xi_\mu \xi^\mu \right] \right\} \psi = 0, \tag{1}$$

причем на ψ налагается релятивистское дополнительное условие, исключающее колебательные состояния по оси времени ("духи") [1, 3]:

$$k^\mu \left(\xi_\mu + \frac{\partial}{\partial\xi^\mu} \right) \psi = 0. \tag{2}$$

---

* Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43, вып. 10. С. 453–455. Соавтор *В.И. Манько*.

Мы описываем нейтрино как плоскую волну [решение уравнения (1) с дополнительным условием (2)] с волновым вектором k^μ, масса частицы определяется обычным образом ($k^\mu k_\mu = m^2$). Аналог дополнительного условия (2) для струны, исключающего "духи" – колебательные состояния составляющих струну осцилляторов вдоль оси времени, обсуждался также Вирасоро [5].

Для времениподобного вектора k^μ в [1] переходом в систему центра масс ($\mathbf{k} = 0$) были найдены нормированные по внутренним переменным решения системы (1), (2) и построен растущий спектр, совпадающий со спектром масс трехмерного осциллятора: $m = M + a(n_1 + n_2 + n_3)$ ($n_i = 0, 1, 2$ ...). Можно показать, что решений системы (1), (2) с пространственно-подобным и светоподобным вектором k^μ нет. Таким образом, в рамках осцилляторной модели с дополнительным условием (1), (2) возможно существование следующих четырех различных нейтрино: одного с массой M (основное состояние) и трех с одинаковой массой $M + a$. Отличие этих трех нейтрино описывается различием колебательных состояний осциллятора (n_1, n_2, n_3), т.е. (1, 0, 0), (0, 1, 0) и (0, 0, 1). Тем самым приписываемые различным нейтрино индексы – лептонные заряды – в рамках развитого подхода имеют смысл колебательного состояния структурной переменной ξ^μ. В рамках обсуждаемой модели существует еще одна возможность, если коэффициент a в (1) равен величине ($-m_0$). В этом случае могло бы существовать состояние с нулевой массой при всех индексах $n_i = 0$, однако его запрещает дополнительное условие (2), убивающее "духи". Таким образом, в рамках уравнений (1) и (2) со специальной связью коэффициентов m_0 и a существуют только три нейтрино (с одинаковой массой), что отвечает именно размерности пространства. Эти три нейтрино различаются колебательными состояниями. Переходов между четырьмя нейтрино (в первом случае) и тремя нейтрино (во втором случае) в рамках обсуждаемой модели нет.

Обсудим еще одну модель, предложенную в [1, 3], в которой вместо дополнительного условия (2) "духи" исключаются с помощью дополнительного члена в уравнении Дирака с внутренними переменными. Это исключение "духов" имеет отдаленную аналогию в теории струн, предложенную в [2]. Запишем, следуя [1, 3], уравнение для биспинора $\psi(k^\mu, \xi^\mu)$ в виде

$$\left\{ i\gamma_\mu k^\mu + m_0 - \frac{a}{2}\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu \partial\xi^\mu} + \xi^\mu\xi_\mu + \frac{\left(k^\mu \dfrac{\partial}{\partial\xi^\mu}\right)^2 - (k^\mu\xi_\mu)^2}{k_\mu k^\mu} \right] \right\} \psi = 0. \tag{3}$$

Можно показать, что у этого уравнения нет решений, отвечающих пространственно-подобному вектору энергии-импульса k^μ, состояние же с времениподобным вектором k^μ можно найти переходом в систему центра масс ($\mathbf{k} = 0$), и спектр масс описывается спектром трехмерного гармонического осциллятора, как и в предыдущей модели. В этой модели имеется четыре нейтрино, одно с массой M и три с одинаковой массой $M + a$. Спецификой рассматриваемого уравнения является воз-

можность решения со светоподобным вектором энергии-импульса (решение с нулевой массой), которое у него имеется, однако интерпретация этого решения нам пока неясна. Это решение нормировано по одной из внутренних переменных ($\xi^0 - \xi^1$) и не зависит от остальных трех. Таким образом, число возможных нейтрино опять связано с размерностью пространства и равно четырем. Наконец, рассмотрим еще одну возможность, базирующуюся на модели релятивистского осциллятора, предложенную в [1, 3], а именно:

$$\left\{i\gamma_\mu k^\mu + m_0 - \frac{a}{2}\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu\partial\xi^\mu} + \xi^\mu\xi_\mu + 2\frac{\left(k^\mu\dfrac{\partial}{\partial\xi^\mu}\right)^2 - (k^\mu\xi_\mu)^2}{k_\mu k^\mu}\right]\right\}\psi = 0. \qquad (4)$$

Дополнительный член с коэффициентом 2 приводит к изменению знака в спектре масс при члене, связанном с колебаниями вдоль оси времени. Поэтому у уравнения (4) – растущий спектр масс, описывающийся спектром четырехмерного гармонического осциллятора. Таким образом, имеется пять нейтрино, одно с массой M и четыре с массой $M + a$. В рамках уравнений (3) и (4) переходов между нейтрино нет (нет осцилляций). Отметим, что если учесть взаимодействие релятивистского осциллятора (координаты ξ^μ) с "тепловой баней", возможны переходы с высших уровней на низшие (нейтрино имеют время жизни). В рамках модели с дополнительным условием в этом случае имеется либо одно стабильное нейтрино, либо три стабильных нейтрино. В рамках модели (3) и (4) имеется одно стабильное нейтрино и три или четыре нестабильных нейтрино соответственно. Резюмируя, можно сказать, что размерность пространства накладывает ограничения на возможное число различных нейтрино. Их общее число может варьировать от трех до пяти (в зависимости от модели), что находится в согласии с астрофизическими данными. Отметим, что в рамках первых двух обсужденных моделей состояния различных нейтрино преобразуются по неприводимым представлениям группы SU_3, а в рамках модели (4) – по представлениям унитарной группы SU_4.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Марков М.А.* // Докл. АН СССР. 1955. Т. 101. С. 51.
2. *Chang L.N., Monsouri J.M.* // Phys. Rev. D. 1972. Vol. 5. P. 2535.
3. *Markov M.A.* // Nuovo cim. Ser. X. 1956. Vol. 4, suppl. 3. P. 760.
4. *Schramm D.N.* // "Neutrino-78" conf. proc. Padue, 1978. P. 87.
5. *Virasoro M.* // Phys. Rev. 1970. D1. P. 2538.

О "МАКСИМОНЕ" И "МИНИМОНЕ" В СВЕТЕ ВОЗМОЖНОЙ ФОРМУЛИРОВКИ ПОНЯТИЯ "ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЧАСТИЦЫ"*

Научная классификация объектов, объединяемых в соответствующие семейства, как показывает история, дело, в известном смысле, неблагодарное. Как правило, предполагаемая терминология со временем оказывается даже в лингвистическом смысле в противоречии с объектами классификации. "Неделимый" по своему лингвистическому смыслу "атом" давно стал "делимым". Не так давно введенный термин семейства "лептонов" (легких частиц) в противовес термину "барионов" (тяжелых частиц) с появлением τ-мезона тяжелее некоторых барионов продолжает существовать в противоречии со своим лингвистическим смыслом. С появлением идей партонов, кварков, субкварков и т.д., в свете которых стало лингвистически неестественно называть обсуждаемые частицы "элементарными", последний термин вообще исчез в буклете, издаваемом ЦЕРНом [4]. Спрашивается, нельзя ли в списке частиц, допустим, в ЦЕРНовских буклетах, найти какие-то общие характеристики, которые сделали бы физически осмысленными попытки классифицировать этот список частиц общим термином, даже сохранив, например, общее название "элементарная частица".

Для любой частицы массы m *независимо* от того, является ли она *макроскопической* или *микроскопической, независимо от ее внутренней структуры* имеются две характерные длины, фундаментальным образом связанные со значением ее массы m. Эти длины образуются с участием мировых констант: c – скорости света, гравитационной постоянной $\varkappa$, постоянной Планка h или $\hbar \equiv h / 2\pi$. Одна из этих длин – гравитационный радиус "частицы"

$$l_{gr} = 2m\varkappa / c^2. \tag{1}$$

Другая фундаментальная длина, связанная с массой частицы, – длина типа длины Комптона

$$l_c = \alpha \frac{\hbar}{mc}, \tag{2}$$

где α – пока произвольная константа. Наложение на эти длины условия

$$l_c \geqslant l_{gr} \tag{3}$$

существенно ограничивает спектр масс рассматриваемых частиц:

$$\alpha \frac{\hbar}{mc} \geqslant \frac{2m\varkappa}{c^2} \tag{4}$$

* Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 45, вып. 3. С. 115–117.

и ведет к ограничению списка частиц верхним максимальным значением массы. Частицу максимально большой массы в списке элементарных частиц естественно назвать максимоном [2, 3]:

$$m_{\max} = \sqrt{(\alpha/2)(\hbar c/\varkappa)} \sim 10^{-5} \text{ г, если } \alpha \sim 1. \quad (5)$$

Но в списке частиц, ограниченном условиями (3), (5), оказались бы частицы, которых нет в ЦЕРНовском буклете. Так, например, пылинка вещества с массой $m \sim 10^{-5}$ г, состоящая из 10^{19} нуклонов, вошла бы в список частиц ЦЕРНовского буклета, если список частиц ограничить только условием (5) с $\alpha \sim 1$. Но все частицы физически характеризуются теми или иными геометрическими размерами. Эти структурные размеры частиц (l_r) не выражаются непосредственно через мировые константы, но в конце концов определяются фундаментальными взаимодействиями частиц, составляющих данную частицу (т.е. нуклонами, кварками, партонами и т.д.). В принципе в последовательной теории полей эти структурные размеры частиц должны во всех случаях вычисляться теоретически. Смысл дальнейшего заключается в обсуждении: не ограничивает ли еще одно добавочное условие

$$l_c > l_r \quad (6)$$

список частиц только кругом частиц ЦЕРНовских буклетов, для которого можно и сохранить ставший условным термин "элементарные частицы". Действительно, условия типа (4) и (6) способны исключить частицы, составленные из нуклонов. Наипростейшей из таких частиц является дейтрон.

Дейтрон. Масса дейтрона $m_D \sim 1876$ мэВ. Радиус дейтрона

$$R_D \sim 4{,}8 \cdot 10^{-13}\text{см}, \ l_c = (\alpha\hbar / M_D c) \sim \alpha \cdot 10^{-14}\text{см}.$$

Таким образом, дейтрон, согласно (3) и (6), выбывает из списка "элементарных частиц", если константа $\alpha < 48$, например, равна единице или 2π.

В настоящее время структурные длины остальных частиц ЦЕРНовского буклета практически неизвестны.

Лептоны: e, μ, τ – могут оказаться точечными или в каком-то смысле обладающими размерами

$$l_r^L = e^2 / m_L c^2.$$

В этом случае отношение l_c к l_r удовлетворяет условию (6):

$$l_c / l_r \sim 137. \quad (7)$$

Протон. Масса протона $m_p \sim 938$ мэВ. В литературе дается экспериментальное значение "размеров" протона:

$$l_r^p \sim 0{,}8 \cdot 10^{-13}.$$

Если эту величину называть структурным размером протона, то значение α в формуле (2) возрастает примерно до $\alpha = 2\pi$.

Неясно, будут ли находиться пока неизвестные структурные размеры гиперонов и большого числа мезонов ЦЕРНовской таблицы частиц в пределах $\alpha \leqslant 2\pi$. Вероятно, в рамках α, допускаемых дейтроном ($\alpha \leqslant 48$), уложится вся систематика частиц ЦЕРНовского буклета. Но при этих значениях α (т.е. $\alpha \gg 2\pi$) систематика не выглядит достаточно элегантной. Правда, можно вспомнить фразу Эйнштейна: "Оставим элегантность для портных и сапожников". Но на этот счет могут быть и другие мнения. Все частицы с собственной массой, равной нулю, типа фотона, гравитона и т.д. заведомо вписываются в эту классификацию, так как для них

$$l_c = (\hbar / mc) \underset{m \to 0}{\to} \alpha.$$

Согласно рассматриваемой классификации, верхняя граница спектра масс частиц определяется из соотношения

$$\alpha \frac{\hbar}{m_{\max} c} = \frac{2\varkappa m_{\max}}{c^2},$$

если $\alpha \sim 1$, то

$$m_{\max} \sim \sqrt{\hbar c / \varkappa} \sim 10^{-5} \text{г}.$$

Физическая реальность такой частицы, во всяком случае, в такой же мере несомненна, как и существование распадающейся черной дыры. Если черные дыры существуют и они распадаются за счет хокинговского излучения, то, достигая при распаде массы $\sim 10^{-5}$ г, черная дыра становится по своим свойствам "максимоном" [2, 3].

В спектре масс обсуждаемых частиц неизбежно должна существовать также частица с минимальной массой, отличной от нуля, ее естественно назвать "минимоном". Значение минимальной массы такой частицы также должно иметь свое особое теоретическое обоснование. Например, в механизме Гелл-Манна, Рамонда, Сланского, Янагиды [1] малость массы нейтрино, участвующего в слабых взаимодействиях, определяется массой правого майорановского нейтрино, которая в теории великого объединения может достигать масштаба масс максимонов $m_{\max} \sim 10^{19}$ ГэВ. Другими словами, если масса майорановского (ν_R) тяжелого нейтрино

$$m_R \sim 10^{19} \text{ГэВ},$$

то масса другого нейтрино m_1 дается [1] выражением

$$m_1 \sim m_D \frac{m_D}{m_R},$$

где m_D – масса дираковского нейтрино.

Здесь обращает на себя внимание то обстоятельство, что масса частицы с минимальной массой (минимона) в принципе может определяться массой максимона.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зацепин Г.Т., Смирнов А.Ю.* Нейтрино и нейтринная астрофизика. Ч. 1. Нейтрино. М.: Изд-во МГУ, 1984.
2. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 878.
3. *Markov M.A.* // Progr. Theor. Phys. 1965. Suppl.: Commemoration issue for the 30th anniversary of the meson theory by Dr. H. Yukawa.
4. Particle properties data booklet. AIP. April. 1986.

РАННИЕ РАБОТЫ ПО СЛАБЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯМ В СССР*

В своей статье я обращаюсь к событиям в основном более чем 20–25-летней давности. Задача исторического описания событий, по моему мнению, это не просто перечень приуроченных к каким-то датам фактов, существенным образом вошедших в современное представление о природе слабых взаимодействий. История науки – это в какой-то степени воспроизведение научной атмосферы времен возникновения различных теоретических идей и получения экспериментальных результатов. Здесь поучительны не только успехи идей, но и их иногда временные неудачи, тяжелые поражения. История – это и связи времен, связи прошлого с настоящим и даже связи, ведущие в будущее; это люди различных взглядов, характеров, конкретные участники обсуждаемых событий.

Для очевидца исторических событий история – это в первую очередь воспоминания, которые неизбежно в той или иной степени субъективны, как это справедливо подчеркивается Б. Понтекорво в его обстоятельном обзоре [25].

Исторический обзор, о котором пойдет речь, по-видимому, следует начать с работы Ю.Б. Румера "Волновая теория нейтрино" [27, 64], которая в 1934 г. была представлена С.И. Вавиловым в ДАН СССР.

Содержание статьи формулируется в первых ее фразах: "Новейшие исследования в области физики ядра говорят в пользу существования нейтрино, частиц с массой, равной нулю, и со спином, равным половине. В дальнейшем мы покажем, что в случае, если такие частицы существуют, волновая теория для них непосредственно следует из общих принципов волновой механики. Мы исследуем общий случай частицы с массой нуль и специализируем затем теорию на случай фотона и нейт-

---

* Вопр. истории естествознания и техники. 1985. Т. 1. С. 20–32.

Под таким заглавием был объявлен доклад в повестке дня Международной конференции 1984 г. (Висконсин, май 1984 г.), посвященный 50-летнему юбилею теории слабых взаимодействий, настоящая статья подготовлена на материале этого доклада.

рино". Далее уравнение $\Delta\psi - 1/c^2 \dfrac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$ заменяется системой четырех линейных уравнений и последние выбором соответствующих матриц специализируются для описания фотона и нейтрино.

Видимо, статья Ферми, которая появилась также в 1934 г., не была известна автору.

Правда, описание фотона системой линейных уравнений могло само по себе инициировать интерес к проблемам описания частиц с массой нуль. В [64] Румер предлагает характеризовать нейтрино его моментом импульса, плотность которого M_{klm} представляет собой тензор третьего ранга. В спинорной форме плотность момента записывается спин-тензором шестого ранга $M_{\lambda\mu\nu\rho\pi\sigma}$. Пишется система уравнений данного поля. Автор полагает, что в случае равенства нулю массы и заряда частицы обычные выражения $\psi\psi^*$ и $\psi\alpha\psi^*$ физически не интерпретируются.

После появления теории слабых взаимодействий Ферми и Румера привлекают различные возможности экспериментальной проверки теории. В 1936 г. Ю.Б. Румер посылает в ЖЭТФ статью "О превращении протона в нейтрон под влиянием γ-излучения". В варианте этой статьи на немецком языке [65] имеется примечание о том, что только что появилась аналогичная работа М. Фирца с теми же результатами [38]. Работа Румера заканчивалась словами: "Мы видим, что эффект вследствие малости константы Ферми лежит вне пределов экспериментальных возможностей".

Скепсис относительно возможности экспериментальной проверки многих аспектов слабых взаимодействий, возводимый чуть ли не в закон природы, сопровождал теорию слабых взаимодействий на многих этапах ее развития. Предлагать для печати работы такого рода было чуть ли не признаком нарушения хорошего тона в науке. Даже основополагающая статья Ферми не была принята редакцией журнала "Nature", так как предмет статьи казался слишком далеким от конкретных задач физики[1]. Кстати, следует заметить, что эффекты, обсуждаемые в работах Румера, не лишены интереса и в настоящее время, особенно для будущих фотонных фабрик.

Излагать историю развития теории слабых взаимодействий нельзя, не упомянув о работах 1934 г. Д. Иваненко, И. Тамма [47], И. Тамма [73], впервые теоретически проанализировавших взаимодействие между нуклонами в случае существования ферми-поля.

В работе И. Тамма (1936 г.) "β-Радиоактивность и ядерные силы" [73] на 40 страницах дается обзор возникшей новой теоретической и экспериментальной области физики (обзор во многом аналогичен обзору Г. Бете и Р. Бечер [34], появившемуся в то же время).

Вследствие малости констант Ферми эти силы оказались не в состоянии обеспечить сильные взаимодействия между нуклонами. Но обсуждения этих неудач

---

[1] Возможно, сам Паули – автор гипотезы о существовании нейтрино – повинен в этом. По свидетельству близкого друга Паули, астронома В. Бааде, Паули принадлежит фраза: "Я сегодня сделал что-то ужасное. Физику-теоретику никогда не следует делать такое. Я предложил нечто, что никогда нельзя будет проверить экспериментально".

и сама физическая модель возможных взаимодействий как обмена соответствующими квантами поля[2] сыграли существенную роль в науке.

Х. Юкава [75] свою знаменитую работу о природе ядерных сил начинает с цитирования статей Гейзенберга, Ферми, Тамма и Иваненко. По-видимому, мало кто знает, что в 1934 г. в "Nature" была опубликована статья Тамма [72], в которой рассматривалось взаимодействие нуклонов через обмен $\nu\tilde{\nu}$-квантами. По существу, в этой работе впервые речь шла о "нейтральных токах" в слабых взаимодействиях.

Теория слабых взаимодействий тесным образом связана с теорией Дирака для фермионов.

Впервые в Советском Союзе об уравнении Дирака (до публикации уравнения) рассказал П. Эренфест на семинаре, руководимом Л.И. Мандельштамом, в Московском университете. Вспоминается, как присутствовавший в качестве гостя на этом семинаре П. Эренфест вынул из кармана смятое письмо, как он сказал, письмо Дирака, и начал сообщение словами, что написанное в этом письме настолько странно, что если бы это писал не Дирак, то оно не стоило бы упоминания. "Но ведь, – добавил он задумчиво, – Дирак гений!" Пожимая недоуменно плечами, Эренфест говорил, что речь идет о сплошном фоне частиц отрицательных энергий, а дырки в этом фоне – частицы положительного заряда и энергии (тогда, видимо, речь шла еще о протонах).

Роль состояний частиц с отрицательной энергией и в последующие годы как-то трудно укладывалась в привычные представления. Во всяком случае, в это время естественны были попытки различать электрон и позитрон лишь по знаку заряда, не привлекая состояния с отрицательной энергией, что, по-видимому, являлось предметом размышлений еще Э. Шредингера (1931 г. [69]), Э. Майорана, П. Прока и др.

В 1935 г. мне казалось, что такой симметрии можно достичь в рамках уравнения второго порядка для спинорных функций Дирака, для которого плотность заряда неопределенна.

Это уравнение можно переписать системой двух уравнений Дирака: одного – для электрона и второго – для позитрона (1937 г. [54]):

$$(i\hat{p}+m)\psi_{e_-} = 0,$$

$$(i\hat{p}-m)\psi_{e_+} = 0.$$

В этой теории действительно осуществляется симметрия между электроном и позитроном. Симметрия достигается с помощью удвоения числа частиц. Согласно этой теории, должны бы существовать два электрона (e_-, e'_-) и два позитрона (e_+ и e'_+) разной природы. Второй электрон – e'_- – это дырка в распределении позитронов вакуума[3]. Возник вопрос: можно ли на основании экспериментальных данных того

[2] Кстати, идея о том, что такие частицы, как электрон и нейтрино, могут не содержаться как готовые, а рождаются в распадающихся частицах, была отнюдь не тривиальна. Другими словами нетривиально было рассматривать нейтрон еще в 1932 г. как элементарную частицу [44].

[3] Идея запретить появление "дыр" (т.е. $e^{-\prime}$ и $e^{+\prime}$) теперь в электрически нейтральном вакууме, казалось бы, давала искомую симметрию между электроном и позитроном, но эта симметрия в

времени решить, что все наблюдаемые электроны одной и той же природы. Паули в ответ на посланную ему статью сделал одно замечание, которое представляет нетривиальный исторический интерес.

Паули писал, что попытку предложить другое уравнение для электрона делал недавно Прока. Но на самом деле его уравнение описывало не электрон, а частицу со спином единица...

В последующие годы возникла, казалось бы, естественная мысль полагать, что восьмикомпонентное уравнение Дирака описывает не электрон и позитрон, а электрон и μ-мезон, массы которых делаются различными лишь после некоторых взаимодействий, нарушающих симметрию восьмикомпонентного уравнения Дирака [19, 58].

Казалось привлекательным то обстоятельство, что теория автоматически содержала идею Зельдовича [10], Махмуда–Конопинского [50]. Частицы e_- и μ_+ являются частицами $\tilde{e}_+$ и $\tilde{\mu}_-$ – античастицами. Кстати, в формализме можно усмотреть также наиболее древний вариант идеи двух нейтрино, различия которых связаны с соответствующими законами сохранения лептонных чисел. Этот формализм подробнее изложен в книге о нейтрино [19].

Возможности экспериментального обнаружения нейтрино в 30-е годы очень активно обсуждались в Харьковском институте А. Лейпунским, В.А. Петуховым и др.

Как известно, первый эксперимент (отдача ядер при β-распаде) был выполнен Лейпунским в Кембридже [51]. Впоследствии β-распад нейтрона привлек внимание советских экспериментаторов. Тщательные по тому времени измерения были выполнены в 1958 г. П.Е. Спиваком [29].

В связи с открытием в космических лучах относительно долгоживущего мезона (μ-мезона) важно было выяснить, является ли эта частица частицей Ферми или Бозе. К этому времени в Советском Союзе возникла довольно обширная школа физиков, работавших в области космических лучей.

Почему-то трудно было убедить их в желательности постановки простого эксперимента – изучения спектра электронов в случае распада остановившихся в веществе мезонов. Только осенью 1948 г. я получил с Памира записку от Г.Б. Жданова, в которой сообщалось, что предложенный мною эксперимент наконец выполнен и что μ-мезон представляет собой частицу Ферми [8]. Только вернувшись с Памира, Г.Б. Жданов узнал, что такие же результаты с той же методикой получили Дж. Стейнбергер [70], а также Е.П. Хинкс и Б. Потекорво [42]. Последние работы выполнены на уровне моря. До этого времени на уровне моря был выполнен ряд работ с камерой Вильсона с целью определения энергии продуктов распада остановившихся мезонов, но они были не столь целенаправленны [30].

В 1955 г. на Международной конференции по физике элементарных частиц в Пизе присутствовали и такие ветераны науки, как Паули, Гейзенберг, Шредингер, и представители нового поколения, которые в существенной части определили дальнейшее развитие этой области физики – Гелл-Манн и его сверстники.

Как-то в перерыве между заседаниями я сообщил Паули об отрицательных ре-

некотором смысле оказывается слишком большой – электрон и позитрон оказываются оба частицами (аналог идеи Махмуда–Конопинского) и не могут аннигилировать.

зультатах опытов Б. Понтекорво в попытках зарегистрировать одиночное рождение Λ-частиц на ускорителе протонов в Дубне [23]. Ускоритель давал, казалось бы, очень удобную возможность для этого эксперимента, так как энергия ускоренных в нем протонов была недостаточна для совместного рождения Λ- и K-частиц. Паули заметил, что, по-видимому, Гелл-Манн сможет ответить на этот вопрос; он подозвал Гелл-Манна, и тот подтвердил, что действительно может объяснить этот результат. В это время к нашей группе подошел, кажется, Лоу и, дружески ткнув пальцем в грудь Гелл-Манна, с добродушной иронией произнес: "Ты, конечно, все объяснить можешь...", и Гелл-Манн, действительно, объяснил отрицательный результат опыта Понтекорво на основании только что введенного им понятия "сохранения странности".

Открытие гиперонов породило ряд вопросов о природе этих прежде неизвестных частиц.

К 1954 г. можно было считать установленным, что Λ-частицы могут входить в состав сложных ядер наравне с нуклонами. Возник вопрос: насколько далеко простирается родство Λ-частиц с нейтроном? Например, может ли Λ-частица быть β-активна. По моему предложению, в 1954 г. эта оценка была сделана студентом МГУ В. Стахановым в его дипломной работе; краткие результаты были опубликованы в 1955 г. в ЖЭТФ [21]. Впоследствии экспериментальные данные обнаружили слабую β-активность Λ-частиц, но грубые оценки оказались сильно завышенными [21].

В истории физики первой половины текущего столетия возникла своеобразная точка зрения на дальнейшее развитие наших представлений о свойствах явлений в микромире. Свойства микромира мы, макроскопические существа, обнаруживаем по, если можно так сказать, проекциям их свойств на макромир в наших (по необходимости) макроскопических приборах. И естественна мысль о том, что чем глубже мы пытаемся проникнуть в микромир, тем труднее оказывается в макроскопических понятиях и терминах отобразить свойства микромира; свойства микромира начинают описываться макроскопическими "кентаврами" (волна–корпускула и т.п.).

Это обстоятельство породило точку зрения, что теория, призванная описывать неизвестные пока свойства микромира, должна в этом смысле быть все более и более "сумасшедшей". Эта точка зрения четко формулировалась Бором и оказалась очень успешной в его полуклассической модели атома водорода. Но следствием этой же точки зрения была легкость, с которой Бор видел возможность объяснить своеобразие эффектов β-распада нарушением закона сохранения энергии. Здесь эта точка зрения потерпела жестокое поражение.

С другой стороны, естествен и законен "здоровый", подчас жесткий консерватизм, т.е. стремление понять новое лишь в рамках классически приемлемых представлений. Ярким представителем этого направления по своему научному характеру был Паули.

Попытка такого понимания нового на своем счету также имела случай жесткого поражения. Я имею в виду в свое время забракованную Паули идею о существовании у электрона спина.

Мне кажется, что идея существования нейтрино – это не результат особой гениальной интуиции Паули, а скорее естественный результат того здорового консерватизма, который так был свойствен его гению.

Появление в эксперименте и теории частиц со спином $^1/_2$ создало новые возможности для различных теоретических спекуляций. То обстоятельство, что из спинорных функций, описывающих частицы со спином $^1/_2$, можно строить системы с любым спином, конечно, сразу же привлекло к себе внимание физиков-теоретиков и математиков. Так, еще в 30-е годы возникла идея нейтринной теории света Л. де Бройля (1934 г.), П. Иордана (1935 г.), О. Шерцера, Л. Кронинга (1935 г.), П. Иордана, Л. Кронинга (1936 г.).

В Советском Союзе эту идею развивали Д.Д. Иваненко, А.А. Соколов (1936 г.) [46]. В 1937 г. Советском Союзе появилась статья В.А. Фока, посвященная критике нейтринной теории света [39]. Конкретнее: В.А. Фок указывал на внутренние противоречия в формализме работы П. Иордана [48], реализующего эту идею.

Дискуссия на эту тему продолжалась и позже. В некотором, более общем смысле вряд ли ее можно считать законченной и сегодня.

Положить в основу основ всего существующего частицы Ферми значило бы придать четырехфермионному взаимодействию частиц универсальный характер.

Эти идеи в прошлом имели большую притягательную силу. Так, в рамках уравнения типа Бете–Сальпетера делались попытки контактным четырехфермионным взаимодействием нуклонов и антинуклонов строить π-мезон. Речь идет о конкретной реализации известной идеи Ферми–Янга. В Советском Союзе подобные уравнения решались И. Полубариновым [62].

В систематике частиц, предложенной в 1955 г. М.А. Марковым [53], предполагалось, что фундаментальные частицы фермионы: два нуклона и гипероны – образуют бозоны контактным взаимодействием[4].

В систематике Саката [67] все мезоны и барионы состоят из трех фундаментальных частиц: протона, нейтрона, Λ-частицы и их античастиц. Она по духу близка к систематике [53, 55], но в своей структуре более экономична. Многие свойства модели Саката в аспекте слабых взаимодействий рассмотрены в книге Л.Б. Окуня "Слабые взаимодействия элементарных частиц" [22].

На Пизанской конференции летом 1955 г. В. Гейзенберг делал сообщение о своем нелинейном уравнении для фермионов как фундаментальном уравнении, описывающем элементарные частицы. Присутствовавший на докладе Гейзенберга Паули молчал. После доклада Гейзенберга я спросил Паули о его отношении к этой идее Гейзенберга. Паули, похлопав по плечу Гейзенберга, сказал примерно следующее: "Сколько раз я говорил Вернеру, чтобы он бросил заниматься этой чепухой!"

---

[4] По поводу этой систематики Саката [67, 71] писал: "Markov (Rep. Acad. Sci. USSR, 1955) proposed also a composite model, which is very similar to ours. It should be remarked that our model may be considered as a generalization of π-meson model proposed by Fermi and Yang (Phys. Rev. 1948. Vol. 76. P. 1739) and that it will throw a new light on Heisenberg's theory of elementary particles (Nature for Sci. 1954. N 9a. P. 291; 1955. N 10a. P. 425) in which only one kind of "Urmaterie" is assumed". (Перевод: Марков... также предложил составную модель, очень сходную с нашей. Следует отметить, что нашу модель можно рассматривать как обобщение модели π-мезона, предложенной Ферми и Янгом... и что она прольет новый свет на теорию элементарных частиц Гейзенберга... в которой предполагается существование только одного типа "праматерии".) В ряде статей [71] система [53, 55] обсуждается в связи с систематикой Саката.

Но надо заметить, что потом Паули на короткое время сам был увлечен идеей этого нелинейного уравнения. Ландау, который по своему научному кредо и вообще критическому характеру был, пожалуй, наиболее близок Паули, одно короткое время настолько проникся идеями уравнения Гейзенберга, что полагал, что уравнением Гейзенберга может кончиться теоретическая физика элементарных частиц.

События последних лет – открытие промежуточных мезонов – торпедировали в существенном месте саму идею контактных взаимодействий фермионов. Но, может быть, еще больший урон этой идее нанесли нефермионные янг-миллсовские поля, источником которых являются фермионы.

Но кто может поручиться, что все эти нефермионные поля в недалеком или далеком будущем не окажутся построенными снова из фермионов?

В Советском Союзе пионерные работы по нелинейным фермионным уравнениям принадлежат Д.Д. Иваненко [45].

ФИЗИКА НЕЙТРИНО ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

В 50-е годы в Дубне начал работать ускоритель протонов на 10 ГэВ. Мне приходилось принимать участие как в проектировании этого ускорителя (расчет защиты), так и в организации теоретического отдела этой лаборатории Объединенного института ядерных исследований. Дубнинский ускоритель был в то время ускорителем с рекордной энергией протонов и, следовательно, рекордной энергией вторичных частиц. Естественно, что в то время появилась идея оценить возможность нейтринных экспериментов на ускорителях. Штат сотрудников этой лаборатории частично состоял из физиков, которые, как и директор лаборатории В.И. Векслер, прежде занимались физикой космических лучей. Возможности нейтринных экспериментов с космическими нейтрино также были, естественно, объектами обсуждения.

Но лишь в 1957 г. я отважился предложить эти темы в качестве дипломных работ студентам МГУ.

В 1958 г. в МГУ были защищены две дипломные работы: И.М. Железных "О взаимодействии нейтрино больших энергий в космических лучах с веществом" и Д.Г. Факировым (Болгария) "О возможности исследования взаимодействия нейтрино с веществом на ускорителях".

В заключении работы Железных сказано: "Эксперимент с нейтрино, рожденными в атмосфере, труден, но не безнадежен. Во всяком случае, имеет смысл обсуждение возможностей такого эксперимента. Благоприятным обстоятельством является то, что эксперимент возможно проводить на любых глубинах под землей, достаточных для устранения фона". В работе Железных рассматривалась и возможность существенного вклада в наблюдаемый эффект и нейтрино, возникающих вне нашей атмосферы – в сверхновых и новых звездах и т.д.

Обсуждение нейтринного эксперимента в космических лучах было продолжено в статьях Железных и Маркова [60, 61] и ранее на Рочестерской конференции 1960 г. в докладе М.А. Маркова [57].

В этом докладе предложено детектирование космических нейтрино в глубоко-

водном эксперименте: "Для определения направления заряженных частиц по излучению Черенкова мы предполагаем опустить аппаратуру на дно озера или глубоко в океан", т.е. впервые речь шла о том, что впоследствии получило название проекта ДЮМАНД.

Доклад вызвал оживленную дискуссию, в которой приняли участие Янг, Шварц, Бернардини, Ледерман, Бладман, Примаков, Фейнберг.

После Рочестерской конференции в Беркли было совещание по инструментальной физике высоких энергий. Присутствовавший на ней Д.И. Блохинцев сообщил мне, что на этой конференции К. Грейзен [40] обсуждал также возможности детектирования нейтрино космических лучей и что Блохинцев информировал участников совещания о моем докладе на прошедшей Рочестерской конференции.

В дискуссии на Рочестерской конференции Янг спросил: "Имеются ли планы проведения таких экспериментов в России?" Я ответил, что этот вопрос обсуждается.

Действительно, в то время идея экспериментов благоприятно обсуждалась среди физиков, работавших в области космических лучей, особенно Г.Т. Зацепиным, который был рецензентом по дипломным работам Железных и Факирова. Г.Т. Зацепин со своими учениками существенно уточнил потоки μ-мезонов в атмосфере [9] и обдумывал реальную постановку эксперимента.

Но только в 1966 г. состоялось постановление Президиума АН СССР о создании нейтринной лаборатории в Физическом институте им. П.Н. Лебедева. Заведование лабораторией было поручено Г.Т. Зацепину. Задачи лаборатории были определены как в области солнечных нейтрино, так и нейтрино космических. В постановлении был пункт о привлечении к работам лаборатории Б. Понтекорво и М. Маркова.

В дальнейшем Понтекорво принимал активное участие в работах по нейтринной физике в СССР как председатель Научного совета по нейтринной физике, созданного при Отделении ядерной физики АН СССР, а забота об этой лаборатории входила в мои обязанности как академика-секретаря Отделения ядерной физики[5].

К сожалению, готовых удобных подземных пустот в нашей стране не оказалось, и проект эксперимента реализовывался в условиях создания искусственного тоннеля в горе Андырчи на Кавказе. Только в 1977 г. на специальной нейтринной конференции мы смогли продемонстрировать нейтринный сцинтилляционный телескоп, помещенный на глубину 850 м водного эквивалента, имеющий массу 300 т (White Spirit), содержащийся в 3150 модулях. Модули расположены слоями примерно с 3-метровыми интервалами, дающими возможность по запаздываниям выделить сигналы, идущие снизу вверх. Создатель этой установки и руководитель работ на ней – А. Чудаков. Защищая проект этой подземной лаборатории, я всегда подчеркивал, что речь идет о создании низкофоновой лаборатории многоцелевого назначения, все аспекты которого заранее трудно предвидеть. И действительно, на этой установке были получены первые результаты о времени жизни протона,

[5] В 1970 г. был основан Институт ядерных исследований АН СССР. Одна из главных задач института – исследование солнечных нейтрино и нейтрино космических лучей. Для этих целей были организованы низкофоновые подземные и подводные лаборатории (директор института – проф. А.Н. Тавхелидзе).

данные о нейтринных осцилляциях и пока уникальные данные относительно магнитного монополя Дирака. Накапливается статистика нейтринных событий, в частности для анализа возможностей локальных источников нейтрино во Вселенной.

Что касается солнечных нейтрино, то только в настоящее время на расстоянии 3,5 км от входа в туннель сооружено помещение объемом 15×15×40 $м^3$ для галлиевого эксперимента и начинается монтаж установки. Отделению ядерной физики понадобились немалые усилия, чтобы обеспечить эксперимент достаточным количеством галлия.

Группой ученых Института ядерных исследований АН СССР, руководимой Г.Т. Зацепиным, разработана методика экстрагирования германия из металлического галлия. Метод ждет своей апробации в условиях низкофоновой лаборатории.

Метод (галлий–германий) предложил В. Кузьмин в давнее время, когда он еще был учеником Г.Т. Зацепина. В дальнейшей институтской программе Г.Т. Зацепина в области солнечных нейтрино содержится идея литий-бериллиевого эксперимента и повторения в больших масштабах хлор-аргонового варианта. Совокупность этих трех экспериментальных установок обещает дать важные сведения о внутреннем строении Солнца и звезд вообще.

По идее Г.Т. Зацепина институтом создана специальная установка в соляных копях Артемьевска для регистрации случаев коллапса звезд. Другая установка совместно с итальянскими физиками реализуется под Монбланом. Вместе с Баксанской нейтринной станцией эти установки будут осуществлять долговременную службу коллапса.

Что касается будущего физики нейтрино сверхвысоких энергий, то в Советском Союзе создано, правда, не очень мощное, но довольно широкое сотрудничество институтов, задача которого – рассматривать, а в случае возможности реализовывать различные идеи детектирования нейтрино сверхвысоких энергий. Речь идет о своеобразных экспериментах типа ДЮМАНД. Согласно нашей точке зрения, по аналогии с тем, что в ускорительной технике одни поколения ускорителей сменяются другими, в будущих установках, регистрирующих нейтрино сверхвысоких энергий в космических лучах, появятся новые, более совершенные установки (последующие поколения ДЮМАНД), основанные на новых идеях детектирования.

Детектирование потоков заряженных частиц, вызываемых в средах нейтрино очень высоких энергий, возможно по черенковскому свечению, акустическим волнам [33] и радиоизлучению [1, 2].

Для регистрации этих эффектов требуется соответствующая организация экспериментов, которая будет совершенствоваться в последующих проектах ДЮМАНД. Эта деятельность организационно оформлена созданием соответствующего отдела в Институте ядерных исследований (Москва, Марков) и лаборатории с конкретной задачей проектирования системы ДЮМАНД на оз. Байкал (руководитель Г.В. Домогацкий).

DUMAND мы расшифровываем как Deep Under Water, Deep Under Ground, Deep Under Atmosphere и даже Deep Under Ice Neutrino Detector[6].

[6] Детектор нейтрино глубоко под водой, глубоко под землей, глубоко под атмосферой и даже глубоко подо льдом.

Возможность детектирования радиоизлучения электронно-фотонных и адронных каскадов, вызываемых нейтрино высоких энергий в массивах льда в Антарктике, подробно обсуждается в работе Гусева и Железных [7]. Оно привлекательно тем, что при низкой температуре (до –50°) в глубоких слоях льда поглощение радиоволн в области 10^9 Гц на порядки ослабляется и соответствующие сигналы могут детектироваться чуть ли не с километровых расстояний. Это обстоятельство можно рассматривать как ценный подарок природы.

Если объем Баксанского сцинтилляционного нейтринного телескопа $v \sim 10^3$ м^3, проектируемого на Байкале – $v \sim 10^7$ м^3, то во льду Антарктики – $v \sim 10^9$–10^{11} м^3 при относительно небольшом числе регистрирующих антенн, расположенных на поверхности льда. Видимо, было бы большой ошибкой не обсудить серьезно этот проект, здесь есть свои технические возможности и свои энтузиасты.

Следует сказать, что первоначальный проект нейтринных экспериментов, связанных с космическими лучами, о котором идет речь, встретил сильные возражения авторитетной научной общественности 50-х годов.

В это время теоретики полагали, что сечение процесса $\nu_\mu + N \to N' + \mu$ могло бы расти до энергии нейтрино 1 ГэВ; затем формфактор нуклона останавливает рост сечения, и детектирование сечений процесса $\nu_\mu + N \to N' + \mu$ при энергии 10^{10}–10^{11} эВ будет невозможно, потому что число нейтрино в космических лучах быстро падает с энергией.

Предположение о возможном росте с энергией полного сечения эффекта считалось в это время еретическим.

Приведу свои слова, сказанные в то время в защиту проекта эксперимента: «Строго говоря, в обсуждаемом нами проекте эксперимента с космическими нейтрино измеряется не эффект "упругого" процесса $\nu_\mu + N \to N' + \mu$, а, в сущности, дело идет об измерении полного сечения $\nu_\mu + N \to N' + \mu$ + все, что только может быть. Не исключено, что большое количество каналов новых реакций, возникающих с ростом энергии нейтрино, вносит столь существенный вклад в полное сечение, что этот эффект в целом может линейно расти до значений, близких к критическим» [19].

Исходя из изложенных выше положений, на семинаре ЦЕРН–Дубна–Серпухов в 1967 г. предлагалась широкая программа наблюдений неупругих процессов на ускорителях[7] [20].

Программа не встретила сочувствия у аудитории.

Если наше предложение космических экспериментов в какой-то мере учитывалось при реализации нейтринных экспериментов как в шахтах Южной Африки (F. Reines), так и индо-японо-английской совместной работы в индийской золотоносной шахте, то наши предложения нейтринных экспериментов на ускорителях больших энергий (Д.Г. Факиров и др.) остались практически неизвестными широкой научной общественности. Заметка Факирова была напечатана в Софии [36] (см. замечание по поводу работы Факирова в [57, с. 578]).

Доклад на тему "К физике нейтрино высоких энергий" был заявлен группой те-

[7] От ЦЕРН присутствовал проф. Ван-Хов; профессор Пановский, кажется, также принимал участие в работе семинара.

оретиков Дубны (Р.А. Асанов, Б.Н. Валуев, М.А. Марков, И.В. Полубаринов) на Киевской конференции по высоким энергиям 1959 г. Мои младшие коллеги по этой работе были смущены малостью сечений. Под влиянием кулуарных обсуждений комплекс неполноценности, часто возникающий у авторов, пытающихся обсуждать количественные эффекты слабых взаимодействий, привел к желанию взять обратно заявленный доклад. Как-то за обедом Р. Маршак, который был, кажется, ответственным за секцию слабых взаимодействий, спросил меня о теме моего доклада. Когда я назвал тему моего доклада, Маршак только сказал: "Вы серьезно?..", – и я не мог противиться желаниям моих младших коллег... Наш доклад на эту тему не состоялся. Содержание этого доклада частично излагается в статьях И.В. Полубаринова, В.С. Барашенкова, И.М. Железных и М.А. Маркова [32, 63].

ПРОБЛЕМА ДВУХ СОРТОВ НЕЙТРИНО

Терминологически (т.е. в обозначениях ν и n, μ_0) идею двух нейтрино, видимо, впервые высказал в 1942 г. Саката [66] при обсуждении распада возможного промежуточного мезона, введенного Юкава:

$$Y_-^+ \to e_-^+ + \nu; \quad Y_-^+ \to \mu_-^+ + n.$$

Впоследствии при описании трехчастичного распада μ-мезона ради осторожности две нейтральные частицы обозначались различными символами ($\mu_-^+ \to$ $\to e_-^+ + \nu + \mu_0$) [41, 74] μ-мезон $\to$ электрон + нейтрино + нейтретто [43].

Однако полагать, что вводимые различия для обозначения нейтрино ν и n являются самым ранним предвидением нетождественности нейтрино, в сущности, меньше оснований, чем утверждать, что описание различий атомов веществ у Лукреция является в какой-то степени аналогом современных представлений о своеобразии строения атомов.

Дело в том, что в этих различных обозначениях не было самого существенного – идеи сохранения чего-то нового, что характеризует различие двух нейтрино даже в случае равных масс и спинов. Необходимость в двух различных по свойствам нейтрино реально возникла, когда встретилась задача понять запреты в слабых распадах элементарных частиц.

В 1957 г. появился ряд работ, предлагавших рассматривать различие двух сортов нейтрино на основе сохранения приписываемых им специфических квантовых чисел (Дж. Швингер, Н. Нишиджима и др.).

Возможность экспериментального различения двух сортов нейтрино на ускорителях больших энергий в эффекте

$$\nu_\mu + n \to \begin{cases} p + \mu \\ p + e \end{cases}$$

обсуждалась в примечании в книге "Гипероны и K-мезоны" [18, 56].

Все примечания, как это следует из замечания редактора, сделаны не позднее конца 1959 г.

В [63] собраны доклады семинаров, проходивших в Дубне в 1957–1960 гг. На-

звания докладов свидетельствуют об атмосфере обсуждения проблем физики нейтрино высоких энергий[8]. Особого внимания заслуживает предложение Б. Понтекорво исследовать ν_μ и ν_e различия в экспериментах с нейтрино малых энергий, возникших от распада остановившихся π-мезонов, если они не в состоянии порождать во взаимодействии с веществом электроны.

В подготовленной в то время (1957–1958 гг.) к печати книге "Гипероны и K-мезоны" [18, 56] сделана также попытка в описании распада

$$\mu^- \to e^- + \nu + x$$

частицу x трактовать как второе нейтрино $x \equiv \nu'$, с другим сохраняющимся "странным" числом, чем нейтрино.

Лишь одно курьезное обстоятельство делает целесообразным уместность этих воспоминаний. В этой книге, опубликованной в 1958 г. [18, 56], содержится такая фраза: "Но даже ценой введения второго нейтрино нельзя надеяться получить все существующие запреты и разрешенные переходы с участием легких частиц... Например, нельзя запретить реакцию

$$\pi \to e + \nu \text{ или } \pi \to e + \nu + \gamma".$$

Дело в том, что в то время экспериментальные данные свидетельствовали, казалось бы, с большей точностью о наличии такого запрета [52]. Но впоследствии в ЦЕРН было показано, что на самом деле такой запрет отсутствует [37].

Видимо, на теоретические рассмотрения экспериментальных фактов распространяется постулат, который, кажется, принадлежит Паули: "Экспериментальный результат лишь тогда имеет объективный смысл, если он повторяется независимо по меньшей мере в двух лабораториях".

НЕСОХРАНЕНИЕ ЧЕТНОСТИ В СЛАБЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

Описание атмосферы научных дискуссий среди физиков Советского Союза в то время, когда возникла эта проблема, заслуживало бы особого внимания. Путь Ландау к формулировке сохранения комбинированной четности был отнюдь не прост. Дело в том, что несохранение четности в слабых взаимодействиях вызвало у Ландау на первых порах, видимо, так же как и у Паули, отрицательное отношение. "В принципе это не невозможно, но такой кособокий мир был бы мне настолько противен, что думать об этом не хочется" (из воспоминаний И.С. Шапиро).

---

[8] *М.А. Марков.* К физике нейтрино высоких энергий; *И.М. Железных, М.А. Марков.* К нейтринной физике высоких энергий в космических лучах; *Б М. Понтекорво.* Электронные и мюонные нейтрино; *Б М. Понтекорво, Р.М. Рындин.* О промежуточном бозоне в слабых взаимодействиях; *Б.М. Понтекорво.* О постановке опытов при помощи пучков нейтрино мезонной природы; Мезоний и антимезоний; Универсальное взаимодействие Ферми и астрофизика; *Д.И. Блохинцев.* Когда слабое взаимодействие становится сильным?; О возможном пределе применимости квантовой электродинамики; *Ван Жун, Я. Фишер, И. Чулли, С. Чулли.* Фоторождение нейтрино-антинейтринных пар на электронах; *В.С. Барашенков, Сянь Дин-чан.* О генерации пучков быстрых нейтрино; *И.В. Полубаринов.* Взаимодействие нейтрино, рожденных параллельным монохроматическим пучком π-мезонов; *Р.А. Асанов, Б.Н. Валуев.* О роли высших приближений для слабых четырехфермионных взаимодействий.

Впоследствии Ландау нашел возможность совместить это свойство слабых взаимодействий со своим научным "кредо" в сохранении комбинированной четности, где акцентируется все-таки не нарушение, а сохранение, но чего-то более фундаментального.

Естественно, что в Советском Союзе возник ряд теоретических работ, посвященных роли несохранения четности во взаимодействиях лептонов с нуклонами, например работы И.С. Шапиро с сотр. [68], Я.Б. Зельдовича "Несохранение четности в атомах" (1957, 1959 гг.) [11, 12].

По результатам вычислений Шапиро и по его инициативе был поставлен эксперимент по детектированию слабых ядерных сил (Ю. Абов и др.) [31].

Обсуждению этих же эффектов посвящены работы В.М. Лобашева [16]. В более поздней работе Лобашева содержатся и коррективы к одной из его старых работ, в которой получены завышенные значения сил для одного из исследованных им объектов [17].

К этому времени относятся и наблюдения продольной поляризации μ-частиц.

Б.М. Понтекорво поднят вопрос о возможности эффекта $\mu^- e^+ \to \mu^+ e^-$ осцилляции (1957 г., см. [63]).

Еще раньше С.С. Герштейном обсуждался вопрос о сохранении векторного слабого тока (1955 г.).

Заслуживают внимания и различные обсуждения роли нейтрино в астрофизических проблемах, таких, как существование нейтринного моря, – Б. Понтекорво, Я. Смородинский (1959 г., см. [26]); космологический верхний предел количества невидимой энергии во Вселенной – Я. Зельдович, Я. Смородинский (1961 г., см. [26]): предел может лишь на порядок превышать критическую плотность $\rho \sim \sim 10^{-29}$ г/см^3; испускание нейтрино горячими звездами – Б. Понтекорво (1959 г., см. [63]), Гандельман и Пинаев [5].

Я. Зельдович, С. Лукьянов, Я. Смородинский (1954 г., см. [14]) в большой обзорной статье "Свойства нейтрино и двойной β-распад" касаются многих проблем нейтринной физики, в частности нейтрино Майорана. Здесь же указывается, что в статье Фарри, в которой впервые (1939 г.) было обращено внимание на двойной β-распад как эффект, исследование которого может дать ответ на вопрос о справедливости теории нейтрино, предложенной Майорана, неверно оценена вероятность процесса. Эта оценка была исправлена в работе Л. Слива [28].

Естественно, что всегда возникал вопрос о массе нейтрино, особенно когда объектами обсуждения стали два сорта нейтрино.

Преодолевая комплекс неполноценности, о котором шла речь выше, я осмелился опубликовать соображения о возможном существовании небесных тел, состоящих из массивных нейтрино (1963 г., см. [59]) [19]. Соответствующая формула для массы таких объектов отличается от массы нейтронных звезд квадратом отношения массы нейтрона к массе нейтрино. Об этой работе сейчас вспоминают в связи с проблемой недостающих масс в астрофизике [3, 35]. Будучи в Кембридже в 1982 г., я дал оттиск этой старой работы проф. С. Хокингу, он сказал: "Вы слишком рано опубликовали Вашу заметку..."

Вероятно, не так мало можно было бы еще добавить к работам, о которых шла речь выше, касающимся в какой-то мере близких проблем. Так, еще в 1964 г.

появилась работа Н.Н. Боголюбова, Б.В. Струминского, А.Н. Тавхелидзе [4] о кварках с целочисленным электрическим зарядом.

Я бы хотел добавить, что работы, выполненные после 1964 г., как правило, мною не цитируются, если только в этих случаях не возникали очень сильные цепочки связей между прошлым, настоящим и будущим.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аскарьян Г.А.* // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 616.
2. *Аскарьян Г.А.* // Там же. 1969. Т. 48. С. 988.
3. *Бисноватый-Коган Г.С., Новиков И.Д.* // Астрон. журн. 1982. Т. 57. С. 899.
4. *Боголюбов Н.Н., Струминский Б.В., Тавхелидзе А.Н.* Препринт Д-2(4). Дубна, 1965.
5. *Гандельман Г.М., Пинаев В.С.* // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С. 1072.
6. *Герштейн С.С., Зельдович Я.Б.* // Там же. 1955. Т. 29. С. 698.
7. *Гусев Г.А., Железных И.М.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. С. 505.
8. *Жданов Г.Б., Хайдаров А.А.* // Докл. АН СССР. 1949. Т. 65. С. 287.
9. *Зацепин Г.Т., Кузьмин В.А.* // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 1818.
10. *Зельдович Я.Б.* // Докл. АН СССР. 1952. Т. 86. С. 505.
11. *Зельдович Я.Б.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. С. 1531.
12. *Зельдович Я.Б.* // Там же. 1959. Т. 36. С. 964.
13. *Зельдович Я.Б., Смородинский Я.А.* // Там же. 1961. Т. 41. С. 90.
14. *Зельдович Я.Б., Лукьянов С.Ю., Смородинский Я.А.* // Успехи физ. наук. 1954. Т. 54. С. 364.
15. *Ландау Л.Д.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 32. С. 405.
16. *Лобашев В.М.* // Письма в ЖЭТФ. 1965. Т. 2. С. 957.
17. *Лобашев В.М.* // Там же. 1983. Т. 38. С. 138.
18. *Марков М.А.* Гипероны и К-мезоны. М.: Физматгиз, 1958.
19. *Марков М.А.* Нейтрино. М.: Наука, 1964.
20. *Марков М.А.* Предисловие к японскому изданию "Нейтрино". 1972.
21. *Марков М.А., Стаханов В.* // ЖЭТФ. 1955. Т. 28. С. 740.
22. *Окунь Л.Б.* Слабые взаимодействия элементарных частиц. М.: Физматгиз, 1963.
23. *Понтекорво Б.* // ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 140.
24. *Понтекорво Б.* Пары $\nu\bar{\nu}$ и гипотетические нейтринные токи // Успехи физ. наук. 1983. Т. 141, вып. 4. С. 675–709.
25. *Понтекорво Б.* Страницы развития нейтринной физики // Там же. С. 675.
26. *Понтекорво Б., Смородинский Я.* // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 239.
27. *Румер Ю.Б.* // Докл. АН СССР. 1934. Т. 4. С. 21.
28. *Слив Л.* // ЖЭТФ. 1950. Т. 20. С. 1035.
29. *Спивак П.Е.* // Там же. 1958. Т. 35. С. 1059.
30. *Франк И.М., Шапиро И.С.* // Докл. АН СССР. 1948. Т. 61. С. 825.
31. *Abov Yu.G., Krupchizky P.A., Oratovsky Yu.A.* // Phys. Lett. 1963. Vol. 12. P. 25.
32. IX Annual International conference on high energy physics. Kiev, 1959.
33. *Askarjan G.A., Dolgoshein B.A.* Acoustic detection of high energy neutrinos at big depths. Moscow, 1976. (Prepr. Lebedev Phys. Inst.).
34. *Bethe H., Bacher R.* // Rev. Mod. Phys. 1936. Vol. 8. P. 22.

35. *Fabri R., Jantzen R.T., Ruffini R.* // Astrophys. J. 1982. Vol. 114. P. 219.
36. *Fakirov D.* // Fac. Sci. Sofia. 1958. Vol. 2, liv. 53.
37. *Faszini T.* // Phys. Rev. Lett. 1958. Vol. 1. P. 247.
38. *Fierz M.* // Helv. phys. acta. 1936. Vol. 9. P. 254.
39. *Fock V.* // Sov. Phys. 1937. Vol. 11. P. 1.
40. *Greisen K.* // Proc. Intern. conf. instrumentation high energy physics. Berkeley, 1960.
41. *Horowitz N.* et al. // Phys. Rev. 1948. Vol. 74. P. 713.
42. *Hinks E.P., Pontekorvo B.* // Ibid. P. 697.
43. *Hincks E.P., Pontekorvo B.* // Ibid. 1950. Vol. 77. P. 102.
44. *Ivanenko D.* // C.r. Acad. sci. 1932. Vol. 195. P. 439.
45. *Ivanenko D.* // Sov. Phys. 1938. Vol. 13. P. 141.
46. *Ivanenko D., Sokolov A.* // Ibid. 1936. Vol. 9. P. 692.
47. *Ivanenko D., Tamm I.E.* // Nature. 1934. Vol. 33. P. 981.
48. *Jordan P.* // Ztschr. Phys. 1935. Bd. 93. S. 464.
49. *Klein O.* // Nature. 1948. Vol. 161. P. 897.
50. *Konopinsky E., Mahmoud H.* // Phys. Rev. 1953. Vol. 97. P. 1045.
51. *Leipunsky A.* // Proc. Cambridge Philos. Soc. 1936. Vol. 32. P. 301.
52. *Lokontan S., Steinberger G.* // Phys. Rev. 1955. Vol. 98. P. 240.
53. *Markov M.A.* On classification of fundamental particles. Moscow: Publ. House Acad. Sci. USSR, 1955.
54. *Markov M.A.* // Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1937. Bd. 11. S. 284.
55. *Markov M.A.* // Proc. of 6th Intern. conf. on high energy physics. Rochester, 1956.
56. *Markov M.A.* // Hyperonen und K-Mesonen. B.: Dts. Verl. Wissenschaften, 1960. S. 292.
57. *Markov M.A.* // Proc. of 10th Intern. conf. on high energy physics. Rochester, 1960. P. 578.
58. *Markov M.A.* Neutrino. Dubna, 1963. (Prepr. D-1269).
59. *Markov M.A.* // Phys. Lett. 1964. Vol. 10. P. 122.
60. *Markov M.A., Zheleznykh I.M.* On high energy neutrino physics. Dubna, 1960. (Prepr. D-577).
61. *Markov M.A., Zheleznykh I.M.* // Nucl. Phys. 1961. Vol. 27. P. 385.
62. *Polubarinov I.* // Ibid. 1958. Vol. 8. P. 444.
63. On high energy neutrino physics: (Reports on GINR seminars, 1957–1960). Dubna, 1960. (Prepr. D-577).
64. *Rumer G.* // C. r. Acad. sci. 1936. Vol. 202. P. 1948.
65. *Rumer G.* // Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1937. Bd. 11, N 5. S. 48.
66. *Sakata S.* // Progr. Theor. Phys. 1946. Vol. 1. P. 43.
67. *Sakata Shoichi* // Ibid. 1956. Vol. 16. P. 687.
68. *Shapiro I.S., Blokhintsev L.D., Dolinsky E.I.* // Nucl. Phys. 1957. Vol. 4. P. 273.
69. *Schrödinger E.* // Berlin. Ber. 1931. S. 63.
70. *Steinberger G.* // Phys. Rev. 1948. Vol. 74. P. 300.
71. Progr. Theor. Phys. 1961. Vol. 19. suppl.
72. *Tamm I.E.* // Nature. 1934. Vol. 134. P. 1010.
73. *Tamm I.* // Phys. Ztschr. Sowjetunion. 1936. Bd. 10. S. 567.
74. *Wheeler G.A.* // Amer. Phys. Soc. Meeting, April, 1948.
75. *Yukawa H.* // Proc. Phys. Math. Soc. Jap. 1935. Vol. 17. P. 48.

III

ФИЗИКА НЕЙТРИНО

ON HIGH-ENERGY NEUTRINO PHYSICS*

I will report on investigations in the field of high- and intermediate energy neutrino physics carried on at the Joint Institute for Nuclear Research in 1958–1960. The full texts of the papers on which I will comment can be found in the pamphlet entitled "On High Energy Neutrino Physics" (Dubna, 1960).

Various possibilities of neutrino experiments using accelerators or cosmic rays are discussed in this report. The analyses show that it is possible to carry on neutrino experiments with existing accelerators and underground, with cosmic ray neutrinos. In fact, Pontecorvo has shown that in some neutrino physics problems the medium energy accelerators, which produce π-mesons, have an advantage.

One of the fundamental questions in high-energy neutrino physics is the following:

> Up to what energy do neutrino cross sections increase quadratically with increasing energy as predicted by lowest order in the four-fermion theory?

From the point of view of the four-fermion formalism this cross section is correct up to 300 BeV in the c.m. system. At these energies weak interaction effects become equal to electrodynamic effects.

Unfortunately such energies will not be accessible to experiment in the nearest future. Therefore, the answer to this question can be found only indirectly. One of these indirect ways is connected with higher order effects in the perturbation theory of weak interactions, which allow arbitarily large intermediate momenta. These effects have been theoretically analyzed (Pontecorvo, Asanov, Valuev, Ioffe) under the assumption that intermediate momenta are cut-off so that $k_{\max} < 10^3\ M_n$. This cut-off is chosen to give maximum effect which is not in contradiction with experimental data (such as the absence of $\mu^+ e^- \to e^+ \mu^-$ and $\mu \to e + \gamma$).

This (experimentally dictated) cut-off is at a momentum smaller that that at which non-applicability of perturbation theory could be suspected. The decay $\mu \to e + \gamma$ gives the more stringent restriction on the cut-off. In accordance with the experimental upper limit; $\dfrac{W(e+\gamma)}{W(e+\nu+\bar{\nu})} < 1{,}2 \cdot 10^{-6}$ the critical momentum must be chosen, $k_{\max} < 50$ BeV.

One natural cut-off mechanism would be an intermediate vector boson. Another possibility is that the neutrino associated with the μ-meson is different from the neutrino associated with the electron. In this event the absence of $\mu \to e + \gamma$ sets no upper limit on the cut-off.

---

* Proc. of X Intern. conf. on high-energy physics. Rochester, 1960. P. 579–581.

The papers to be quoted deal with the following four questions.
1. Existence of an intermediate meson.
2. The question of two kinds of neutrinos.
3. The existence of interactions of the types (a) and (b) below.
4. Value of critical weak interaction momentum:
   a) for neutrino-baryon interactions;
   b) for neutrino-lepton interactions.

At the present time it is reasonable to suppose that neutrino-nucleon interactions are cut-off by the same formfactor as electromagnetic interactions. We can therefore expect neutrino-nucleon cross sections in the laboratory system to increase with increasing energy up to a few BeV. Beyond this energy, cross sections may be constant or even decrease.

Direct detection of neutrino-nucleon effects in accelerators were considered by Fakirov and myself (1958) as well as by Schwartz. Estimates show that, due to the large pion lifetime, geometrical factors make it unfavorable to place the neutrino detectors at a large distance from the accelerator. Taking shielding requirements into account the best accelerator – detector distance is 40–50 m under Dubna conditions.

Neutrino fluxes form linear and parallel beams of decaying π-mesons (ideal magnetic focusing) are considered by Polybarinov (1959). Under the conditions considered by Polubarinov the maximum in neutrino flux density appears at a distance of 100 m from the accelerator target. Beyond this point the neutrino flux density decreases with distance. Calculations of the neutrino fluxes in a 10 BeV proton accelerator are presented in Barashenkov's and Hsien Ding-Chang's papers.

1. ν_μ–ν_e PROBLEM

If one has a proton flux of 10^{11} sec^{-1} at an eneregy of 10^{11} eV, previous estimates give a neutrino flux, with $E_\nu > 1$ BeV at 50 m from the target, of 10^3 cm^2/sec. Using 1/10 of the primary protons we estimate 1/4 event per day of the type, $\nu + p \rightarrow n + e$ using the theory with identical ν_e and ν_μ. Magnetic focusing of the π-meson beam may increase the number of events by a factor of 20. According to Pontecorvo, neutrino experiments are best performed with accelerators of proton energy 1 BeV and lower because the lower neutrino cross sections are more that compensated by the higher intensities.

In his suggestions Pontecorvo concentrates on reactions of the type

$$\nu_\mu + N \rightarrow N' + e,$$

$$\nu + e \rightarrow e + \nu$$

at small neutrino energies. In particular he considers some advantages of using monochromatic neutrinos produced by the decay of stopped particles.

2. THE INTERMEDIATE MESON

As noted by Pontecorvo and Ryndin and by Lee and Yang, the cross section for vector meson production by neutrinos of one BeV in the Coulomb field of a nucleus may be

10^{-35} cm^2 for $Z = 10$. For a boson with the mass of a nucleon we could expect one event per hour.

The cross section for photo-production with γ-rays of corresponding energy would be about ten times as big as that for production by neutrinos. Barashenkov and Hsien Ding-Chang have estimated photon fluxes in proton accelerators and have found that photo-boson production experiments are indeed feasible.

3. NEUTRINO-LEPTON INTERACTIONS

Unfortunately, the cross section for neutrinos interacting with free electrons is smaller than that for the neutrino-nucleon interaction. Besides, it is difficult to detect neutrino-lepton scattering processes in the background of effects,

$$\nu + N \to N + \mu \text{ or } \to N + e.$$

Instead, Chou Kuang-Chao has suggested searching for lepton pair production in neutrino scattering from a Coulomb filed. In the lab system the cross section of the process, $\nu + Z \to Z + e^+ + e^- + \nu$ has the form

$$\sigma = \frac{8G^2(Ze^2)^2}{3(2\pi)^3} E_\nu^2 \ln \frac{E_\nu}{m_e}.$$

For $Z = 80$ an approximate expression is

$$\sigma_\nu \simeq 7 \cdot 10^{-40} E_\nu^2 \ (E_\nu \text{ in BeV}).$$

At sufficiently high energy this may be the dominant kind of weak process. It will be possible also to detect muon pairs and pairs produced in neutrino scattering from Coulomb fields.

Table 1

Comparison of cosmic rays and accelerators

Event	Cosmic rays (detector area = 1000 m^2; $E_\nu^{max} = 3\ 10^{11}$ eV)	Accelerators (detector area = =1 m^3 of Pb; magnetic focussing; 10^{11} protons / sec; $E_p = 10^{10}$ eV)
Intermediate boson	One per day	One per hour
$\nu + N \to N' + \mu$	One per month	One per day
ν + nucleus $\to$ nucleus + μ + e + ν	"Pillow" $z = 10$ one per month	One per month
	"Pillow" $z = 80$ one in 4 days	

4. COSMIC RAY EXPERIMENTS

In the papers by Zheleznykh and myself (1958, 1960) possibilities of experiments with cosmic ray neutrinos are analyzed. We have considered those neutrinos produced in the Earth's atmosphere from pion decay. From the known μ-spectrum the neutrino energy spectrum is reconstructed. We propose setting up apparatus in an underground lake or deep in the ocean in order to separate charged particle directions by Čerenkov radiation. We consider μ-mesons produced in the ground layers under the apparatus. If the measuring apparatus gathers information from an area of 1000 m^2 and the maximum neutrino energy is $3 \cdot 10^{11}$ eV, we estimate the number of events as given in Table 1.

Rare events of a frequency of less than one per month are also detectable in cosmic rays. Experiments with cosmic rays are also of interest for their own sake because they may give information on possible high energy neutrinos of cosmic origin.

DISCUSSION

Yang. Are there plans for doing these experiments in Russia?

Markov. We have discussed this question in Russia and maybe it will be possible.

Schwartz. How will you be able to settle the question of whether there are two kinds of neutrinos in a cosmic ray experiment?

Markov. I think that this question may be solved only by an accelerator experiment. But I think that the first step is detection of high energy neutrinos in cosmic rays.

Bernardini. I want to object a little bit to your optimism although I myself am very optimistic. If you want to see these events at a rate of one per day or one every four days, this is extremely interesting and maybe the fundamental problem of whether there are one or two neutrinos will be solved in these early days. But to speak about neutrino physics is not only a question of one event per day or one event every four days. Some new detector should be developed in which you use 10 tons of material and in which you are able to realize an appreciable amount of information. My optimism is concentrated on the possibility of developing such a detector. Because otherwise neutrino physics, like cosmic ray physics, will give only qualitative information. With a high intensity accelerator and this kind of heavy detector this situation would be changed.

Markov. I agree with Bernardini, but cosmic ray neutrinos have their own importance. I mentioned only neutrinos resulting from the decay of pions produced in the Earth's atmosphere, but maybe there are neutrinos from the galaxy. Maybe the intensity of these neutrinos is different. It is necessary to solve this problem too.

Bernardini. I do not know how many thousands of cosmic ray pictures have been scanned, but I would not be so optimistic about the supply of neutrinos from extragalactic bodies. Because after all, apart from the Anderson picture of one event of this kind, I have never heard of a layer in the cloud chamber and one positive electron alone coming out. Now

if this neutrino flux were abundant I think these very strange events would have been noticed.

Markov. No, I do not agree with you. According to the "pillow-effect" discussed here you can receive an important contribution from the portion of the neutrino spectrum near 10^{11} eV. It seems to me that neutrinos with energies $\sim 10^{11}$ eV and greater will not be obtained so soon from accelerators. On the other hand, if a galactic neutrino flux with energies greater than 10^{11} eV does exist, then according to the cross section $\sigma \sim E_\nu^2 \ln E$ such a neutrino flux will be detectable if its spectrum falls off no more rapidly than $dE_\nu/(E_\nu)^{3,5}$.

Lederman. I would like to point out that something is known about this if you remember the underground experiment, just published by Frauenfelder and Hyams at CERN, in which they just looked at particles going upward. You can use Markov's formula of one event per day and assume they ran something like 10 days with 1/1000 the area. One can then say that the cross section is not much more than 100 times your cross section.

Bludman. Would you explain again the reaction $\nu + e \to \nu + e$ and its bearing on the $\mu \to e + \gamma$ reaction?

Markov. I have only quoted Pontecorvo's work in this connection. If this $\nu + e \to \nu + e$ interaction exists, it is possible for electrons to lose energy in the form of two neutrinos and this effect may be important in astrophysics.

Primakoff. I would like to comment in connection with Bludman's question, that if $\nu + e \to \nu + e$ is possible then $\mu \to e + \gamma$ is allowed in the second order in weak interactions, so there is a connection.

Markov. I have thought of this possibility, and I mentioned it in my talk.

Feinberg. $\mu \to e + \gamma$ will happen anyway to second order in weak interactions through the β-decay and μ-capture interactions, and it will happen in third order through the μ-decay interaction alone. So, probably $e - \nu$ scattering is irrevelant to the question of why $\mu \to e + \gamma$ does not happen.

ON HIGH-ENERGY NEUTRINO PHYSICS IN COSMIC RAYS*

1. INTRODUCTION

Within a few years there will evidently appears a new branch of experimental physics – neutrino physics of medium and high-energies – the results of which may prove fundamental in the elementary particle theory in general [18].

An essential problem of high-energy neutrino physics is how the quadratic increase of the four-fermion interaction cross-section

$$\sigma \propto E_\nu^2, \tag{1}$$

where E_ν is the energy in the centre-of-mass system, continues to hold at very high energies.

From the viewpoint of the formalism of the theory of weak four-fermion interactions this cross-section is correct in principle up to the energy $k_{\text{lim}} \approx 300\,\text{GeV}$ in the centre-of-mass system. At these energies the effect of weak interactions is already comparable with electromagnetic effects [3, 12].

Unfortunately, such energies (i.e. colliding beams of 10^{11} eV) are unlikely to be accessible to experiment for some years and therefore an answer to this question should be sought in an indirect way.

One of these indirect ways involves the consideration of higher approximations of the perturbation theory of weak interactions permitting arbitrary large momenta in intermediary states. Several similar effects were analyzed theoretically by Pontecorvo [9], Asanov and Valuev [1], and Ioffe [6] under the assumption that the momenta of the intermediate states are cut off at those $k_{\max}\left(< k_{\text{lim}}\right)$ which yield the maximum value for a given effect without yet contradicting experimental data.

These effects are of the type $\mu^+ + e^- \to e^+ + \mu^-$, $\mu^+ \to e^+ + e^- + e^+$, $\mu^+ \to e^+ + \gamma$ etc.

The immediate conclusion from the estimates obtained tends to show that the momenta in the intermediate states are cut off for some reason which comes into play when the momenta are smaller than those for which the applicability of the perturbation theory could be questioned.

The decay $\mu^+ \to e^+ + e^- + e^+$ proves to be the most critical by the estimates of [1] for, in accordance with the known experimental limit for this effect $W(3\text{e})/W\left(e + \nu + \tilde{\nu}\right) \leqq$ $\leqq 4 \cdot 10^{-6}$, the critical momentum should be chosen as

$$k_{\max} < 60\,\text{GeV}.$$

* Nucl. Phys. 1961. Vol. 27. P. 385–394. Co-author *I M Zheleznykh*

According to Ioffe [6] the critical momentum k_{max} for the effect $\mu \to e + \gamma$ is $k_{max} < 50$ GeV.

One of the natural mechanisms capable of cutting off the weak interaction cross-sections at larger than critical lengths

$$l > \sqrt{\frac{G^2}{\hbar c}} \approx 0,6 \cdot 10^{-16} \text{ cm}$$

could be a mechanism involving an intermediate vector boson. Another possibility is a difference in the nature of neutrinos $(\nu_\mu \not\equiv \nu_e)$ which would prohibit a number of effects.

Against this background the problems emerging in high-energy neutrino physics may be represented as follows:

1) intermediate boson;

2) ν_μ-neutrino and ν_e-neutrino;

3) the magnitude of the cut-off momentum of weak interactions for neutrino-baryon and neutrino-lepton interactions.

It is in this respect that the experimental possibilities of accelerators are considered [2, 8, 10, 13, 17–19, 21; D.G. Fakirov. Diploma, MSU, 1958].

In the present paper analysis is made of the corresponding possibilities in cosmic rays[1].

We consider only that neutrino flux which originates as a result of the decay of π-mesons produced in the earth's atmosphere. Other sources of high-energy neutrinos, decay of μ-mesons, K-mesons etc. in flight, are ignored[2]. Nor do we take into account the spectrum of "true" cosmic neutrinos, i.e. neutrinos reaching the Earth from the depths of the universe, though here too there may be certain speculative considerations leading to some estimates.

Thus in the present paper we offer the lower estimates of effects caused by "terrestrial" high-energy neutrinos.

In the decay

$$\pi \to \mu + \nu \qquad (2)$$

in the system of the π-meson at rest, the neutrino energy is

$$E_{\nu_\mu} \simeq 0,23 M_\pi c^2, \text{ or } E_\mu \simeq 3,3 E_{\nu_\mu}. \qquad (3)$$

In the following it is assumed that on the average as well the energies of the corresponding neutrino and μ-meson in the laboratory system are connected through the same relation (3).

The energy neutrino spectrum was determined by the corresponding energy μ-meson spectrum. In [11], for example, offers an experimental energy spectrum of μ-mesons up to energies 10^{12} eV.

---

[1] Different estimates of neutrino effects detectable in principle in cosmic rays were given preliminary consideration by the present authors in: I.M. Zheleznykh. Diploma, MSU, 1958.

[2] We have been kindly informed by Professor G.T. Zatsepin that the contribution of neutrinos originating in μ-decays may be essential for neutrino energies of the order of several GeV.

The analytical neutrino spectrum can be approximated in the following way:

$$\left.\begin{aligned} f(E_\nu)dE_\nu &= 5{,}5\cdot 10^{-3}\frac{dE_\nu}{E_\nu^{2,5}} \quad (1\,\text{GeV} < E_\nu < 30\,\text{GeV}) \\ f(E_\nu)dE_\nu &= 6\cdot 10^{-2}\frac{dE_\nu}{E_\nu^{3,2}} \quad (30\,\text{GeV} < E_\nu < 300\,\text{GeV}) \end{aligned}\right\}. \tag{4}$$

Here and in the following energy is expressed in GeV.

A small neutrino interaction cross-section makes it possible to perform experiments deep underground and thus isolate the reactions (with the production of μ-mesons and possibly of electrons) from the neutrinos coming from the lower hemisphere, i.e. passing through the Earth. This experimental arrangement can in principle exclude the cosmic-ray background. All known particles with the exception of neutrinos are absorbed by scores of kilometers of the substance and thus are entirely screened by the planet, while the backward scattering of μ-mesons seems little probable (the detailed calculation is in progress).

In underground experiments the relatively small background makes it possible to use large detector "masses", which compensates to a certain degree for the weakness of high energy neutrino fluxes.

It is noteworthy that not only μ-mesons (from the reactions involving neutrino produced in the detector itself, but also the μ-mesons from the adjoining layers of the ground[3] ("the cushion") are detected in the experiment. The effect is proportional to the μ-meson path and consequently to the first power of its energy, up to energies of order of 100 GeV. The path of μ-mesons in the "ground" ($Z = 10$, $A = 20$, $\rho = 2$) is taken equal to

$$R = 2{,}3\cdot E_\mu\cdot 10^2\ \text{cm}. \tag{5}$$

The "effective mass" of the detector can therefore increase essentially. For electrons this effect does not hold.

It will be noted that the background due to natural radioactivity in the ground can be avoided by using detectors with the corresponding energy release threshold.

2. NEUTRINO-NUCLEON INTERACTION

In the framework of the available experimental data and theoretical concepts the following reactions for neutrino and anti-neutrino from the π-meson decay can be supposed:

$$\begin{aligned} &(a)\quad \nu_\mu + n \to p + \mu^-(e^-), \\ &(b)\quad \tilde{\nu}_\mu + p \to n + \mu^+(e^+), \\ &(c)\quad \tilde{\nu}_\mu + n \to \Sigma^- + \mu^+(e^+), \\ &(d)\quad \tilde{\nu}_\mu + p \to \Sigma^0 + \mu^+(e^+), \\ &(e)\quad \tilde{\nu}_\mu + p \to \Lambda^0 + \mu^+(e^+). \end{aligned} \tag{6}$$

[3] Owing to a long path of μ-mesons in the substance, the set up may collect μ-mesons from a stratum equivalent to a 500 m layer of water (the path of a μ-meson of energy 10^{11} eV).

There are experimental grounds to believe that the effects (c), (d) and (e) are less probable than the reaction of the type (b).

Additional π-mesons may be produced in these reactions. Besides, the production of K-mesons is possible if the corresponding selection rules over the strangeness numbers are observed, as for example in

$$\tilde{\nu}_\mu + n \to \Xi^- + \mu^+\left(e^+\right) + \mathrm{K}^0,$$

$$\nu_\mu + n \to p + \mu^-\left(e^-\right) + \mathrm{K}^0.$$

2.1. Formfactors

It seems worthwhile to investigate the behavior of the cross-sections of the reactions (6) with increasing energy. The cross-section for type (a) is

$$\sigma_\nu \approx 1,5 \cdot 10^{-38} E_\nu\,, \tag{7}$$

and for the other reactions

$$\sigma_{\tilde{\nu}} \approx 0,5 \cdot 10^{-38} E_{\tilde{\nu}}\,, \tag{8}$$

if $E \gtrsim 1\,\mathrm{GeV}$.

The energy spectrum of μ-mesons in the neutrino-caused reactions is uniform and proportional to E_μ^2 in the reactions with the anti-neutrinos.

Therefore, the paths of the μ-mesons produced are estimated as

$$R_1 = 2,3\left(1/2\, E_\nu - E_{\mathrm{thr}} + \frac{E_{\mathrm{thr}}^2}{2E_\nu}\right) \cdot 10^2 \text{ cm}, \tag{9}$$

$$R_2 = 2,3\left(3/4\, E_{\tilde{\nu}} - E_{\mathrm{thr}} + \frac{E_{\mathrm{thr}}^4}{4E_{\tilde{\nu}}^3}\right) \cdot 10^2 \text{ cm}. \tag{10}$$

Here E_{thr} is the threshold energy for the detection of μ-mesons.

For the μ-meson flux through the surface S in the solid angle π (in the 120° cone) we have

$$N_\mu = \pi \int \left(\sigma_\nu R_1 + 4\sigma_{\tilde{\nu}} R_2\right) \frac{f\left(E_\nu\right)}{2} dE_\nu \frac{\rho N_{\mathrm{Avog}}}{2} S, \tag{11}$$

where σ_ν and $\sigma_{\tilde{\nu}}$ are determined from expressions (7) and (8), R_1 and R_2 from eqs. (9) and (10), $f\left(E_\nu\right)$ from eq. (4) and $\rho = 2$ is the density of the ground.

The factor 1/4 appears since the quantities ν_μ and $\tilde{\nu}_\mu$ in the spectrum $f\left(E_\nu\right)$ are approximately equal, just as the numbers of neutrons and protons in the ground.

If the threshold for the detection of μ-mesons is equal to 0,5 GeV, one μ-meson will pass through 1000 m^2 within three days. If the threshold is equal to 5 GeV, one μ-meson will be detected within 5 days.

Now it seems likely that four-fermion interactions involving baryons are cut off (in the vector variant, "weak electrodynamics", for example) by the same Hofstadter formfactor, i.e. at lengths

$$l \geqq \frac{\hbar}{M_n C} \approx 2 \cdot 10^{-14}\,\text{cm}.$$

It is natural to assume that the total interaction V–A is cut off by the same formfactor, though this means a new hypothesis.

At neutrino energies of the order of some GeV the cross-sections of the effects of the type $\nu + n \to p + \mu(e)$ become of the order of 10^{-38} cm^2 and for the antineutrino the cross-section decreases by a factor of 3 (see expressions (7) and (8)). At large energies the further growth of the cross-section with energy can only be said to be essentially modified by the formfactor [I.M. Zheleznykh. Diploma. MSU, 1958]. The application of the extrapolation of the Hofstadted formfactor, not quite legitimate in the region of such large momenta, leads to a constant cross-section for large energy values.

If we take into account the possible role of the from-factor precisely of the type used in [17], μ-mesons in the centre-of-inertia system will be found to originate in a cone directed "forward" (with the direction of ν_μ and $\tilde{\nu}_\mu$) tapering with the growth of energy. In this case, energy of mesons in the laboratory system is close to the energy of a neutrino and antineutrino, and their paths can be evaluated as

$$R_1 = R_2 = 2{,}3(E_\nu - E_{\text{thr}}) \cdot 10^2\,\text{cm}. \qquad (12)$$

Using a formula similar to formula (11), we find in the case of "cutting off" at the nucleon length, that one event can be detected within 30 days. In other words, as the cross-section continues to grow with energy, the μ-meson flux through the detector surface becomes roughly 10 times as large.

2.2. Electron and Muon Neutrinos

One of the fundamental problems awaiting experimental and theoretical substantiation is the establishment of the identity or difference of electron and muon neutrinos.

It is not impossible that neutrinos from π-meson decay (muon ν_μ) basically differ [7] from electron neutrinos ν_e, i.e. the neutrinos from the nucleon β-decay. It that case electron productions in the reactions (6) is impossible.

Yet in the atmosphere there occurs the decay

$$\mu \to e + \nu_\mu + \nu_e, \qquad (13)$$

which yields electron neutrinos as well as muon neutrinos adding to the spectrum (4). If we assume that all μ-mesons are produced in the upper atmospheric strata, the differential

energy spectrum of muon neutrinos from the μ-meson decay does not decrease at large neutrino energies $(E_\nu > 5\,\mathrm{GeV})$ more slowly than $1/E$ (in the directions close to the earth's radius) if compared with the differential energy spectrum (4). Therefore, the spectrum of the electron ν_e falls off more rapidly than the summary spectrum of the muon ν_μ at least by a factor of $(E + 1)$. For E_ν of the order of one or several GeV, the ratio is actually less than $1/(E + 1)$ because of the production of μ-mesons throughout the atmosphere and their energy losses before the decay.

In the case of different neutrinos there must originate, in any case, 1/4 or 1/5 of electrons than if ν_e and ν_μ were basically the same.

But the detection of electrons is a considerably more complex task than that of μ-mesons. Assuming the linear growth of the cross-section with energy and the identity of the neutrinos, one electron is produced in 1000 m^3 of water within 100 days, the neutrino spectrum being $f(E_\nu)$ given by eq. (4). But if the counters covering an area of 1000 m^2 can collect information from a layer of water of about 5 m thick, one event can be detected within 20 days.

3. INTERMEDIATE BOSON

In the theory of weak interactions much attention has recently been paid to the possibility of the existence of a heavy meson [14] which disintegrates within a very short time, according to

$$B^\pm \to \mu^\pm + \nu(\tilde{\nu}), \text{ or } B_\pm \to e^\pm + \nu(\tilde{\nu}). \tag{14}$$

From this point of view, it seems worthwhile [17, 20] to consider the reactions of the type

$$\begin{aligned} &\nu + X \to B^+ + \mu^-(e^-) + X' \to \mu^+ + \mu^-(e^-) + \nu' + X' \quad \text{or} \quad e^+ + \mu^-(e^-) + \nu' + X', \\ &\tilde{\nu} + X \to B^- + \mu^+(e^+) + X' \to \mu^- + \mu^+(e^+) + \tilde{\nu}' + X' \quad \text{or} \quad e^- + \mu^+(e^+) + \tilde{\nu}' + X', \end{aligned} \tag{15}$$

where X represents a nucleus with a charge Z.

These reactions are of the first order with respect to the weak interaction constant. A certain part of the effect, due to the Z^2-dependence of the cross-section, is given by [17]

$$\sigma = \frac{1}{6\pi\sqrt{2}} \frac{Z^2}{(137)^2} g_\nu \left(\ln \frac{2E_\nu q_0}{M^2} \right)^3, \quad E_\nu \gg \frac{M^2}{2q_0} \approx 2\,\mathrm{GeV}. \tag{16}$$

For $Z = 10$ we have

$$\sigma = 10^{-36} \cdot (\ln 1/2\, E_\nu)^3. \tag{17}$$

The μ-meson flux from the "cushion" (from the neutrinos of $E > 10$ GeV) in the ground can

be estimated by

$$N_{\mu} = 3\sigma_0\pi \frac{N_{\text{Avog}}\rho}{A} 2{,}3 \cdot 10^2 \cdot S \int_{10}^{300} f(E_\nu)\, 1/3 \left(E_\nu - 2E_{\text{thr}} + \frac{E_{\text{thr}}^2}{E_\nu} \right) (\ln 1/2\, E_\nu)^3 dE_\nu . \quad (18)$$

When $S = 10^3$ m^2, there are 2 mesons per day detected, the threshold being 1 GeV.

It will be emphasized that in a detector of 1 m thickness (without a "cushion"), the number of events is less by a factor of ≈ 30.

It is shown by the estimates that the μ-meson fluxes can be same in the case of an intermediary meson or a linear growth of the νN cross-section with energy.

Two possibilities, the intermediate meson or the linear growth of the cross-section $\nu + N \to N + \mu$, can be discriminated if a thorough analysis is made of the dependence of the number of the events observed on the detection threshold, since the analytical dependences of the threshold of the μ-meson fluxes (11) and (18) are different in principle.

Yet it is more reliable to make measurements in ores with different Z. In the case of an intermediate meson the flux changes with the change of the factor Z^2/A.

4. NEUTRINO-LEPTON INTERACTIONS

For the neutrino-lepton interactions of the type $\nu + e \to \mu + \nu$, the expressions for the cross-section in the centre-of-mass system have the same form as relation (1). If there are fairly plausible considerations with respect to the restriction of the energy growth the cross-sections of four-fermion lepton-baryon interactions, the restriction of lepton-lepton interactions by the characteristic nucleon or pion lengths can now be regarded as little probable from the viewpoint of generally accept theoretical concepts.

A different situation arises in a non-linear conception like the Heisenberg theory.

The question is how neutrino-lepton interactions actually behave as energy increases?

The cross-section (1) in the laboratory system of coordinates assumes the form

$$\sigma \propto mE_\nu .$$

Consequently the cross-sections for the (νe) interactions at the given neutrino energy are smaller by a factor 10^3 than the corresponding neutrino-nucleon interactions, which makes any attempt to detect $(\nu e) - (\nu\mu)$ interactions meaningless for the time being.

There are effects of interaction of neutrinos on "bound" electrons which retain a higher energy dependence of the cross-section at higher energies in the laboratory system of coordinates as well.

We have pointed out one example of the effect of this type [I.M. Zheleznykh. Diploma. MSU, 1958], viz. the neutrino ν in the field of the nucleus X produces, in scattering, the pair, $e^-\mu^+$, e^-e^+, $\mu^+\mu^-$, μ^-e^+, i.e. the effect of the form

$$\nu + X \to X' + e^- + e^+ + \nu'.$$

Chou Kuang-chao (Dubna) evaluated this effect. He obtained the cross-section in the form

$$\propto G^2 \frac{Z^2}{(137)^2} E_\nu^2 \ln \frac{E_\nu}{m}. \tag{19}$$

As was pointed out by L.B. Okun and I.Ya. Pomeranchuk, the quadratic growth of the cross section is cut off by the form-factor of the nucleus, and the cross-section above the corresponding energies shows a linear and not a quadratic growth with the neutrino energy.

Despite the additional logarithmic factor, there being a small numerical coefficient does not make this effect superior to that of direct lepton-lepton $[(\nu e)-(\nu\mu)$, for example] interaction. True, it is difficult to isolate the $(\nu e)-(\nu\mu)$ interaction against the background of the $(\nu N)-(\mu N)$ effects. Perhaps the Z^2-dependence of the effect indicated above will prove useful in the future. It is not impossible that the qualitative peculiarity of this effect manifest in lepton-pair production can also be used.

5. NEUTRINO FROM COSMIC SPACE

With the isotropy of sources and the isotropic distribution of cosmic rays in the galaxy, the neutrino flux in terrestrial conditions is bound to be determined entirely by the flux of neutrinos produced in the atmosphere.

Yet observations seemed to testify in favour of the theory of the production of cosmic particles in the shells of super new and new stars [4, 5]. According to radio-astronomical data there are many relativistic electrons in the expanding shells of these stars. In the Crab nebula, the shell electron energy is set down at 10^{50} to 10^{53} GeV ($E > 0{,}25$ GeV), the electron spectrum falling to $1/E - 1/E^{1,5}$. If these electrons were produced in nuclear collisions, there must be three neutrinos for each electron of approximately the same energy. From the maximum data (and assuming that electrons have been accumulating for 900 y, $R = 5\cdot 10^{21}$ cm, $E_{\max} = 10^3$ GeV) we can find that a high-energy neutrino flux from the Crab nebula to the earth might have the spectrum $\left(3\cdot 10^{-5}/E\right)\text{cm}^{-2}\cdot\text{sec}^{-1}$. In any case, the presence of high-energy photons beyond the atmosphere could be an argument in favour of the existence of, at least, the same fluxes of true cosmic high-energy neutrinos.

Thus, this paper points to the possibility of detecting neutrinos in cosmic rays. Since neutrinos in modern accelerators usually have energies of the order of 1 GeV, the question of the behaviour of the neutrino-nuclear (νN) interaction cross-section in the energy region from 10 to 100 GeV can be solved experimentally with cosmic rays (see Table 1).

Experiment with neutrinos in cosmic rays can furnish some information on the existence of the intermediate boson.

Finally, the upper limit can be established for high energy neutrino fluxes coming from the depths of cosmic space and certain cosmogonic hypotheses be verified thereby.

Table 1

Comparison of cosmic rays with accelerators

Event		Cosmic rays (detector area = 1000 m^2; $E_\nu^{max} = 3\ 10^{11}$ eV; $E_{thr} = 0{,}5$ GeV)	Accelerators (detector area = 1 m^3 of Pb; magnetic focussing 10^{11} protons/sec; $E_p = 10^{10}$ eV)
Intermediate boson ($M \approx$ K-mass)		> two per day	
$\nu + N \to N' + \mu$	Linear growth of cross-section with energy	> one per three days	≈ one per day
	Hofstadter formfactor	> one per month	≈ one per day

In conclusion it seems worthwhile to compare some estimates for the events induced by neutrinos in cosmic rays and accelerators.

Note added in proof. If the cross-section for neutrino absorption has a resonance behaviour due to the intermediate boson, as has been pointed out by Glashov [15] and Kinoshita [16], then the counting rates in the underground experiment may be higher than those shown in Table 1. On the other hand, we would like to emphasize the fact the measurements of the total weak process cross-sections could compete to some extent with electrodynamic experiments on the high-energy formfactor behaviour provided the nature of these form-factors is the same. Finally, it should be noted that the figures in Table 1 will increase if one uses the neutrino spectra from the decay of π- and μ-mesons in the atmosphere, which have been recently calculated by Zatsepin and Kuzmin.

REFERENCES

1. *Асанов П.А., Валуев Б.Н.* // Нейтрино. Дубна, 1960. С. 83. (Препр. / ОИЯИ; Д-577).
2. *Барашенков В.С., Сянь-Дин-чан* // Там же. С. 59.
3. *Блохинцев Д.И.* // Успехи физ. наук. 1957. Т. 62. С. 381.
4. *Гинзбург В.Л.* // Там же. 1953. Т. 51. С. 343.
5. *Гинзбург В.Л.* // Там же. 1957. Т. 62. С. 37.
6. *Иоффе Б.Л.* // ЖЭТФ. 1960. Т. 38. С. 1608.
7. *Марков М.А.* Гипероны и К-мезоны. М.: Физматгиз, 1958. С. 295.
8. *Полубаринов И.* // Нейтрино. Дубна, 1960. С. 87 (Препр. / ОИЯИ; Д-577).
9. *Понтекорво Б.М.* // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. С. 549.
10. *Понтекорво Б.М.* // ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С. 1751.
11. *Ashton F.* et al. // Nature. 1960. Vol. 185. P. 364.
12. *Blokhintsev D.I.* // Nuovo cim. 1958. Vol. 9. P. 925.
13. *Cabibbo N., Gatto R.* // Ibid. 1960. Vol. 15. P. 304.
14. *Feynmann R.P., Gell-Mann M.G.* // Phys. Rev. 1958. Vol. 109. P. 193.
15. *Glashow S.* // Ibid. 1960. Vol. 118. P. 316.
16. *Kinoshita T.* // Phys. Rev. Lett. 1960. Vol. 4. P. 378.
17. *Lee T.D., Yang C.N.* // Ibid. P. 307.
18. *Markow M.A.* Hyperonen und K-mesonen. B.: Dt. Verl. Wissenschaften, 1960. S. 292.
19. *Pontecorvo B.M.* // Proc. IX Intern. conf. high energy physics. Kiev, 1959.
20. *Pontecorvo B.M., Ryndin R.* // Ibid.
21. *Schwartz M.* // Phys. Rev. Lett. 1960. Vol. 4. P. 306.



На даче. М.А. Марков с аспирантом И.М. Железных, 1962 г.
Фото Ю.Д. Усачева

ON HIGH-ENERGY NEUTRINO PHYSICS IN COSMIC RAYS*

I

The problem of detection of high energy neutrino beams in cosmic rays has many interesting aspects [6, 7]. Its development can make in particular a great contribution to a new-branch of experimental physics arising now-high energy neutrino physics. It is not excluded that the results obtained in this new branch may prove to be fundamental in the elementary particle theory in general. That is why at present possibilities are being intensively searched for solving the problems of high energy neutrino physics (e.g. on the accelerators).

* J. Phys. Soc. Jap. 1962. Vol. 17, suppl. A-III. P. 353–356. Co-authors *V.A. Kuzmin, G.T. Zatsepin, I.M. Zheleznykh.*

The problems emerging in high-energy neutrino physics may be listed as follows:

1) a magnitude of the cut off momentum of weak interactions both for neutrino-barion and neutrino-lepton interactions;

2) intermediate boson;

3) muon neutrino ν_μ and electron neutrino ν_e;

4) $(\nu e)(\nu e)$ interaction.

In this paper we evaluated some possibilities of neutrino physics in cosmic rays.

II

Neutrino flux in cosmic rays consists, in principle, of two components different in their origin. The first part presents the flux of "true" cosmic neutrinos, the other is the flux of neutrinos generated by cosmic rays in the earth's atmosphere. It is natural to suppose that the high-energy true cosmic neutrinos are due to the cosmic rays solely. In this case the intensity of cosmic neutrino flux is about 10^3 times less than intensity of the atmosphere neutrino flux, as calculated in [1]. That is why it is possible to think that in cosmic neutrino experiments we shall deal with the atmospheric neutrinos.

Atmospheric neutrinos are convenient for the experiments, since their energy spectrum and angular distributions in the atmosphere can be calculated with the sufficient accuracy. Hence, it makes possible to calculate the energy and angular distributions of the products (for example μ-mesons) of the neutrino reactions with substances. Any deviations from the predictions can be observed and interpreted. Unfortunately small intensity of the neutrino flux is a defect of cosmic rays as the neutrino source. That is why the installations of large area are needed and the requirements to the experimental conditions are severe. Because of the large cosmic-ray background, one has to carry out experiment deep underground. A small neutrino flux absorption and symmetry with respect to a horizontal plane makes it possible to record the neutrinos coming from the lower hemisphere, i.e. passing through the Earth. The directly recorded particles are μ-mesons (and electrons).

The experimental arrangement may have the following design. The detection of μ-mesons is carried out by three layers of scintillators, placed one above another at the distances sufficient for time resolution of the pulses and switched on to the delaying coincidences. Between the layers of the scintillators an absorber is placed in order to record μ-mesons with the energy greater than threshold. The change of the threshold and also the analysis of the angular distribution of recorded μ-mesons make it possible to obtain an extremely important information for the choice between different theoretical variants. It is possible to carry out registration with two different threshold at the same time, if we add the fourth layer of scintillators. The scattered μ-mesons of cosmic rays can imitate the studied processes. This effect however decreases rapidly with increases of earth depth and of threshold of μ-meson registration. Therefore it is always possible to provide sufficiently pure experimental conditions.

III

In the framework of the available experimental data and theoretical concepts, the following reactions for neutrino and antineutrino from the π-meson and μ-meson decays can be

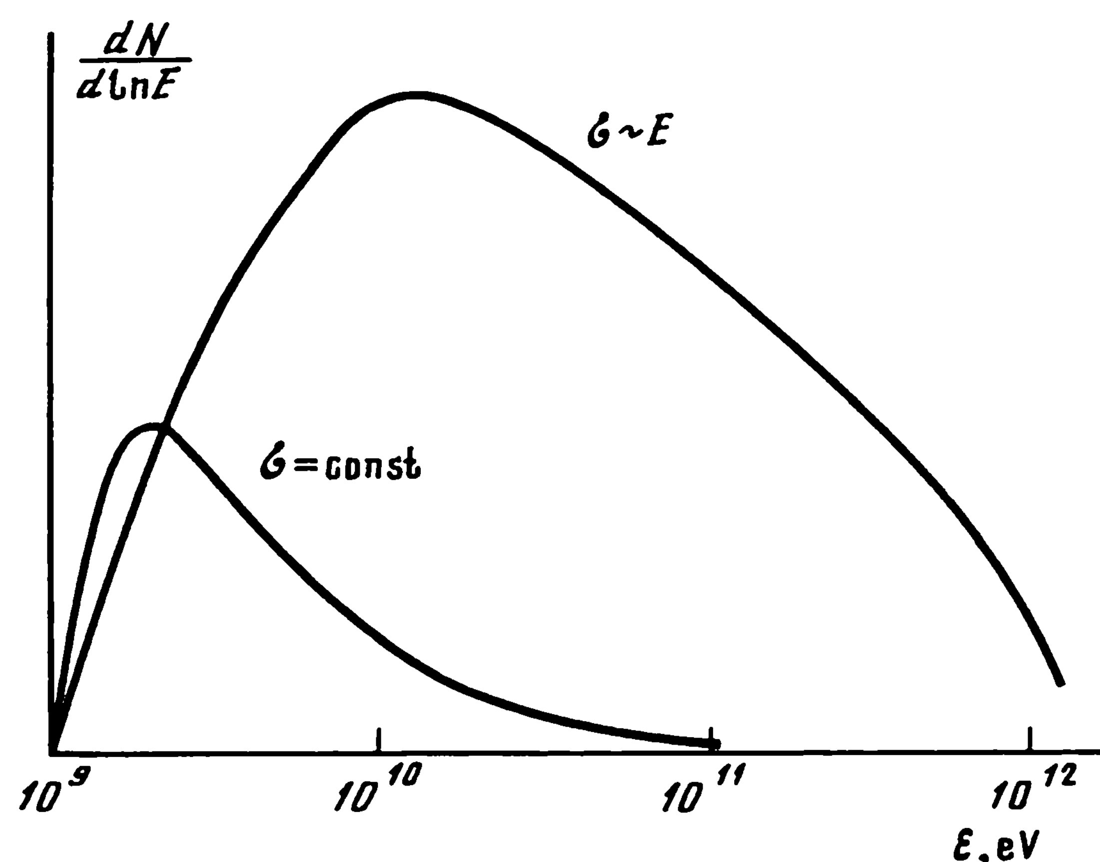


Fig. 1

envisaged (we do not distinguish muon and electron neutrinos)

$$
\begin{aligned}
&\text{(a)}\quad \nu_\mu + n \rightarrow p + \mu^-(e^-),\\
&\text{(b)}\quad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow n + \mu^+(e^-),\\
&\text{(c)}\quad \bar{\nu}_\mu + n \rightarrow \Sigma^- + \mu^+(e^-),\\
&\text{(d)}\quad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \Sigma^0 + \mu^+(e^+),\\
&\text{(e)}\quad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \Lambda^0 + \mu^+(e^+).
\end{aligned}
\tag{1}
$$

It seems worthwhile to investigate the behaviuor of cross-sections of the reactions (1) with increase of energy. In the case of local interaction the cross-section for the type (a) is

$$\sigma_\upsilon \approx 1,5 \cdot 10^{-38}\ E_\upsilon\ \text{cm}^2\ (E \text{ in GeV})$$

and for the other reactions

$$\sigma_{\bar{\upsilon}} \approx 0,5 \cdot 10^{-38}\ E_{\bar{\upsilon}}\ \text{cm}^2.$$

At neutrino and antineutrino energies of the order of several GeV, the cross-sections of the effects (1) become of the order of 10^{-38} cm^2. At higher energies a further growth of the cross-section with energy can only be said to be essentially modified by the formfactor.

It is possible that the four-fermion interactions involving baryons in the vector variant ("week electrodynamics") are cut off by the Hofstadter formfactor. It is possible that total interaction (V–A) is cut off by the same formfactors as well (though it is not obvious a priori and it may be that $F_A \neq F_V$).

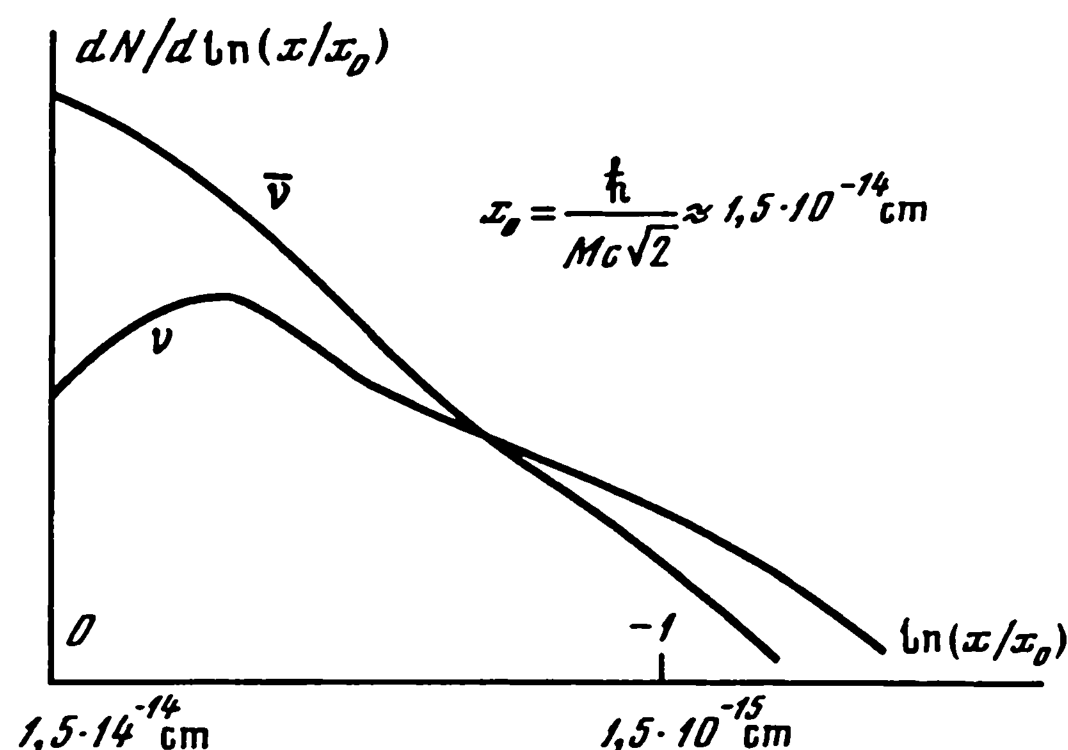


Fig. 2

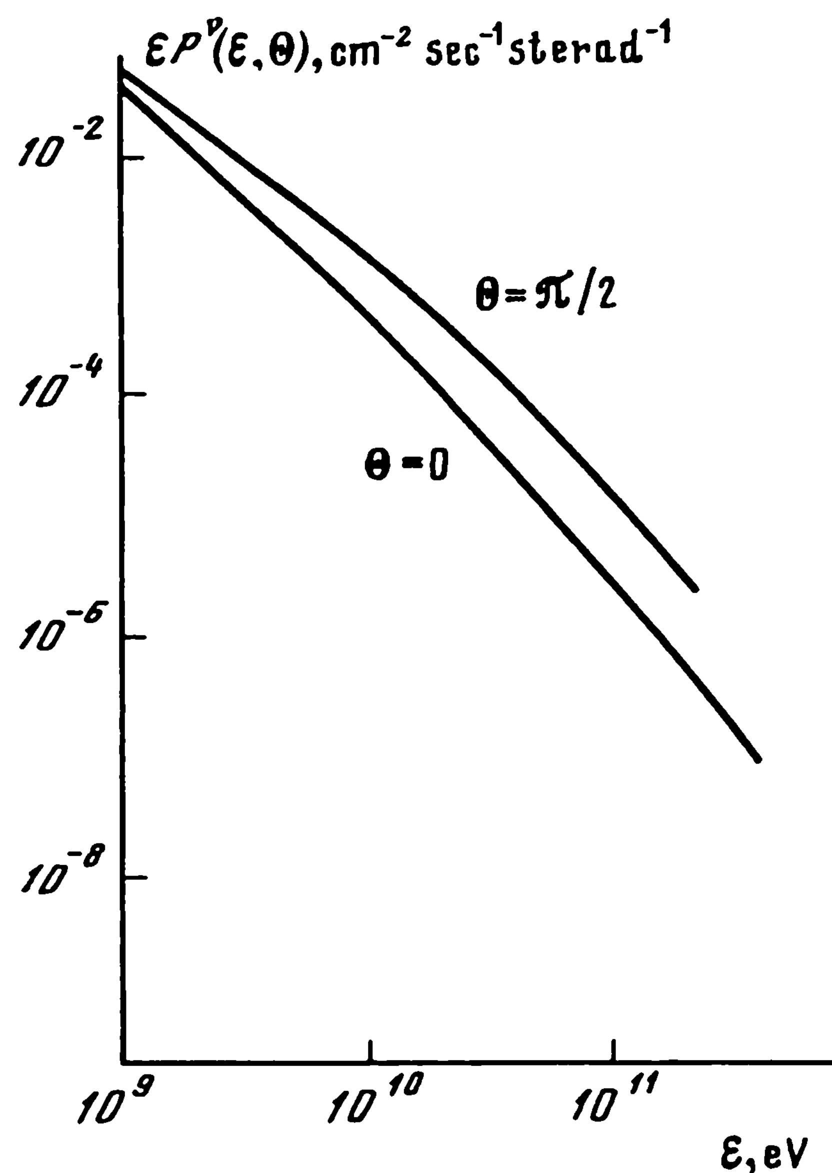


Fig. 3

In this case weak interactions can be a source of an information about electromagnetic formfactors of the nucleon. Both long and short lengths equally make contribution into the total cross-section of weak interactions. Therefore, the measurement of the total cross-section of weak interaction can compete with the measurement of the electrodynamic cross-sections of the large angles for the definition of the formfactors.

Of course, the weak interaction formfactor and electromagnetic formfactors can have a considerably different nature (intermediate meson, ν_μ- and ν_e-neutrino). Therefore the measurement of the weak interactions formfactors is of independent importance as well. The underground experiments have to approach the investigation of the lengths much less than 10^{-14} cm.

The installation of 300 m^2 makes it possible to observe the following number of interesting events during a year.

1. If the cross-section of the reaction of the type (1) is not cut off up at the neutrino energy in the laboratory system $E_\nu = 300$ GeV we have:

70 μ-mesons, if the threshold equals to 0,5 GeV,

50 μ-mesons, if the threshold equals to 1 GeV,

30 μ-mesons, if the threshold equals to 3 GeV.

2. If the cross-section of the above reaction is cut off by the Hofstadter formfactor, we have:

12 μ-mesons, if the threshold equals to 0,5 GeV,

9 μ-mesons, if the threshold equals to 1,0 GeV,

3,5 μ-mesons, if threshold equals to 3 GeV.

Fig. 1 shows the relative contributions of different energy neutrino to the total number of recorded events for two energy dependences of the cross-section of reactions: $\sigma \sim E$ and $\sigma = \text{const}$.

A rough estimate allows to evaluate in the following manner a contribution of different wavelengths to the total number of events in the case of linear increase of the interaction cross-section with energy (for example for the reaction (1*a*)):

$$\frac{dN}{dx} = A\frac{1}{x^3}\int_{1/x^2\,2M}^{E_\nu^{\max}} R(E)P_\nu(E)dE, \qquad q^2 = \frac{1}{x^2},\ \ 2ME \sim \frac{1}{x^2}, \tag{2}$$

where R – path of muons, $P_\nu(E)$ – neutrino energy spectrum.

Fig. 2 shows these relative contributions for ν and $\bar{\nu}$.

The neutrino fluxes in the atmosphere are distributed anisotropically [1]. Fig. 3 shows the energy spectra of neutrino plus antineutrino in the horizontal ($\theta = \pi/2$) and vertical ($\theta = 0$) directions.

IV

One of the main problems of the theory of weak interactions, whether these interactions are local or the Yukawa type, is not solved yet. The great attention has been paid recently to the problem of an intermediate boson, which disintegrates according to

$$\begin{aligned} &W^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu(\bar{\nu}),\\ &W^{\pm} \to e^{\pm} + \nu(\bar{\nu}). \end{aligned} \tag{3}$$

From this point of view it seems to be of interest to consider, besides the reactions 1) the reaction of the Lee–Yang type [5]

$$\begin{aligned} &\nu + Z \to W + \mu(e) + Z',\\ &\bar{\nu} + Z \to W + \mu(e) + Z'; \end{aligned} \tag{4}$$

2) Glashow type [3]

$$\bar{\nu} + e \to W \to \mu + \bar{\nu}; \tag{5}$$

3) and also of Kinoshita type [4]

$$\begin{aligned} &\nu + n \to W' \to p + \mu,\\ &\bar{\nu} + p \to W' \to n + \mu, \end{aligned} \tag{6}$$

if one assumes that the intermediate boson with the baryon charge exists.

Using the formula for the cross-section [5] of the reactions (4) at the neutrino energies of (10–300) GeV, we obtain the following counting rates per year at the threshold equal to 0,5 GeV:

170 events if the W-meson mass is equal to K-mass,

25 events if the above mass is equal to 1 GeV.

It must be emphasized that application of the formula [5] at the neutrino energy less or of the order of 10 GeV gives only a rough estimate of cross-section.

The reactions (5) and (6) can also make a contribution to the number of events in the underground experiment. In this case one must take into account that the Glashow estimates [3] should be corrected in our case when the neutrino flux passing through the whole Earth is investigated.

V

It the muon and electron neutrinos are of different nature the reaction (5) may take place only due to $\bar{\nu}_e$-neutrinos from the μ-decays $\left(\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu\right)$. The energy spectrum of the electron neutrinos falls off more rapidly than the total spectrum of the muon neutrinos (namely by a factor of $(E+1)^{-1}$, E in GeV). Therefore the Barton's experiment results [2] do not yet give evidence that the intermediate boson having the mass equal to K-mass does not exist.

VI

Up to now we were speaking only about recording of μ-meson. But in the reactions (1), (4), (5), (6), electrons as the products of the reactions are possible as well (apparently, in equal quantities with μ-mesons if there is no difference between ν_e and ν_μ). However, the recording of electrons is considerably more complicated than that matter of μ-mesons. For example, electrons have a small path in matter, while the path of μ-mesons is proportional to their energy in a wide range of energies of μ-mesons. Therefore, at recording μ-mesons the "detector mass" is considerably greater than in the case of recording electrons. Besides, it is difficult to determine the direction of the produced electron.

This is why we have to assume that at the beginning in the underground experiment the neutrino reactions with the production of a μ-meson will be investigated.

REFERENCES

1. *Зацепин Г.Т., Кузьмин В.А.* // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 1818.
2. *Barton J.C.* // Phys. Rev. Lett. 1960. Vol. 5. P. 514.
3. *Glashow S.* // Phys. Rev. 1960. Vol. 118. P. 316.
4. *Kinoshita T.* // Phys. Rev. Lett. 1960. Vol. 4. P. 378.
5. *Lee T.D., Yang C.N.* // Ibid. P. 307.
6. *Markov M.A.* // Proc. X Intern. conf. high energy physics. Rochester, 1960. P. 578.
7. *Markov M.A., Zheleznykh I.M.* // Nucl. Phys. 1961. Vol. 27. P. 385.

ON POSSIBLE EXISTENCE OF NEUTRINO SUPERSTARS*

Two equilibrium state possibilities, the electron-nuclear and the neutron ones, are usually discussed for heavy-mass celestial bodies. True, attention has recently been drawn to the possibility of a hyperon modification of matter in the super-dense state [1, 2].

If the neutrino had a non-zero rest mass it would be possible in principle to discuss also the equilibrium states of a degenerate neutrino gas [6].

A small mass of the neutrino and the specific properties of this particle lead to so peculiar characteristics of celestial bodies consisting of vast assemblies of neutrinos bound by gravitational forces that we will not trespass too mush against science by devoting a few lines to this discussion, white fully aware of its highly speculative nature.

At present the experimental upper limit for the electron neutrino rest mass lies near [6]

$$m_\nu^e < 4 \cdot 10^{-4}\, m_e. \tag{1}$$

For a muon neutrino this limit is somewhat higher than electron mass (m_e)

$$m_\nu^\mu \leqslant 8\, m_e\,. \tag{2}$$

In terms of the general theory of relativity an ideal Fermi gas in thermodynamical and mechanical equilibrium has been considered for the neutron case by Oppenheimer and Volkoff [7].

The solutions are expressed in units of length

$$a = 2\left(\frac{2\pi}{\varkappa m_n}\right)^{1/2}\left(\frac{\hbar}{m_n c}\right)^{3/2} = 1{,}37 \cdot 10^6 \text{ cm} \tag{3}$$

(where κ is the gravitation constant and m_n the neutron mass) and in units of mass

$$b = a\,c^2/\varkappa = 1{,}85 \cdot 10^{34} \text{ g} = 9{,}29\, M_\odot\,. \tag{4}$$

Thus, the parameters of a star consisting of a degenerate ideal neutrino gas (i.e., its size (R_ν) and mass (M_ν)) are connected with the corresponding parameters of neutron stars (R_n, M_n) by the simple relations

$$R_\nu = R_n\left(\frac{m_n}{m_\nu}\right)^2; \quad M_\nu = M_n\left(\frac{m_n}{m_\nu}\right)^2. \tag{5}$$

The most surprising result of Oppenheimer and Volkoff is that the neutron star parameters depend scarcely at all on the assignment of a matter density at the centre of the configuration, i.e., the neutron star masses cannot exceed a critical value which lies below (but very close to) the mass of the Sun. According to eqs. (3) and (4), the corresponding mass and

* Phys. Lett. 1964. Vol. 10, N 1. P. 122–123.

size of a neutrino star increase $(m_n/m_\nu)^2$ times. In other words, in the case of muon neutrinos $(\text{let } m_\nu \sim m_e)$ we have

$$M_\nu^e \geqslant 10^6\ M_\odot\,; \quad R_\nu^\mu \geqslant 10^{12}\,\text{cm}.$$

In the case of electron neutrinos $(\text{let } m_\nu \leqslant 4\cdot 10^{-4}\ m_e)$ we have

$$M_\nu^e \geqslant 10^{13}\ M_\odot \text{ and } R_\nu^\mu \geqslant 10^{19}\,\text{cm}.$$

It is noteworthy that astrophysicists have recently discovered intensely luminous celestial bodies of such masses $(10^6 - 10^8\ M_\odot)$ and sizes (~ 10^{16} cm), such as the "superstar" 3C 273-B [4, 5]. So far this sensational discovery (huge mass, peculiar luminosity) does not seem to have found its place within the framework of the conventional concepts.

As for the evolution of possible neutrino cosmic objects (in particular, their luminosity and energy release) its character may depend on many different causes and in particular on the model of the star, i.e., on the mass density at $r = 0$.

The density ρ of a neutron star is known [7] to be connected with the specific units t by relations $\rho = K_n(\sin\hbar t - t)$, where $K_n = m_n^4\, c^5/32\pi^2\, \hbar^3$; $t = 4\,\text{ar}\sin h(P_n/m_n c)$ and P_n is the Fermi momentum of the degenerate neutron gas.

Thus for the same value $t(0)$ the density of the neutrino star (at $r = 0$) is smaller by a factor of $(m_\nu/m_n)^4$ than that of the neutron star.

When the upper limit of the energy of the degenerate gas reaches a value $E_F > 10^2 m_e c^2$ in regions close to the centre of a star, i.e., when the process $\nu_\mu + N \to N' + \mu$ becomes possible for the muon neutrino, the neutrino density becomes of the order of

$$N_{E<E_F} = \frac{1}{(2\pi)^2}\left(\frac{E_F}{\hbar c}\right)^3 \frac{1}{3} \sim 10^{35}\ \text{particles/cm}^3.$$

Neutrino fluxes reach values ~10^{45} neutrinos/cm^2 · sec. Relatively small densities of the usual matter will already lead to explosive-rate reactions for such neutrino fluxes. For electron neutrinos the processes $\nu + N \to N' + e$ will begin at lower energies (~1 MeV). Finally, the evolution of the neutrino star will occur differently if there exists an $(e\nu)(e\nu)$ interaction.

The quantitative relations between the neutrino and antineutrino components of such a celestial body may also be of importance in the evolution of the star.

As the critical mass is exceeded the objects under consideration become unstable and tend to an unlimited compression under the action of gravitational forces.

If these and similar macroscopic objects actually reach the size of the gravitational radius they are compressed, they could more properly be called elementary particles than those particles which are termed so now. The gravitatiional radius is for the time being the only length in modern theory which in a sense naturally restricts the size of a particle without

contradicting relativity. It is not impossible that it is precisely to the gravitational radius that the future in the rational theory of elementary particles belongs [4, 5].

In conclusion it can be recalled that there are cosmological considerations requiring a further experimental specification of the masses of the electron and especially muon neutrino. The world would be much simpler if the neutrino had no rest mass.

REFERENCES

1. *Амбарцумян В.А.* Собрание трудов. Т. 2. Ереван, 1960. С. 298.

2. *Саакян Г.С.* О некоторых проблемах сверхплотного состояния материи: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Ереван, 1962.

3. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1947. Т. 17. С. 846.

4. *Houle F., Fowler W.A.* // Nature. 1963. Vol. 197. P. 533.

5. *Schmidt M.* // Ibid. P. 1040.

6. *Markov M.A.* // Neutrino. Dubna, 1963. P. 54 (Prepr. P-1269).

7. *Oppenheimer J.R., Volkoff G.M.* // Phys. Rev. 1939. Vol. 55. P. 374.



Слева направо: А.А. Поманский, А.Е. Чудаков, П. Будини (Италия), А.Н. Тавхелидзе, М.А. Марков, Ф. Рейнес (США), Г.Т. Зацепин. Конференция "Нейтрино-77", Чегет, 1977 г.

LARGE-SCALE CHERENKOV DETECTORS IN OCEAN, ATMOSPHERE AND ICE*

1. INTRODUCTION

In 1958–1961 it was proposed [18, 40, 47, 51; I.M. Zheleznykh. Thesis. MSU, 1958] that a number of fundamental problems of elementary particle physics and astrophysics could be studied in underground (underwater) experiments to detect high-energy neutrinos produced in the Earth's atmosphere and in space. The estimates showed that small fluxes and interaction cross-sections of such neutrinos would require detectors of larger areas and volumes. It was just at that time that the possibility of registering neutrinos using *Cherenkov luminous radiation* from muons and cascades produced in neutrino reactions "in an underground lake or deep in an ocean" was pointed out [47]. In pure water Cherenkov light quanta propagate for tens of meters. They carry information of the direction of charged particle motion, on cascade energy, which makes it possible, in principle, to create deep underwater Cherenkov neutrino (and also muon and other particle) detectors of a larger volume of about 10^7–10^9 m^3 (DUMAND project) [32, 55]. Some of the theoretical and experimental problems of the DUMAND project are considered below in section 2.

The method [2, 3] of cascade registering in a dielectric media (atmosphere, dense media) by radioemission of charge excess is, in our opinion, a rather promising way of registering neutrinos, muons and other elementary particles in large-scale detectors.

The possibility of creating a 10^9–10^{11} m^3 *Cherenkov radio muon and neutrino detector* (RAMAND) in ice massifs with a small decimetric radiowave attenuation is considered in section 3.

In Section 4 we discuss the possibility of seeking cascades from high-energy neutrinos (if cascades occur underground and go out into the atmosphere) by *Cherenkov and transition radioemission at the Earth-atmosphere point of transition* [13, 35].

Delection of Cherenkov EAS radioemission in the energy range exceeding 10^{19}–10^{20} eV [14] is considered in section 5.

In section 6 we analyze the method of *underwater detection of (Cherenkov) radioemission* of electron-photon and hadron cascades produced by muons (neutrinos) in a water volume of about 10^5 m^3 using a dielectric waveguide system [41].

In section 7 radio detectors are shown to have rich prospects for registering the resonance reaction $\tilde{\nu}_e + e^- \to W^- \to$ hadrons (radio detector in ice) and also $p\gamma$-neutrinos with energies of 10^{18}–10^{19} eV (radiodetectors in ice and atmosphere).

Section 8 contains concluding remarks.

---

* Nucl. Instrum. and Meth. Phys. Res. 1986. Vol. A248. P. 242–251. Co-author *I.M. Zheleznykh.*

2. THEORETICAL AND EXPERIMENTAL PROBLEMS OF DUNAND

2.1. Schematic Principle of a Deep Underwater Detector

According to the project considered in ref. [55], the Cherenkov radiation of muons or charged particles appearing in neutrino reactions will be registered at a depth of ~5 km in a water volume of $\sim 3 \cdot 10^7$ m^3 by about 1000 PMT placed in glass spheres of 40 cm in diameter (the number of PMT depends on the water transparency, on sensitivity and area of PMT photocathode).

A possible version of the setup structure is 6 "planes" having 6 strings each. The distance between strings in about 50 m. Each 500 m-high string contains ~20 glass spheres separated by a distance of 25 m. The signal to background is separated by a coincidence method. The use of fiberglass cable makes it possible to collect information not only from PMT, but also from transducers of oceanological parameters.

It is possible, in principle, to place a deep-sea device not near the shore, but in the open ocean [27]. This allows one to use a cable (several cables) ~7 km long (through a half-sunken buoy) for communication with a ship, whereas for communication with the shore the cable must not be shorter than 25 km.

A 10^7–10^8 m^3 deep underwater Cherenkov detector is interesting not only as a tool for studying the fundamental properties of the microcosm (neutrino microscope), but also as a neutrino telescope which can measure neutrino fluxes from certain objects in the Universe and, accordingly, to gain information on the structure and development of the Universe.

2.2. DUMAND as Neutrino Telescope and Microscope

One of the tasks of neutrino astrophysics and, therefore, of DUMAND-type experiments is observation of local high-energy neutrino sources, specifically, supernova remnants [18, 51]. In our Galaxy such sources can be the centre of the Galaxy [18], envelopes of young pulsers [29], pulsers in binary systems [38]. For extragalactic sources, registered neutrino fluxes can be expected from quasars, Seyfert galaxy, radio galaxy, etc. [30, 58].

If radio-, X-ray-or gamma-astronomy provide information about relativistic electrons, using the neutrino picture of the Universe one can learn about proton acceleration and matter density in the acceleration regions.

From the point of view of high- and superhigh-energy physics, DYNAND is interesting because of the possibilities of studying neutrino absorption in the Earth, neurtino oscillation, the appearance of new particles produced in neutrino reactions, etc. DUMAND offers new opportunities for studies in cosmic-ray and muon physics. Important information can be provided by investigation of multimuon events, whose statistics in a device depends on the meson production cross-section at very high energies, on the compositon and energy spectrum of primary cosmic rays. The study of "prompt" muons and neutrinos in DUMAND is also one of the most important problems [15, 61].

DUMAND is of particular interest for the search for superhigh-energy ($E \gtrsim 10^{20}$ eV) neutrinos and other elementary particles. For example, in the case of "maximons" of mass $\sim 10^{-5}$ gr in certain scenarios of the Universe the upper boundary of the neutrino energy spectrum could be 10^{28} eV [16]. DUMAND may prove to be the most suitable detector for

registering magnetic monopoles, including super heavy ones of mass equal to 10^{25} eV [56]. In any case, the limitation on the flux of such monopoles can reach 10^{-17}/cm^2 · s. Strong limitations can also be obtained for fluxes of supersymmetric particles (photinos) from space [63].

2.3. On Upper Boundary of the Neutrino Energy Spectrum In Cosmic Rays

Production of high-energy neutrinos in cosmic rays is usually regarded as a secondary process of the decay of pions and kaons, charmed particles appearing in the interaction of high-energy protons with the interstellar gas, relic photons, pulsar shell, Earth atmosphere, etc. The spectrum of primary cosmic rays is measured up to 10^{20} eV. It is obvious that cosmic neutrino fluxes with energies close to 10^{20} eV must also exits. Do elementary particles (including neutrinos) of energies higher than 10^{20} eV exist and how extensive is the neutrino energy spectrum [48, 49, 52]?

First of all it is necessary to emphasize that superhigh-energy neutrino may arise not only in secondary processes of meson decay, but may result from the interaction of hypothetical and other possible superhigh-energy particles (monopole annihilation, etc.). A source of superhard radiation may be, in principle, the final stage of black hole decay [50, 52]. Since a black hole of mass M has a temperature $T \sim 10^{-7} M_{\odot}/M$, the mean energy of radiated particles, $kT \sim 10^{23}$ eV, if $M = 1$ gr. From the general considerations it follows that the mass of a black hole cannot be less than the so-called Planck mass $M_{Pl} \sim \sqrt{\hbar c/\varkappa} \approx 10^{-5} g$. We refer to such a black hole, stable or unstable, as a maximon [21]. The decay of black holes of masses close to maximons can broaden the neutrino energy spectrum up to 10^{27}–10^{28} eV.

Neutrinos, electrons and other particles of energies up to 10^{28} eV could be produced also at the final stage of evolution of systems consisting of two or several stable maximons (maximonium, maxitritium, etc. [22, 48, 52]), if stable maximons (for example, rotating or rotating and charged) do exist. On the other hand, there exist arguments that elementary particles cannot be accelerated in our Universe up to energies higher than 10^{28} eV and therefore, this value is the upper limit of the neutrino energy spectrum in cosmic rays [48, 49].

The question of whether particle mass has an upper boundary and what is the upper boundary of the energy spectrum of elementary particles is of basic interest. This question is so essential that special experimental studies in this field are necessary.

What picture of superhigh-energy neutrino interaction can be expected? Since in the neutrino reaction an electron (muon) carries away a larger part of neutrino energy and hadron multiplicity is high, the Landau–Pomeranchuk–Migdal (LPM) effect for hadron cascades underground (underwater) and in the atmosphere can be disregarded. But this effect is very essential for cascades induced by leptons (especially by electrons) in a dense medium. The total energy losses of electrons at $E > 10^{20}$ eV are determined by photonuclear interactions, since

$$dE/dx_{\text{photonucl}} \sim 0{,}4 \cdot 10^{-6}\, E \text{ MeV/g} \cdot \text{cm}^2, \qquad (1)$$

$$dE/dx_{\text{brem}} \sim 2{,}7 \cdot \sqrt{E} \text{ MeV/g} \cdot \text{cm}^2$$

(see [52]; the cross-section for e^+e^--electron pair production with an account of the LPM effect is also discussed there). The LPM effect for photonuclear interactions of electrons and muons in essential at energies higher than 10^{23} eV.

Cascade curves in water in the energy range of 10^{16}–10^{19} eV are presented in ref. [37]. The most interesting feature of the cascade curve at 10^{19} eV is a very large cascade length, exceeding 200 m. This may be of importance for detecting such casades in DUMAND-type experiments.

2.4. On the Possibility of Registering Superheavy Magnetic Monopoles In DUNAND-Type Experiments

A whole number of theoretical schemes containing new hypothetical particles, the observation of which would be of fundamental importance, have been proposed lately. Some of the predicted particles could compete with neutrinos in their penetrating capacity.

One of the predictions of the Grand Unified Theory is the possible existence of magnetic nonopoles [23, 44] of mass ~10^{16} GeV. In [24] it was shown that magnetic monopoles could induce proton decay, for example,

$$M + p \to M + e^{+} + X. \qquad (2)$$

The amplitude of the process in not suppressed by the factor $\exp(-\text{const}/e^2)$ or by inverse powers of leptoquark masses, and at small relative velocities v of the monopole and the proton the process cross-section is equal to

$$\sigma = \sigma_0 (c/v)^2, \quad if\, v/c < 10^{-2}, \qquad (3)$$

where $\sigma_0 \sim m_p^{-2} \approx 10^{-28}$ cm^2 (Note that the estimation of σ_0 contains substantial theoretical uncertainties.)

Catalysis of proton decay by monopoles may open new possibilities for registering relic superheavy monopoles or for obtaining experimental limitations of their flux. The best limitation on the flux of slow ionizing monopoles has been obtained in ref. [26]:

$$j < 5 \cdot 10^{-15}\ \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}.$$

If the possibility of catalysis of proton decay by monopoles is disregarded, the limitations on monopole fluxes is justified in the velocity region $v > 10^{-3}$ c, since for $v < 10^{-3}$ c the ionization losses of monopole turn out to be insufficient for its registration.

The cross-section of the catalysis of proton decay by monopole increases as the velocity decreases, anf if estimate (3) is valid, then in practice each monopole with $v \lesssim 10^{-2}$ c, which passes, for example, through an underground proton-seeking device or through a deep underwater detector, can be registered by the chain of decays induced by this monopole. Hence, the possibility of registering monopoles in such devices is determined by the area of the device and by the observation time. In this case, however, one should bear in mind the following circumstances that make the search for relic magnetic monopoles different from the search for proton decay:

1) the small monopole velocity leads to a general duration of the signal essentially longer than the duration of a signal from a relativistic particle;

2) at sufficiently larger σ_0 (say, of the order of 10^{-28} cm^2) passage of a monopole through a device may be accompanied by the formation of a larger number of relativistic particles (positrons, pions, etc.). As is shown by the calculations carried out in ref. [57], at $\sigma_0 \gtrsim 10^{-29}$ cm^2 an experiment of a 250×250×500 m^3 DUMAND device would be sensitive to a monopole flux up to $j = 4 \cdot 10^{-18}$ cm$^{-2} \cdot$ s$^{-1} \cdot$ sr^{-1}.

2.5. DUMAND and Supersymmetric Elementary Particles

DUMAND is considered as a possible detector for a hypothetical photino ($\tilde{\gamma}$) [63] – a supersymmetric analogue of the photon [12]. The cross-sections of photino and neutrino interactions with hadrons relate as $\sigma_{\tilde{\gamma}} / \sigma_{\nu} \sim (m_w / m_s)^4$ (m_s is the scalar quark mass). Therefore, the cross-section for deep inelastic scattering of the photino on a nucleon may turn out to be larger than the neutrino cross-section. So,

$$\sigma(\tilde{\gamma} + N \to \tilde{\gamma} + \text{hadrons}) = \begin{cases} 30 \cdot 10^{-38} E(\text{GeV}), & m_s = 15 \text{ GeV}, \\ 0,7 \cdot 10^{-38} E(\text{GeV}), & m_s = 40\,\text{GeV}. \end{cases} \tag{4}$$

The photino, like the neutrino, could arise in nucleon interactions. Firstly, in p–N collisions a gluino could be produced with a large probability, and a photino would arise in a gluino decay

$$\tilde{g} \to \tilde{\gamma} + q + \bar{q}.$$

If a gluino mass is several GeV, the gluino production cross-section may exceed the charmed particle production cross-section. Photino fluxes $F_{\tilde{\gamma}}$ in the atmosphere could in this case exceed the fluxes of prompt neutrino (from charmed particle decay) and therefore, be larger than the neutrino fluxes from π- and K-decays at energies of > 10^{13} eV [63] (the neutrino fluxes are taken from ref. [60, 61]). The photino reaction (4) can imitate deep inelastic neutrino scattering, the scattering cross-section making up 1/3 of the charge lepton production cross-section ($\sigma_{NC} \approx 1/3\sigma_{cc}$). If in DUMAND-type experiments at energies $E > 10^{13}$ eV, the relation between the cross-sections of reactions induced by neutral and charged currents is violated so that $\sigma_{NC}^{\nu} \gg 1/3\sigma_{cc}^{\nu}$, this could mean that $\sigma_{\tilde{\gamma}} F_{\tilde{\gamma}} \gg \sigma_{\nu} F_{\nu}$. Verification of the ratio of the cross-sections with neutral and charged currents makes it possible at least to obtain limitations on photino fluxes from the atmosphere and space. The limitation on photino fluxes from space, or more precisely on the product $\sigma_{\tilde{\gamma}} F_{\tilde{\gamma}}$ at energies $E \lesssim 10^{11}$ eV can be derived from the experimental data already obtained by the Baksan neutrino telescope or in other underground devices.

2.6. Light Traps and Semiconductor Photodetectors

Since in deep-sea experiments weak light fluxes of Cherenkov radiation (~ 100 photons/m^2 in a pulse) must be registered, there arises the natural question about whether it is possible to create light traps for increasing the effective area of photodetectors. But the use of parabolic mirrors, with the photodetectors at the focus can be effective perhaps only for detecting Cherenkov radiation of particles moving in certain directions [17] (this ides is considered in more detail in ref. [39]).

It is possible that light traps with luminescent shifters do not have bad prospects for use underwater.

So, for example, if Cherenkov photons are absorbed and re-emitted (isotropically) by luminescent shifters in a cylinder of substance with the refractive index $n_2 > n_1$ (n_1 is the

Table 1

The comparison of some parameters of PMT-128 and MDS-photodevice

Name of parameter	Results of measurements		Name of parameter	Results of measurements	
	PMT-128	MDP*		PMT-128	MDP*
Spectral threshold sensitivity in the band of 50 mHz [W]	$7{,}5 \cdot 10^{-10}$	$4 \cdot 10^{-10}$	Spectral sensitivity in the threshold operation regime [A/W]	$1{,}5 \cdot 10^{4}$	$0{,}5 \cdot 10^{4}$
Amplification factor	10^{5}	$1{,}7 \cdot 10^{4}$			

*Withstands pressure up to 1000 atm (10 km of water).

refractive index of water), then part of the re-emitted photons $f = (n_2 - n_1)/n_2$ is entrapped due to a total internal reflection and propagates towards the end of the cylinder.

As was noticed in refs [17, 62], the most optimal solution would be the use as light traps of thin (~1 mm in diameter) fiberglass (fiberplastic) filaments with dyes dissolved in them. The point with this is that with disregard of different losses, the efficiency of light entrapment is proportional to the ratio of the light entrapment area to the cylinder end area, l/d, where l is the length of the cylinder, d is its diameter. Intermediate versions of light traps with light guides of 2 cm diameter and 3 m long, filled with toluene with different dyes ("see-urchin") were considered in detail in refs. [43, 53]. The suggestions of using light guides with dyes deposited in a thin layer on the outer or inner surface [33], and light guides widened on one side but with a constant cross-section [46] may also be of interest.

It is possible that double re-emisson will also be used in the future [17]. The light trapped in a plane trap, for example, in a film (the entrapped part $f = 1 - (n_1/n)^2$, which is several times larger than for a cylinder) is then concentrated about the edges by means of light guides, 1 mm in diameter. The light collected in this manner can be transported for larger distances to a small photodevice.

The main difficulty encountered in the use of light traps of a small diameter (thickness) and a large length is how to provide for efficient absorption of the incident Cherenkov light and to avoid reabsorption of the luminescent light. For this reason there arises the problem of choosing luminescent shifters with an absorption spectrum close to the spectrum of Cherenkov radiation that has been transmitted through a certain distance in water and with a luminescence spectrum with an anomalously large Stokes shift. Otherwise, the overlapping of the absorption and luminescence spectra should be a minimum.

Luminescent shifters must of course have other optimal properties: they must dissolve well in a transparent medium, their luminescence spectrum must be close to the maximum of the photodevice spectral sensitivity, the quantum efficiency must be close to unity, and the re-emission time must be 10^{-8}–10^{-9} s in order that the time-of-flight method could be used. The light-guide material itself must have a large refractive index ($n > 1{,}5$) and be

sufficiently transparent in the region of the luminescence spectrum wavelength. Several luminescent shifters are concerned in ref. [28].

A possible application of light traps in combination with avalanche semiconductor photodetectors (SPD) is also of interest. SPD are solid-state analogues of PMT. They seem to be promising elements of deep underwater detectors in the future. Under deep-sea conditions the advantage of SPD over PMT is obvious: they can work at a high hydrostatic pressure (up to 1000 atm [1, 20]). But manufacturing of large SPD ($\gtrsim$ 1 cm^2) with a low intrinsic noise ($< 10^{-14}$ W/$Hz^{1/2}$) and capable of registering several light quanta for a time of $\sim 10^{-8}$ s is a rather difficult undertaking [1, 20]. However, the creation in recent years of avalanche SPD, as well as the rapid development of semiconductor technology in general, give grounds for optimism. So, in the Lebedev Physical Institute a new type of protodetector with internal amplification – an avalanche metal-dielectric semiconductor (MDS) – photodetector has been proposed.

Table 1 presents comparison of some parameters of PMT-128 and an avalanche MDS (true for a small area of several mm^2) [1, 20]. Thus, MDS-photodetector has already ampere-watt sensitivity and a threshold sensitivity close to PMT.

3. ON NEUTRINO AND MUON DETECTION BY RADIOEMISSION OF CASCADES PRODUCED BY THEM IN DENSE MEDIA, IN PARTICULAR, IN ICE

In electron-photon cascades the Cherenkov light is radiated incoherently and therefore the radiation energy is proportional to the number of particles in the cascade (proportional to the cascade energy). However, more than twenty years ago Askaryan proposed to register cascades in dense media by coherent radioemission of an excess of negative charges in the cascade (Compton and δ-electrons) [3, 4].

In a frequency band $\Delta\omega$ for the flight of a charge excess q over a distance l, the Vavilov–Cherenkov radiation energy is given by the well-known formula

$$W = \frac{q^2}{c^2}\omega\Delta\omega l(1 - 1/\beta^2 n^2), \tag{5}$$

where $q \approx 1{,}5 \cdot 10^{-10} E_0$ (eV) (an excess of negative charges ~30%). Since in a dense substance the cascade radius is not large (several cm), coherence retains up to frequencies

Table 2

The absorption of radioemission versus ice temperature

	Temperature [°C]				
	–20	–30	– 40	– 50	– 60
Absorption [dB/km], $f < 10^9$ Hz	25	16	10	6	2

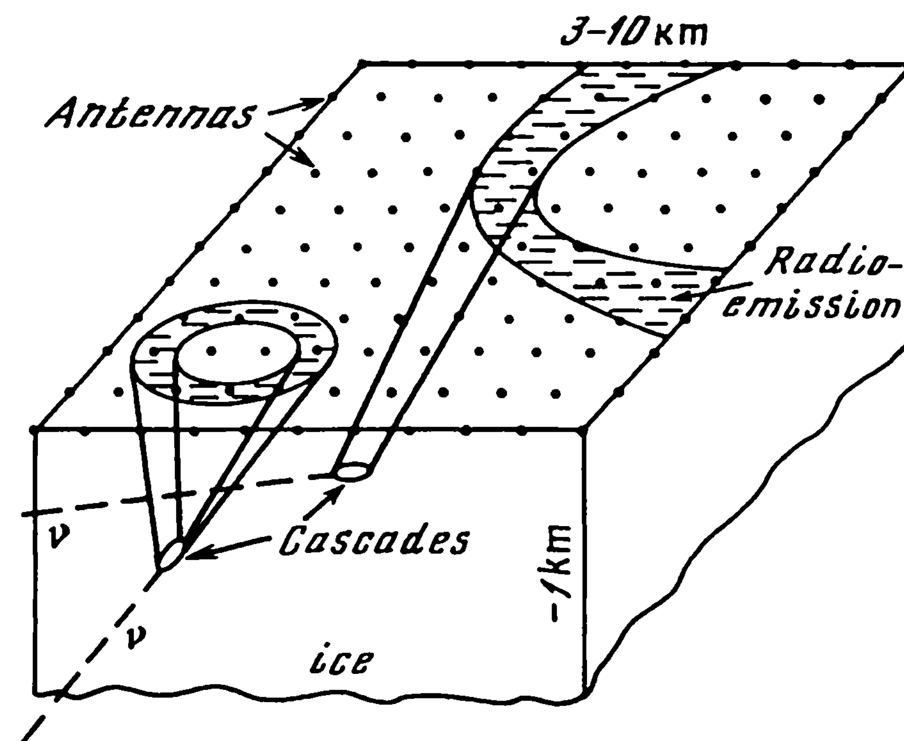


Fig. 1. Schemitic drawing of radio muon and neutrino detector of 10^{10}–10^{11} m^3 *in ice massifs (RAMAND-1)*

$f \lesssim 10^9$ Hz. In this case, due to coherence the radioemission energy is proportional to the square of the cascade energy. For registration of superhigh-energy cascades, E^2-dependence is very important. The number of radio quanta ($f \lesssim 10^9$ Hz) becomes larger than the number of optical photons, beginning from the cascade energies $\sim 10^{16}$ eV. Besides, radiowaves propagate well in dielectric media. Therefore, detection of Cherenkov radioemission of cascade is, in our opinion, a promising way of registering interactions of superhigh-energy elementary particles in large volumes of dielectric substance (ice, dry sand, air, etc.) or in water, using dielectric waveguides.

As a natural dielectric medium we consider ice which at low temperatures has a very weak radiowave absorption. So, according to ref. [7], the absorption length in ice does not depend on frequency up to $f < 10^9$ Hz, but strongly depends on the ice temperature (see table 2).

In the antarctic station Vostok the ice temperature varies in the limits from – 57 to – 50° with the change of the depth from several tens of meters to 800 m. In such ice radiowaves pass distances of ~1 km without absorption. The properties of Cherenkov radioemission of cascades and the properties of ice make it possible to propose a relatively simple version of neutrino radiodetector (RAMAND-1): antennas should be placed on the ice surface of 10–100 km^2 in order that radio signals from neutrino and muon cascades of energy 10^{14} eV and higher might be heard in a volume of $\sim 10^{10}$–10^{11} m^3 [13].

The energy and the direction of a cascade can be determined by the shape and size of the intersection region of the Cherenkov radiation coming from the lower hemisphere and the ice surface, see Fig. 1 (the angle of Cherenkov cone in ice is 56°). In estimations we shall assume the cone to be "smeared out" over several degrees $\Delta\alpha$ due to scattering of the electrons of the cascade and of the radioemission itself. Due to absorption of superhigh energy neutrino underground they can be registered only at certain zenith angles.

To find the threshold energy of registered cascades, rewrite (5) in the form

$$W = 10^{-10}(E/10^{14}\ \text{eV})^2\ \text{egr}. \tag{6}$$

In the case of a vertical cascade axis this energy comes to a ring-shaped region of area

$$A = 2\pi h^2 \Delta\alpha\sqrt{\varepsilon - 1/\varepsilon} \approx 0{,}6h^2, \tag{7}$$

if $\Delta\alpha = 10^0$ and h is the cascade formation depth. The signal getting to 10 m^2 is equal to $S = 15\ W/h^2$. For the time of useful signal $\tau \sim 1/\Delta f$ the noise energy is $N \sim 10^{-13}$ erg, since taking into account the noise from the detector, the antenna, the atmosphere, the ice, the

effective noise temperature becomes ~1000 K [6]. If $S/N \sim 3$, then at cascade formation depths of 100 and 1000 m the threshold energies are estimated to be 10^{14} and 10^{15} eV.

To register cascades of lower energies (< 10^{14} eV), which are formed at small depths of about tens of meters, it is suggested that one of the 200×200 m^2 cells should be filled with a more dense net of antennas, for example, that they should be placed every 20 m. We would like to emphasize that signal registration by a large number of detectors (multiple coincidences) will make it possible to decrease the registration threshold even in the presence of the sporadic noises in ice. It can be shown also that the noises due to cascades induced by cosmic ray hadrons are easily identified by the form of the radio signal reception region.

4. RADIO MUON AND NEUTRINO DETECTORS IN ATMOSPHERE (RAMAND-A)

In ref. [14] it was proposed to detect electron-photon cascades, induced underground by electron neutrinos from the lower hemisphere, whose development continues in the atmosphere in directions close to horizontal (fig. 2). If the electron (positron) energy in the reaction $\nu_c(\tilde{\nu}_e) + N \to e^-(e^+) + X$ is $E_e > 10^{18}$ eV, the LPM effect for an electron-photon cascade will increase the mass of the electron neutrino detector by a factor of 10–100 [35, 37]. The possibilities of detecting cascades from electron neutrinos (antineutrinos) upwardly developing in the atmosphere by the optical device Fly's Eye were considered in ref [59] the threshold energy $\nu_e(\tilde{\nu}_e)$ being estimated as 10^{19} eV.

Let us estimate the thrershold neutrino energy for RAMAND-A. To this end, consider two coherent radioemission generation mechanism, Cherenkov and transition, on the Earth-air boundary. For transition radiation of a charge excess q in a shower in a frequency band Δf we have [11]:

$$W_{\text{tr}} = \frac{2q^2\Delta f}{c}\left(\ln\frac{2}{1-v/c} - 1\right) \approx 3\cdot 10^{-12}\left(\frac{E}{10^4\,\text{eV}}\right)^2 \text{erg}, \tag{8}$$

where Δf is chosen to be equal to 1 GHz. For Cherenkov radiation energy in the same band we obtain a value larger by an order of magnitude at the radiowave absorption length underground $l = 2$ m. At a distance of 10 km from the place of the shower about 10^{-10} erg gets to 1 m^2 for $E = 10^{18}$ eV and $\Delta\alpha = 10°$. A real radiation can be smaller due to a partial coherence loss. Hence, for the threshold energy $\nu_e(\tilde{\nu}_e)$ we take $E_{\text{tresh}} = 3 \cdot 10^{17}$ eV (if a

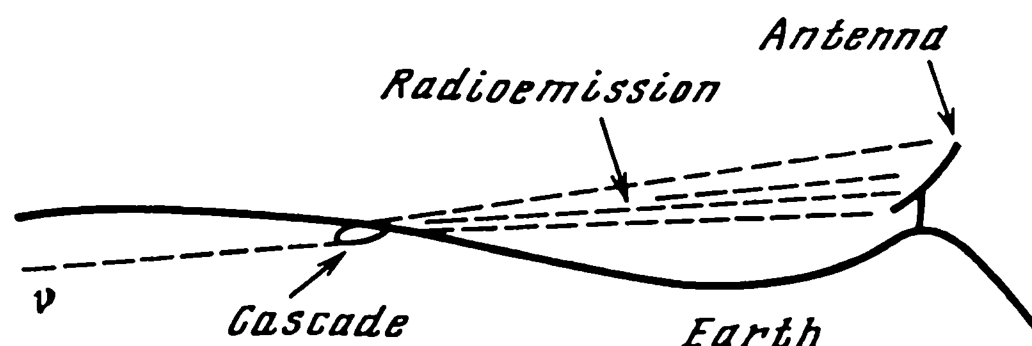


Fig. 2. A scheme for a neutrino detector in the atmosphere (RAMAND-A)

atmospheric noises are at a level of ~ 10^{-12} erg). The cascade threshold energy value, beginning from which one can register Cherenkov (transition) radioemission of cascades induced by muons from horizontal EAS near a plane surface or a slope of a hill or a mountain, etc., can be much smaller than $3 \cdot 10^{17}$ eV if radioemission is registered from the distances smaller than 10 km.

5. ON THE POSSIBILITY FOR INVESTIGATING SUPERHIGH-ENERGY EAS (> 10^{20} eV) BY CHERENKOV RADIOEMISSION

Particles of energies 10^{20}–10^{28}eV can be sought for both in DUMAND- and RAMAND-type experiments and in registering superhigh-energy EAS in atmosphere by radio methods [14]. The study of EAS in the energy range of ~10^{20} eV makes it also possible to clarify the question whether the cosmic ray proton spectrum is cut-of by relic photons.

The possibility of registering EAS by its coherent radioemission was first pointed out by Askaryan [2, 3]. The radioemission is realized by the following mechanisms: Vavilov–Cherenkov dipole radiation, synchrotron radiation in a geomagnetic field, relativistic bresstrahlung radiation in the electric field of the Earth, transition radiation at an EAS collision with the Earth, radiation due to effective EAS charge deceleration caused by its "ageing". First observations [8, 45] have shown that the registration threshold lies in the energy range of 10^{15}–10^{16} eV. Since coherent radiation power increases with energy as E^2, the search for radioemission seems to be the most suitable method for detecting superhigh-energy EAS. Detection of direct radioemission at E_0 ~ 10^{20} eV is however improbable since radioemission has sharp directivity, and the statistics is poor. Below we discuss the possibility of detecting radioemission of EAS of energy ~10^{20} eV scattered after reflection from the ground and the ionosphere.

It is known that on an area of 1 km^2 in 1 sr 1 EAS of energy $E_0 = 10^{19}$ eV per year is observed. If the integral spectrum is ~E_0^{-2}, the transition to energies of 10^{21}–10^{22} eV requires an increase of the effective registration area by 4–6 orders of magnitude. Due to the sharp directivity of radiation mechanisms (except non-relativistic dipole radiation), the area of "illumination" on the Earth is not large (it has a diameter of some hundreds of meters), and, thus, the extension towards the high-energy region by means of increasing the number of detectors is not efficient. We would like to pay attention to the fact that after reflection from the ground and then from the F-layer of the ionosphere at altitudes of 300–350 km (or the sporadic E-layer of the ionosphere) with a strong scattering (of up to 20°) typical for high and low altitudes, the area of "ellumination" sharply increases. Let us estimate the signal of EAS radioemission at frequencies f ~ 25–45 MHz in a band Δf ~ 4 MHz for energies E ~ 10^{21} eV. Let at some point there be a receiving aerial with a directivity pattern of about 20° at an angle of about 30° to the horizon. This provides a view of the area in the form of a 300×600 km^2 ellipse in the ionosphere to where a signal from an EAS reaches within a solid angle of 0,05 sr from an equally sized region. Due to ionospheric scattering the illumination spot from the EAS will also have a size of 300×600 km^2. The experimental value of the electric field [25] in a band of 5 MHz is about 20 μV/m (at a noise level of 10 μV/m) at a distance of a about 300 m from the axis of the EAS with $E_0 = 10^{17}$ eV. For

$E_0 = 10^{21}$ a signal can be expected at the place of the EAS incidence at a level of 0,3 V/m. This gives in the antenna region, for a mean absorption in the ionosphere of the order of 10 dB and maximum losses in reflection from dry ground of about 8 dB, a signal of ~30 μV/m, i.e. three times as high as the noise. In this case (taking into account the solid angle) an observation area of $\sim 10^5$ km^2 will give statistics of the order of one event/year. Knowledge of the theory of radioemission and information on the state of the ionosphere and ground (about the height of reflection, the degree of scattering and the level of absorption) make it possible to hope for an accuracy for the EAS energy determination of ~50%. The choice of almost vertical reception levels and reflections from sporadic E-layers (at a height of 100–200 km) will permit registering EAS with $E_0 = 10^{20}$ eV. Finally, the use of reflection and scattering from one of the slopes of a mountain valley with a width of about 30 km, will make it possible to register an EAS with an energy of the order of $3 \cdot 10^{19}$ eV, due to the absence of ionospheric absorption and by making special preparation of the EAS incidence area, one can diminish losses in the ground and achieve strong scattering. In the experiments proposed one has, of course, to solve the difficult problem of separating rare pulse signals against the background of natural and induced noises (for discussions of this problem see [2, 3]).

6. ON THE POSSIBILITY OF UNDERWATER ELECTRON-PHOTON AND HADRON CASCADE DETECTION BY DIELECTRIC WAVEGUIDES

Electron-photon and hadron cascades from muons or neutrinos in water give not only optical and acoustic radiation, but also coherent radioemission. Radioemission of decimeter waves damps rapidly even in fresh water. However one can place under the water some dielectric waveguides, in which radiation propagates for tens or ever hundreds of meters. When a cascade (whose length is several meters) formed in water crosses a waveguide (made, for example, of foiled polyethylene of thickness b and width a), modes H_{n0} are excited. The total energy of the mode H_{n0} [9] is

$$W_1 = \frac{\pi}{c}\frac{b}{a}q^2\frac{\Delta\omega}{\sqrt{\varepsilon}}. \tag{9}$$

In the estimation (9) transverse dimensions of the charge excess q are disregarded as compared with the wavelength and the dimensions of the waveguide, and the shower is assumed to be at the middle of the waveguide. For higher modes H_{n0} the energy W_n is of the order of W_1 and the total waveguide excitation energy $W = nW_1$.

If $b = 2$ mm, $a = 2$ m, $f = 2$ GHz, $n \approx 30$, $q = 1{,}5 \cdot 10^{-10} E_0$ (eV), and losses in the waveguide and cable area bout 10–100 dB,

$$W_s \approx nW_1 10^{-1(-2)} \approx 10^{-14(-15)}(E/10^{14}\,\text{eV})^2\,\text{erg}. \tag{10}$$

Since a useful signal will consist of several pulses from adjacent waveguides intersected by a cascade, the signal-to-noise ratio ~1 is sufficient for cascade registering. This means that at a detector noise temperature of 100° the threshold cascade energy $E \sim 10^{14}$ eV. For registering cascades with energy $E \sim 10^{14}$ eV from muons, the effective volume of an underwater waveguide device must be not less than 10^5–10^6 m^3.

7. PHYSICS FOR RAMAND

The search for superhigh-energy galactic and extragalactic neutrinos, the study of prompt neutrino fluxes in the atmosphere, etc. become possible with the help of the proposed radio muon and neutrino detector in ice (RAMAND-1), like DUMAND (see sectioin 2). Investigating the spectrum of cascades induced in ice by muons from horizontal EAS, one can determine the spectrum of such muons and, for example, gain information on the chemical composition of primary cosmic radiation.

An increase in the registration volume in ice up to 10^{11} m^3 offers interesting opportunities for investigating the reaction $\tilde{\nu}_e + e^- \rightarrow W^- \rightarrow$ hadrons in the W-boson resonance region [5, 31, 36, 54]. For a mass of the recently discovered W-boson equal to 80 GeV, the resonance energy $E_{\text{res}} = M_W^2 / 2m_e = 6 \cdot 10^{15}$ eV. In this energy range the resonant cross-section exeeds the nonresonant ones (see [19]). Since the cross-section of the reaction $\tilde{\nu}_e + e^- \rightarrow W \rightarrow$ hadrons can be exactly calculated, the experimental results could be used for determining atmospheric and astrophysical neutrino fluxes in the energy range of $6 \cdot 10^{15}$ eV. Bearing in mind the estimates [34, 60, 61] of the fluxes of prompt atmospheric neutrinos in this energy range, one can expect in a volume of 10^{11} m^3 about 25 hadron cascades with an energy of $6 \cdot 10^{15}$ eV per year.

Using RAMAND-I, one can also stydy $p\gamma$-neutrino fluxes with energies of 10^{18}–10^{19} eV. Using the spectrum of $p\gamma$-neutrinos from ref. [42] and the cross-section from [19] we find that an ice radio detector that hears through a volume of 10^{11} m^3 will register ~ 5 events with $E > 10^{18}$ eV. We should stress that a signal from such events will exceed the background by 6 and more orders of magnitude (!).

8. CONCLUSION

A unique advantage of experiments with cosmic ray neutrinos, i.e. neutrinos originating in the Earth's atmosphere and in space will always provide the possibility for studying neutrino interactions at superhigh energies inaccessible to the available or future accelerators. At superhigh energies physical phenomena in the microcosm take place at such small distances that their research will answer many questions of the fundamental aspects of the structure of matter.

Detection of high-energy neutrino fluxes form cosmic space would be of unique importance also for obtaining astrophysical information about the structure and development of the Universe. The point is that because of its weak absorbability on its way, the neutrino is capable of bringing us important information of cosmological character from the most remote regions of our Universe.

Since a high-energy neutrino flux from cosmic space is weak and the cases of neutrino–matter interactions are few, a detector of such neutrinos must be very large and well protected from the background of other radiations. Such conditions are fulfilled in DUMAND, where the screen is not only the Earth, but also several km of water, where neutrinos of energies 10^{12}–10^{14} eV will be registered. For detecting neutrinos with $E > 10^{14}$ eV in ice and with $E > 10^{18}$ eV in the atmosphere, the Earth is a sufficient screen, and antennas of radio neutrino detectors can be placed on its surface.

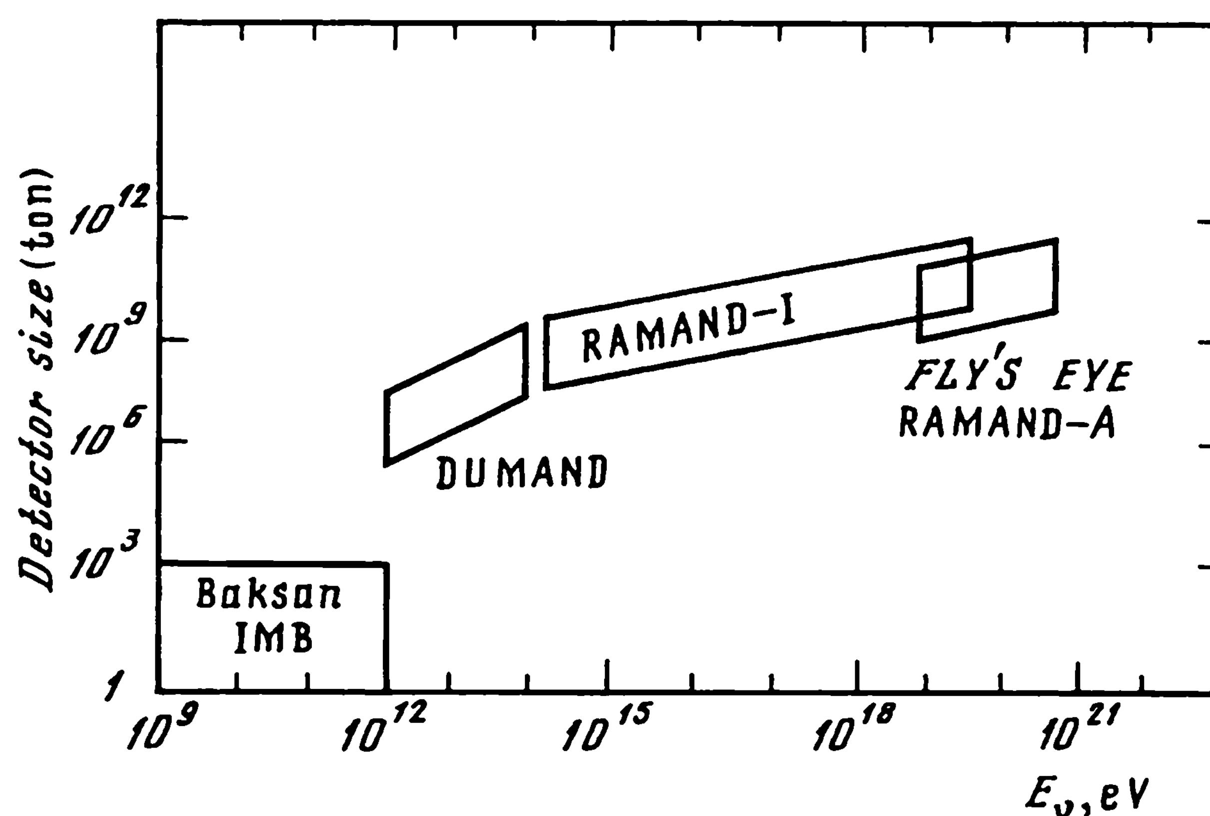


Fig. 3. Sizes of different Cherenkov detectors of neutrinos (DUMAND, RAMAND, etc.) versus energies of neutrino that could be detected by them

Radio neutrino detectors may increase the registration volume by 6–7 orders of magnitude as compared with the volume of existing devices and by 2–3 orders of magnitude as compared with the volume of projected deep-underwater DUMAND-type devices, which will give new possibilities for solving fundamental problems of high-energy physics and astrophysics. Radio detectors in the atmosphere, RAMAND-A, can be useful for seeking neutrinos with $E > 10^{18}$ eV. Radio detectors in ice, RAMAND-I, are very interesting for seeking astrophysical and prompt neutrinos with $E \sim 5 \cdot 10^{15}$ eV, neutrinos, photinos, etc. with $E \gtrsim 10^{15}$–$10^{20}(10^{28}?)$ eV, cascades from horizontal muons and EAS. Besides, radio detectors may be considered as possible detectors for neutrino tomography of the Earth [4, 13].

The term DUMAND can, generally speaking, be the key word not only for underwater detection. DUMAND can mean underground, underice and underatmosphere neutrino experiments. DUMAND is not a single experiment. This is a new branch of experimental science of fundamental importance: the creation of different detectors for superhigh-energy neutrinos. In a very remarkable way, different neutrino detectors of very large sizes (10^4–10^{11} m^3) have a common basis – they are all Vavilov–Cherenkov radiation detectors (Fig. 3).

REFERENCES

1. *Алейников С.Я.* и др. // Крат. сообщ. по физике. 1984. Т. 5. С. 23.
2. *Аскарьян Г.А.* // ЖЭТФ. 1961. Т. 41. С. 616.
3. *Аскарьян Г.А.* // Там же. 1965. Т. 48. С. 988.
4. *Аскарьян Г.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 335.
5. *Березинский В.С., Газизов А.З.* // Там же. 1977. Т. 25. С. 276.
6. *Богородский В.В., Бентли Ч., Гудмансен П.* Радиогляциология. Л.: Гидрометеоиздат, 1983.

7. *Богородский В.В., Гусев А.В., Хохлов Г.П.* Физика пресноводного льда. Л.: Гидрометеоиздат, 1975.

8. *Боржковский И.А., Воловик В.Д., Шатко Е.С.* // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1966. Т. 30. С. 1705.

9. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957.

10. *Волкова Л.В., Зацепин Г.Т.* // Ядер. физика. 1983. Т. 37. С. 353.

11. *Гинзбург В.Л.* // Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1975. С. 151.

12. *Гольфанд Ю.А., Лихтман Е.П.* // Письма в ЖЭТФ. 1971. Т. 13. С. 452.

13. *Гусев Г.А., Железных И.М.* // Там же. 1983. Т. 38. С. 505.

14. *Гусев Г.А., Деденко Л.Г., Железных И.М., Марков М.А.* // Там же. 1982. Т. 36. С. 216.

15. *Деденко Л.Г., Железных И.М., Кузьмин В.А., Тайнов Э.А.* // Ядер. физика. 1979. Т. 30. С. 1066.

16. *Деденко Л.Г., Железных И.М., Марков М.А., Штерн Б.Е.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1982. Т. 46. С. 1841.

17. *Железных И.М., Леонов Ю.С.* // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 27. С. 456.

18. *Железных И.М., Марков М.А.* // Физика нейтрино высоких энергий. Дубна, 1960. С. 17. (Препр./ОИЯИ; Д-577).

19. *Железных И.М., Тайнов Э.А.* // Ядер. физика. 1980. Т. 32. С. 468.

20. *Железных И.М., Плотников А.Ф., Садыгов З.Я., Шубин В.И.* // Крат. сообщ. по физике. 1984. Т. 5. С. 19.

21. *Марков М.А.* // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 878.

22. *Марков М.А., Фролов В.П.* // Письма в ЖЭТФ. 1979. С. 372.

23. *Поляков А.М.* Там же. 1974. Т. 20. С 430.

24. *Рубаков В.А.* // Там же. 1981. Т. 33. С. 658.

25. *Христиансен Г.Б., Куликов Г.В., Фомин Ю.А.* Космическое излучение сверхвысоких энергий. М.: Атомиздат. 1975.

26. *Alexeev E.N., Boliev M.M., Makoev B.A., Mikheev S.P., Sten'kin Yu.M., Chudakov A.E.* // Preprint INR P-0268. Moscow, 1983.

27. *Beresnev V.I., Zheleznykh I.M., Markov M.A., Shtranikh I.V.* et al. // Proc. 1st All-Union conf. on the Study of muons and neutrinos in large water volumes. Alma-Ata, 1983. P. 328.

28. *Beresnev V.I., Zheleznykh I.M., Privis Yu.S., Scherbakov I.A., Knyazhansky M.I., Pyschev A.I.* // Ibid. P. 156.

29. *Berezinsky V.S., Volinsky V.V.* // Proc. 16th Intern. cosmic ray conf. Kyoto, 1979. Vol. 10. P. 326.

30. *Berezinsky V.S., Ginzburg V.L.* // Month Notic. Roy Astron. Soc. 1981. Vol. 194. P. 3.

31. *Berezinsky V.S., Cline D., Schramm D.N.* // Phys. Lett. B. 1978. Vol. 78. P. 635.

32. *Blood H., Learned J., Reines F., Roberts A.* // Proc. 1976 Int neutrino conf. Aachen, 1977. P. 688.

33. *Bowen T.* // Proc. 1979. DUMAND Workshop at Khabarovsk and Lake Baikal / Ed. J. Learned. Honolulu, 1980. P. 13.

34. *Butkevich A.V., Dedenko L.G., Zheleznykh I.M.* // Proc. 18th ICRC: Post-deadline papers. Bangalore, 1983.

35. *Dedenko L.,G., Markov M.A., Zheleznykh I.M.* // Proc. 1981 Intern. Conf. neutrino physics and astrophysics. Maui (Hawaii), 1981. Vol. 1. P. 292.

36. *Dedenko L.G., Kuzmin V.A., Tainov E.A., Zheleznykh I.M.* // Proc. 1978 DUMAND Workshop. La Jolla, 1978. Vol. 2. P. 81.

37. *Dedenko L.G., Markov M.A., Stern B.E., Zheleznykh I.M.* // Proc. 17th Intern. cosmic ray conf. P., 1981. Vol. 10. P. 303.

38. *Eichler D., Schramm D.N.* // Ibid. P. 135.

39. *Gogitidze N.Z., Tsarev V.A., Chechin V.A.* // Nucl. Instrum and Meth. A. 1986. Vol. 248. P. 186.

40. *Greisen K.* // Proc. Intern. conf. instrumentation for high-energy physics. Berkeley, 1960. P. 209.

41. *Gusev G.A., Dedenko L.G., Zheleznykh I.M.* // Proc. 1st All-Union conf. on the study of muons and neutrinos in large water volumes. Alma-Ata, 1983. P. 219.

42. *Hill S.T., Schramm D.N.* Preprint Fermilab PUB 83/89 THY. 1983.

43. *Hinterberger H., Roberts A., Reines F.* // Proc. 1979 DUMAND Workshop at Khabarovsk and Lake Baikal / Ed. J. Learned. Honolulu, 1980. P. 1.

44. 't *Hooft G.* // Nucl. Phys. B. 1974. Vol. 79. P. 276.

45. *Jelly J.V.* et al. // Nature. 1965. Vol. 205. P. 327.

46. *Learned J.* // Proc. 1979 DUMAND Workshop at Khabarovsk and Lake Baikal / Ed. J. Learned. Honolulu, 1980. P. 38.

47. *Markov M.A.* // Proc. X Intern. conf. high-energy physics. Rochester, 1960. P. 578.

48. *Markov M.A.* On the upper limit of the cosmic ray energy spectrum: (DUMAND type experiment). Moscow, 1981. (Prepr./INR; P-0197).

49. *Markov M.A.* On the maximon and the concept of elementary particles. Moscow, 1981. (Prepr./INR; P-0208).

50. *Markov M.A.* Maximon-type scenario of the Universe (big bang, small bang, micro bang). Moscow, 1981. (Prepr./INR; P-0207).

51. *Markov M.A., Zheleznykh I.M.* // Nucl. Phys. 1961. Vol. 27. P. 383.

52. *Markov M.A., Zheleznykh I.M.* // Proc. 1979 DUMAND Workshop at Khabarovsk and Lake Baikal / Ed. J. Learned. Honolulu, 1980. P. 177.

53. *McGibney D., Roberts A.* // Proc. 1980 DUMAND Intern. symp / Ed. V. Stenger. Honolulu, 1981. Vol. 1. P. 40.

54. *Mikaelyan K.O., Zheleznykh I.M.* // Phys. Rev. D. 1980. Vol. 22. P. 2122.

55. *Roberts A., Stenger V., Peterson V., Learned J.* // Proc. 1981 Intern. Conf. neutrino physics and astrophysics. Maui (Hawaii), 1981. Vol. 2. P. 240.

56. *Rubakov V.A., Stern B.E., Zheleznykh I.M.* // Proc. Seminar "Quarks-82". Sukhumi, 1982. P. 74.

57. *Rubakov V.A., Stern B.E., Zheleznykh I.M.* // Proc. ICOMAN-83. Frascati, 1983.

58. *Silberberg P., Shapiro M.* // Proc. 1978 DUMAND Workshop. La Jolla, 1978. Vol. 2. P. 237.

59. *Sokolsky P.V.* // Proc. ICOBAN-1984. Park City, 1984.

60. *Volkova L.V.* // Proc. 18th ICR. Bangalore, 1983. Vol. 7. P. 22.

61. *Volkova L.V., Zatsepin G.T.* // Proc. 17th Intern. cosmic ray conf. P., 1981. Vol. 7. P. 114.

62. *Zheleznykh I.M.* // Proc. 1978 DUMAND Workshop. La Jolla, 1978. Vol. 1. P. 127.

63. *Zheleznykh I.M., Mukhanov V.F.* // Proc. Seminar "Quarks-84". Tbilisi, 1984. Vol. 1. P. 229.

IV

ФИЛОСОФСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ

О ПРИРОДЕ ФИЗИЧЕСКОГО ЗНАНИЯ*

> Главный недостаток всего предшествующего материализма – включая и фейербаховский – заключается в том, что предмет, действительность, чувственность, берется только в форме *объекта* или в форме *созерцания*, а не как *человеческая чувственная деятельность, практика*, не субъективно. Отсюда и произошло, что *деятельная* сторона, в противоположность материализму, развивалась идеализмом, но только абстрактно, так как идеализм, конечно, не знает действительной, чувственной деятельности как таковой.
>
> *К. Маркс*

> Самая непостижимая вещь в мире – это то, что мир все-таки постижим.
>
> *А. Эйнштейн*

Развитие физики в последние десятилетия значительно обогатило наше знание. Научное проникновение в микромир раскрыло много нового и неожиданного. Оно привело не только к открытию новых, прежде неизвестных объектов микромира – позитрона, нейтрона, мезона и т.д., но и к открытию специфических закономерностей микромира, столь фундаментально отличных от того, что встречалось нам в макрофизике. Развитие физики привело к новому физическому воззрению, которое имеет огромный теоретико-познавательный интерес. Хотя физические основы этого воззрения с большой полнотой сформулированы около 20 лет назад, значение новой физики для теории познания еще далеко не раскрыто.

Вряд ли найдутся два физика, вполне согласных друг с другом по принципиальным вопросам теоретико-познавательного характера, связанным с этой концепцией.

В ряде стран за рубежом в последние годы появляются попытки исследований философских проблем, поставленных изучением микромира. Авторы этих исследований – главным образом физики. Не случайно физики стали философствовать: они вынуждены философствовать, ибо для современной физики особенно характерно, что ее нельзя излагать, не затрагивая глубоких вопросов теории познания, – эти вопросы тесно связаны с конкретным содержанием новой теории.

Проблема причинности, понятие физической реальности, наконец фундаментальная проблема взаимоотношения субъекта и объекта – все это оживленно дискутируется в свете конкретных данных о микромире.

---

* Вопр. философии. 1947. № 2. С. 140–176.

Небольшие изменения в тексте статьи были сделаны при ее переиздании в 1991 г. (*М.А. Марков.* О трех интерпретациях квантовой механики. М.: Наука, 1991. С. 7–62). – *Примеч. сост.*

Каждый этап в развитии науки и конкретно физики оказывал, как известно, существенное влияние на развитие теории познания; и здесь очень важно выяснить, что же действительно нового привносит с собой в материалистическую теорию познания наше проникновение в микромир.

Многие зарубежные физики, очень авторитетные в своей области, считают, что современная физика развивается в направлении от материализма к идеализму. Изумляющие достижения современной науки часто неожиданно окрашиваются в пессимистические тона. "Точное знание внешнего мира становится для нас невозможным", – пишет Джинс в одной из своих книг.

Поэтому на новом этапе развития науки возникает тот же вопрос: подтверждает ли современная физика идеализм?

Для того чтобы не расплываться в общих фразах по этой многогранной проблеме, мы сознательно сужаем задачу. Мы ограничиваемся "одним" вопросом: *действительно ли точное знание внешнего мира становится для нас невозможным?*

Если внимательно вдуматься в те принципиальные проблемы, которые требуют обсуждения и обычно обсуждаются в физике микромира, то все они в конце концов призваны решить эту конечную проблему. Поставив этот вопрос, мы вынуждены в какой-то мере коснуться почти всех гносеологических проблем, как это практически и делает физик, ибо вопрос имеет вполне конкретное для физики значение, что и заставляет его отправляться в эту непривычную для физика, такую далекую экскурсию по гносеологическим проблемам.

Постановка вопроса требует в первую очередь внимательного анализа *самой природы* знания о микромире, которое полно́ специфического своеобразия.

Это своеобразие заключается в следующем: классическая макроскопическая механика оказалась неприменимой к микромиру. Современная теория микромира – это так называемая квантовая теория. Структура квантовой теории примерно такова: микроявление наблюдается макроскопическим прибором; этот макроскопический прибор устанавливает связь между экспериментатором и микроявлением. Квантовая теория дает физическое истолкование того, что происходит в макроприборе под воздействием микроявления. Образ микроявления воссоздается по результатам показания макроскопического прибора, к которому применима классическая физика. Поэтому результаты наблюдения мы, естественно, выражаем в понятиях классической механики, например в понятиях импульса или координаты.

На первый взгляд кажется, что получается внутреннее противоречие в самой теории: с одной стороны, отказ в микромире от классической механики и, с другой стороны, признание необходимости истолкования наблюдаемого нами явления микромира в понятиях классической механики.

В квантовой теории это противоречие, как мы увидим ниже, снимается тем, что квантовая теория считает неверным рассматривать некоторые свойства микрообъекта оторванно от макроскопического прибора, с которым этот объект взаимодействует. В этих случаях принципиально нельзя отвлечься от роли макроскопического прибора, которая, как выясняется, может быть различной в зависимости от характера самого прибора.

Во всяком случае, современная квантовая теория рассматривает явления микромира только в неразрывной связи с взаимодействующим с ним макроприбором.

Это обстоятельство накладывает известный макроскопический отпечаток на природу нашего знания микромира, на его внешнюю форму, на "язык" этого знания, на образы. Вот эта *классическая макроскопическая форма* знания микромира и подлежит в первую очередь тщательному исследованию.

Физика дает конкретные знания микромира при таком *макроскопическом* подходе к нему с помощью макроскопического прибора. Но вопрос, почему познающий субъект *обязан* смотреть на микромир через макроприбор, связан с появлением самого́ мыслящего и познающего существа в природе как макроскопического существа и определяется всем историческим процессом возникновения мыслящей материи.

Если бы познающий субъект сам был объектом микромира, вряд ли для него появилась бы необходимость рассматривать микромир через макроприбор; другими словами, он вряд ли стал бы строить современную квантовую теорию, для которой существенно наблюдение с помощью макроприбора. Эта несколько отвлеченная и парадоксальная постановка вопроса показывает, во всяком случае, что перед нами в основном гносеологическая проблема.

Подчеркиваемая нами макроскопическая природа, макроскопическая форма знания, даваемая квантовой механикой, в том или ином аспекте обсуждалась в литературе очень широко, но в зарубежной литературе все эти вопросы нередко получали чисто субъективное истолкование.

В нашей философской литературе принципиальные вопросы квантовой теории пока не подвергались внимательному анализу. Распространено, по-видимому, мнение, что квантовая механика – "слишком новая" теория, которая еще не устоялась, что в ней много неясностей, которые с развитием теории сами собой исчезнут. Иначе говоря, все трудности ее анализа возлагаются на плечи потомков. Может быть, это очень удобная позиция, но квантовая теория существует уже четверть столетия[1]. С фактической, физической точки зрения она блестяще обоснована экспериментом в той области, на которую она претендует. Поэтому вряд ли такая позиция может быть оправданна.

В отличие от такой позиции мы, наоборот, исходим из существующей теории, берем квантовую теорию в ее современном, "сегодняшнем" виде.

С общей точки зрения эта позиция также ограничена. Она ограничена определенной физической концепцией (теория дополнительности). Мы, таким образом, сознательно ставим перед собой частную, но вполне конкретную задачу: выяснить возможность последовательно материалистического истолкования этой физической концепции.

Большое несчастье для материалиста – под покровом случайных, внешних "идеалистических украшений" проглядеть материалистическое содержание новой теории, встать на путь отрицания ее и, оставаясь на старых, привычных позициях, превратиться из новатора, которым должен быть последовательный материалист, в убежденного рутинера.

Ниже дана попытка материалистически истолковать особую роль макроскопического прибора в современной квантовой теории и в связи с этим исследовать макроскопическую природу нашего знания микромира. Насколько эта попытка удачна, покажет ее дальнейшее обсуждение.

[1] Статья опубликована в 1947 г.

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ

В классической теории состояние частицы в данный момент характеризуется ее точным положением в пространстве (координатой), ее массой и скоростью (импульсом).

В квантовой области "импульс" и "координата" частицы – понятия, взаимно конкурирующие: если имеется состояние частицы с определенным, т.е. точно данным, значением импульса, то к такой реальности неприменимо понятие определенного положения. И обратно, если известно, что частица находится в данный момент в данном месте, т.е. известна ее координата, то к частице неприменимо понятие точного, определенного импульса. Что скрывается за этим словом "неприменимо"? Мы пока раскроем лишь внешний, догматический смысл новой теории, ее формальную сторону.

Какое же содержание имеет фраза: "Неприменимо понятие положения частицы, если известен ее точный импульс"? Смысл утверждения таков: если организовать поиски этой частицы с помощью точных физических приборов, фиксирующих ее положение, то частица обнаруживается с равной вероятностью в любой точке пространства.

Этот ответ, может быть, несколько разочаровывает. Разве в классическом случае точного знания импульса и отсутствия каких-либо сведений о координате имеется другая ситуация? Нет. Но в классической теории предполагается, что этот "элемент незнания" координаты частицы случаен – мы просто не удосужились узнать, измерить координату. В квантовой же области существенно утверждение: невозможно принципиально измерить координату, если желательно *сохранить известным* определенное значение импульса частицы. Оказывается, при измерении положения частицы прибор неизбежно меняет неопределенным образом ее прежний импульс.

Теперь после точного измерения координаты частицы мы имеем другой случай состояния, случай, полностью исключающий предыдущий: точно известно положение частицы, но совершенно неизвестно, как прибор изменил ее первоначальный импульс. После измерения положения частицы ее импульс делается неопределенным. Все "коварство" квантовых взаимодействий заключается в том, что нельзя контролировать изменение импульса при наблюдении координаты. Попытка организовать такой контроль, правда, дает ту величину, на которую изменился импульс частицы, но одновременно, как показывает анализ, она приносит с собой потерю прежнего знания координаты.

Нельзя придумать такой опыт, утверждает квантовая теория, в результате которого можно было бы получить одновременно точные знания положения частицы и ее импульса. Это утверждение носит принципиальный характер и не зависит от качества аппаратуры наблюдения. По своему характеру оно вполне аналогично утверждению невозможности создания вечного двигателя первого рода, добывающего энергию "из ничего". Самая головоломная конструкция вечного двигателя не способна обойти закон сохранения энергии. Здесь же, в этом "конфликте" координаты и импульса, повинно, по утверждению квантовой теории, атомное взаимодействие, а взаимодействие – неизбежный элемент любого наблюдения с помощью любой конструкции.

При рассмотрении проекта вечного двигателя всегда обнаруживается конкретная причина, почему та или иная конструкция не работает вопреки желанию ее автора. Вполне аналогичным образом при анализе любого предложения аппарата любой конструкции, предназначенного для одновременного точного измерения импульса и координаты частицы, всегда вскрывается конкретная причина, в силу которой аппарат оказывается не в состоянии оправдать ожидания. Проекты такого рода часто обсуждались в первые годы возникновения квантовой теории и получили название "мысленных экспериментов". Хотя рассмотрение этих мысленных экспериментов имеет не большее научное значение, чем обсуждение очередного проекта вечного двигателя, все же некоторый педагогический интерес оно представляет: конкретнее ощущаются эти удивительные закономерности микромира.

Перед нами попытка определить положение электрона с помощью идеального микроскопа. В микроскоп, как известно, можно "что-то" рассмотреть, если это "что-то" по своим размерам не меньше, во всяком случае, длины волны света, которым оно освещается. Чем точнее мы стремимся определить положение электрона, тем меньше должна быть длина волны света. Но другая природа света – это кванты. И если квант света падает на электрон, он сообщает ему какой-то импульс. Энергия этих квантов фатальным для нашего эксперимента образом тем больше, чем меньше длина волны.

Следовательно, при точном определении положения электрона мы должны освещать его светом как угодно малой длины волны. Это значит применять кванты как угодно большой энергии. А это значит – как угодно большое изменение первоначального импульса электрона. Если этот импульс был известен нам до опыта с микроскопом, то после опыта, после попытки точно определить положение электрона, его импульс полностью неизвестен.

Проект потерпел неудачу.

Можно попытаться определить положение электрона с помощью щели. Чем у́же щель, через которую пролетает электрон, тем точнее в этот момент фиксируется его положение. Здесь "неприятность" приходит со стороны волновой природы электрона. Волновой луч, проходя через отверстие, через щель, испытывает отклонение, дифракцию: электрон, проходя через щель, в силу своих волновых свойств меняет свое направление, а следовательно, и импульс. На самом деле явление это сложнее, но и здесь та же фатальная закономерность: чем щель у́же, чем точнее определяется положение частицы, тем больше дифракционное отклонение, тем значительнее меняется первоначальный импульс. Проект этот терпит неудачу. Так всякий раз при обсуждении подобного рода проектов вскрывается их порочность.

Кроме необычного для классической теории самого факта атомистичности действия, обращает на себя внимание необычная "субъективность" языка изложения: "нельзя одновременно узнать", "принципиально невозможно измерить", "для нас недоступно" и т.д.

В научной литературе по классической физике субъективная терминология, если она иногда встречается, носит случайный характер и имеет точный, строгий перевод на объективный язык физических факторов.

Возникает вопрос: каков объективный смысл чисто субъективного языка квантовой теории? Этот вопрос мы оставляем до следующих разделов, а здесь продолжим изложение формального содержания квантовой теории, не уклоняясь далеко ни по существу, ни терминологически от обычного популярного пересказа.

Во всех предыдущих случаях имелось в виду точное измерение импульса или координаты частицы, но своеобразное положение создается и при неточном их измерении.

При анализе теории или мысленных экспериментов оказываются возможными такие измерения, в результате которых можно заключить, что координата частицы, правда, точно не известна, но она лежит вот в "таких-то" пределах, что импульс частицы нельзя указать точно, но он заведомо не больше, чем "такой-то" импульс. Иначе говоря, опыт дает координату частицы с "такой-то" ошибкой, с "такой-то" неточностью; эту неточность можно выразить численно. Если выразить неточность в импульсе также в числах, то оказывается, что произведение этих неточностей при одновременном наблюдении над частицей численно никогда не бывает меньше половины кванта действия. В крайнем случае, если условия опыта являются исключительно благоприятными, произведение этих неточностей равно половине кванта действия. Это как раз то знаменитое "соотношение неточностей" квантовой теории, которое носит универсальный характер и часто возводится в физике в почетный ранг принципа.

Этот принцип является следствием квантовой теории, наиболее сжатой формулировкой ее особенностей. Он разъясняет, что характер взаимодействия таков, что одновременно измерение импульса и координаты возможно в лучшем случае только с такими неточностями. Тот или иной эксперимент, та или иная физическая аппаратура, призванная измерить координату и импульс частицы, могут как угодно варьировать эти неточности измерения, но произведение неточностей неизбежно подчиняется данному соотношению. При изложении вопроса это место часто снабжается замечанием: соотношение неточностей, принцип неточностей, формулирует, таким образом, количественное ограничение применимости к образу микромира в один и тот же момент классических представлений импульса и координаты.

Хотя это замечание звучит как резюме, оно тем не менее в чисто логическом отношении совсем не представляется однозначно строгим выводом из предыдущего; оно скорее носит характер "толкования". Во всяком случае, оно возбуждает ряд вопросов, ответы на которые являются в дальнейшем основной целью нашей статьи.

Надо обязательно добавлять "одновременной применимости классических представлений импульса и координаты". В этой оговорке много своеобразного.

Действительно, если бы речь шла о неприменимости понятия координаты для частиц микромира или того же импульса, то такое положение не являлось бы с классической точки зрения необычным. Можно придумать самые разнообразные модели систем в классике, положение которых не характеризуется заданием какой-то одной избранной точки. Но в квантовой теории совсем другая ситуация. Можно, согласно квантовой теории, опытным путем найти точное значение координаты.

Значит, координата имеет в квантовой теории для данного примера точно такой же смысл, как и в классической физике. Но в то же самое время к частице неприменимо понятие импульса.

Обратно, интересуясь только импульсом, мы определим точно его значение, и здесь опять нет никакого отличия от соответствующего классического понятия. Значит, импульс и координата – эти классические понятия сами по себе пригодны в микромире. Есть случаи, когда координата частицы имеет точный, вполне классический смысл; есть случаи, когда импульс частицы имеет точный классический смысл. Но одновременно точные значения этих величин исключают друг друга. Наше наглядное представление отказывается воспринимать что-либо подобное. Перед нашим мысленным взором "маячит" классическая частица, мы ее "видим" с ее определенной локализацией в пространстве, с ее определенной скоростью в определенном направлении.

Но что же это за частица микромира, как ее представлять, если наложены такие ограничения? Здравый смысл не удовлетворен, здравый смысл ропщет, он налагает свое унылое вето: "Не может быть!"

Мы оставим до дальнейшего в стороне этот конфликт между квантовой теорией и наглядным представлением и констатируем пока "деловую" сторону вопроса. Она заключается в том, что при наличии квантованности действия опыт дает информацию о состоянии частицы в том ограниченном виде, о котором сейчас шла речь. Такую информацию о состоянии частицы мы в дальнейшем будем называть коротко "состоянием частицы" или вообще "состоянием рассматриваемой системы", или "волновой функцией". Соответствующая математическая функция удовлетворяет так называемому волновому уравнению.

Если в самом деле то максимальное знание, которое может дать точно и хорошо проведенный опыт, – это сведения о такого рода состояниях, то задача такой теории или, как ее называют, квантовой механики, заключается в том, чтобы находить изменение этих состояний во времени и по этим сведениям (состояниям) предсказывать результаты тех или иных предполагаемых измерений.

Сформулируем, хотя бы очень поверхностно, сходство и различие между классическими проблемами, с одной стороны, и квантовыми – с другой. Если в механике Ньютона при решении конкретных задач задаются значения импульса и координаты в данный момент и находятся значения этих величин в любой другой момент времени, то в квантовой теории в начальный момент задается вероятность найти частицу в любом месте пространства с любым импульсом и отыскивается, как изменяется эта вероятность к любому другому моменту времени. Надо заметить, что по степени совершенства математического аппарата квантовая теория ничем не уступает механике Ньютона. До сих пор мы подчеркивали главным образом то, в чем квантовая теория ограничивает классическую информацию о состоянии частиц. Однако квантовая механика блестяще разрешила множество проблем, непосильных для классической теории. Но эту сторону квантовой теории, особенно важную и интересную для характеристики ее содержания, мы здесь рассматривать не будем.

О ФИЗИЧЕСКИХ ПОНЯТИЯХ

Излагая соотношение неточностей, мы, следуя многим авторам, повторяли его обычную формулировку: "Нельзя одновременно измерить точно импульс и координату".

В другом месте мы старательно подчеркивали неприменимость понятия координаты частицы в микромире, если ее точный импульс известен, и наоборот. Само собой понятно, что если "неприменимо", то значит и "нельзя", но если "нельзя", значит ли это "неприменимо"?

"Неприменимо" – это утверждение носит вполне объективный характер.

"Нельзя одновременно измерить..." "Нельзя" в буквальном смысле звучит как запрет, ограничивающий познание, но в данном случае в квантовой теории "нельзя измерить одновременно" имеет, как мы увидим, точный смысл слова "неприменимо".

Было бы совершенно неправильно воспринимать соотношение неточностей как какой-то злой рок, своего рода проклятие, тяготеющее над нашими попытками измерить координату и импульс микрочастицы. Предполагать, что частица имеет одновременно такие значения импульса и координаты, которые, однако, по каким-то случайным причинам нельзя точно измерить, – это значило бы прийти в противоречие с квантовой теорией. Речь идет о том, что само понятие импульса (или координаты) объективно теряет смысл в этих условиях. Хотелось бы несколько подробнее остановиться на проблемах физических понятий вообще, на физическом определении их, на том, как они при случае "теряют свой смысл".

С давних пор в физике установилась традиция – на первых страницах книги четко определять смысл физических понятий, которые необходимы для дальнейшего изложения. Тем не менее история развития физики показывает, что то или иное "неблагополучие" часто связано с недостаточно строгим определением в прошлом основных физических понятий. Слово "основных" – коварное слово; его коварство заключено в том, что оно скрывает от нас огромное число "неосновных" физических понятий, которые, будучи неосновными, не заслужили в свое время должного внимания.

Возведение понятия в сан "основного" не непогрешимо. И понятия, которые в свое время "обошли" с возведением в ранг основных, часто жестоко "мстят" физикам за невнимание. Об одном таком понятии (понятии одновременности) теория относительности ведет несколько сложный, но поучительный рассказ. Теория относительности в особенности приучила к осторожному обращению с "основными" физическими понятиями, но, главное, если можно так сказать, привила высокую культуру физических определений.

Определение физических понятий должно содержать описание экспериментов, с помощью которых возможно сделать наблюдения и измерения, относящиеся к данному физическому понятию. Эта возможность измерения должна быть хотя бы принципиальной. Это значит, что должен быть хотя бы мыслим такой эксперимент, т.е. проведение такого опыта не вступало бы, по меньшей мере, в противоречие с той теорией, которая содержит это понятие и которая в настоящий момент обсуждается или даже считается правильной. Если проведение такого опыта противоречит другим положениям теории и в рамках этой теории оказывается

поэтому принципиально невозможным, то в рамках данной теории констатируется несостоятельность данного понятия. Если данная теория строго подтверждается экспериментом, то тем самым обсуждаемая экспериментальная несостоятельность раскрывает несостоятельность понятия.

В общем, выражаясь некнижным языком, "физик должен знать, о чем он говорит". Чтобы слова физических определений не были пустыми, физик не только должен рассказать, но и принципиально "показать", о чем идет речь, т.е. провести рассуждение "молча", с помощью приборов.

В таком общем и элементарном изложении с первого взгляда нельзя усмотреть огромную важность этой, казалось бы, простой истины: "физик должен знать, о чем он говорит". Часто недоразумение заключается в том, что физик только "думает", что он знает, о чем он говорит. В таких случаях при обращении к эксперименту получается "возмездие".

В то же время понятия обладают, так сказать, известной агрессивностью: они часто претендуют на области, где, по существу, применимость их лишена смысла, т.е. часто наше сознание по привычке, без достаточного основания, расширяет область применимости того или иного понятия, и лишь после, иногда долгое время спустя, именно здесь обнаруживаются источники многих недоразумений. Таким примером служит некритическое применение понятий импульса и координаты к частицам микромира.

Ввиду важности вопроса остановимся вначале на одном совсем элементарном примере – понятии скорости. Мимо нас по шоссе мчится легковая машина. Мы говорим: "Какая бешеная скорость!" Глядя вслед сильной машине, переводим слово "бешеная" на язык цифр 100–120 километров в час. "100–120 км/ч – такова скорость".

Кажется, что фразу, взятую в кавычки, не может упрекнуть и самая придирчивая критика: нам фраза понятна, "мы знаем, о чем идет речь".

Но здесь могут обратить наше внимание на то обстоятельство, что шоссе вместе с Землей само движется вокруг Солнца со скоростью 30 км/с и что, собственно говоря, мы скорость автомобиля "указали неправильно".

Но, более того, вся Солнечная система с большой скоростью (около 20 км/с) движется к созвездию Геркулеса. Наконец, Галактика движется тоже...

Какова же в самом деле скорость автомобиля? Откуда мы взяли, казалось бы, понятную цифру 100–120 км/ч?

Последний вопрос имеет однозначный, точный ответ: 100–120 км/ч – это скорость легковой машины относительно нас, стоящих на обочине шоссе.

Теперь настало время признаться в заблуждении. Мы писали: "нам фраза понятна", "мы знаем, о чем идет речь" (100–120 км/ч – такова скорость). В этой фразе пропущены слова "относительно Земли". Без этих слов фраза, ясный смысл которой мы всячески подчеркивали, не имеет никакого смысла.

Но какова же скорость автомобиля вообще, скорость "как таковая", безотносительно к чему-либо?

"Безотносительно к чему-либо..." Это проще всего попытаться представить себе, удалив мысленно деревья, дома, наконец, асфальт шоссе... Мы закрываем глаза и представляем себе в пустой Вселенной "бешено" мчащийся автомобиль. Мы

ловим себя на попытке совершить "жульничество" – измерить скорость автомобиля относительно нас самих – и во избежание подобных недоразумений садимся в автомобиль.

Мы знаем, что автомобиль "мчался мимо нас с бешеной скоростью", когда мы удачно вскочили в проходящую машину.

Какова же скорость в настоящий момент?

Здесь физик дает совет, простую, но глубокую мудрость которого оценить по заслугам во всей полноте могли лишь последние десятилетия:

– Измерьте!

Пытаемся это сделать.

Но тут мы замечаем, что измерить скорость не можем. У нас нет другого тела, другого предмета, относительно которого измеряется скорость. И физик резюмирует положение: "Это значит, что понятие скорости здесь неприменимо".

Неприменимо, ибо понятие скорости включает в свое определение два тела и становится бессмысленным, если дано одно из них.

Смысл слова "измерьте" заключается не в том, чтобы испытать ваше искусство экспериментатора – в нем великодушно не сомневаются, предполагается идеальный экспериментатор, вооруженный идеальными инструментами измерения, – это лишь просто способ проверки применимости в данном случае самого физического понятия, о котором идет речь. Приглашение перейти от слов к делу, от психологии к физике, показать, что за словами, которые вы произносите, скрыто реальное или, во всяком случае, внутреннее непротиворечивое содержание, – в этом, с другой стороны, заключается и огромное "педагогическое" значение предложения "измерьте".

Часто на некоторые вопросы нельзя ответить не потому, что "здесь наука бессильна", а просто по причине бессодержательности самого вопроса (какова траектория тела вообще? какова скорость вообще? и т.д.).

Для того чтобы оградить себя от неуместных вопросов, физики выработали некоторое противоядие, которое в умеренной дозе имеет характер лекарства: они ограничиваются в известном смысле "деловыми" вопросами. Физики считают, что форма обращения к ним должна быть примерно следующая: "Что будет наблюдаться, если я возьму и сделаю то-то и то-то?"

Если теория правильна и полна, она должна ответить на любой такой вопрос и ответить в форме определенного научного предвидения.

Необходимость "указывать на табличку" ("Без дела не входить!") оказывается особенно полезной, когда появляются фундаментальные трудности в теории. Эти фундаментальные трудности часто связаны с неприменимостью старых понятий в какой-то области явлений.

Надо заметить, что мысленный эксперимент имеет назначение лишь иллюстрировать внутреннюю непротиворечивость и полноту теории. Если теория к тому же соответствует действительности, то мысленный эксперимент принципиально может стать реальным экспериментом. Если теория терпит крах и наступает эпоха теоретического хаоса, мысленные эксперименты, естественно, ничему помочь не могут. Здесь помощь можно ожидать только от реальных экспериментов. В квантовой теории мы имеем как раз случай теории, в широких пределах подтвержденной опытом. Поэтому строгий теоретический анализ возможностей

измерения в рамках этой теории имеет фундаментальное значение. Анализ возможностей измерения, связанный с соотношением неточностей Гейзенберга, привел Нильса Бора к формулировке так называемого принципа дополнительности.

ПРИНЦИП ДОПОЛНИТЕЛЬНОСТИ

Как мы знаем, частица в классической физике характеризуется, с одной стороны, координатой – положением в пространстве и во времени и, с другой стороны, определенными значениями импульса и энергии. Непрерывный ряд положений частицы в пространстве и во времени дает нам пространственно-временнýю картину движения частицы.

Знание импульса и энергии частицы и всего, что происходит с этими величинами во всех перипетиях, постигших частицу, дает энергетическую сторону поведения частицы. Энергетическое поведение частицы строго характеризуется законами сохранения энергии и импульса. Пространственно-временнáя и энергетическая стороны в поведении частицы составляли в классической физике полную характеристику классической частицы.

В квантовой теории, как мы знаем, импульс и координата не могут быть одновременно точно измерены, одновременно они не имеют точного физического смысла. В квантовой теории, таким образом, можно рассматривать либо только энергетическую сторону поведения частицы с точки зрения законов сохранения, либо только пространственно-временнýю. Если в классике пространственная характеристика частицы как материальной точки, определенным образом локализованной в пространстве, и энергетическая характеристика находят свое отражение в объективном сосуществовании в образе частицы, то образ квантовой частицы таков, что эти стороны исключают друг друга.

Здесь надо ясно себе представлять смысл утверждения "исключают друг друга". "Стороны" – не одушевленные существа, которые как-то борются и "исключают" друг друга. Но здесь все же входит в теорию "субъективный" момент, который может быть исчерпывающе понят при анализе характера нашего познания микромира как объективной деятельности человека. Человек исследует микромир с помощью физических приборов. Одни приборы дают сведения о микрочастице пространственно-временнóго характера, другие приборы дают сведения энергетического характера. Эти два класса приборов, вернее два класса измерений, в известном смысле "враждебны" друг другу. Взаимодействие их с объектом микромира таково, что применение прибора одного класса исключает применение прибора другого класса. И это исключение, как утверждает квантовая теория, принципиально заложено в фундаменте квантовой механики и не зависит от практической конструкции прибора, а зависит лишь от характера его "класса" (пространственно-временнóго или энергетического).

С этой точки зрения "субъективный момент" заключен лишь в свободе выбора (для наблюдения) приборов того или другого класса. И конечно, субъективный момент является моментом объективной деятельности человека. Но один прибор дает нам пространственно-временнýю картину, другой – энергетическую.

Здесь проявляется принципиальное различие роли прибора в классической и квантовой физике. Если в классической физике прибор вскрывает существующее состояние частицы, то в квантовой физике прибор часто участвует в создании состояния частицы[2], придает ему тот или иной смысл – пространственно-временно́й или энергетический. Прибор, как говорят, "приготовляет" состояние. Этот несколько "поварской" термин прочно вошел в язык квантовой теории.

Так как речь идет о таких сторонах понятия частицы, которые в классической физике дополняли друг друга, то и соответствующая новая ситуация в квантовой теории обозначена Н. Бором термином "дополнительность"; принцип же, формулирующий особый характер этой дополнительности в квантовой теории, – "принципом дополнительности".

Иногда сравнивают "принцип дополнительности" Бора с "принципом относительности" Эйнштейна. Так как мы не касались последнего, то лишены возможности передать то существенное, в чем усматривается аналогия. Мы рассмотрим совсем простой пример, имея в виду, конечно, что аналогии всегда страдают большими пороками.

Характер траектории движущегося тела, как известно, зависит от системы координат. Авторы популярных книг часто приглашают читателя в вагон железнодорожного поезда и здесь обращают его внимание на ряд поучительных явлений. В вагоне заставляют подбрасывать и ловить предметы, следить за движением их с точки зрения наблюдателя, сидящего в вагоне, и наблюдателя, стоящего у полотна железной дороги.

Наблюдатель, сидящий в вагоне равномерно идущего поезда, легко убеждается, что предметы, выскальзывающие из рук пассажира, падают на пол по прямой линии, отвесно; что места, куда падают предметы, не зависят от того, движется вагон или спокойно стоит на станции. Предмет, начавший свое падение, "нацелившись" на пол в середину купе, достигает пола, не сбиваясь с отвесного пути. Движение поезда на путь тела не влияет: предмет не оказывается ближе к дивану, несмотря даже на большую скорость поезда.

Наблюдатель – стрелочник, стоящий у полотна железной дороги, ясно видит, что книга выскользнула из рук пассажира в тот момент, когда он, наблюдатель, стоял прямо против пассажира, и стукнулась об пол, когда поезд проехал несколько влево. Или, начертив траекторию предмета, стрелочник получает ее в виде кривой. Эту кривую можно жирной линией нанести на рисунке рядом с первой – она тоже траектория тела. Мы видим у одного тела "две траектории", два пути, они мало похожи один на другой. Можно предложить вопрос – какая же из этих двух траекторий является "истинной"?

"Истинную траекторию нарисовал стрелочник", – так сказали бы несколько веков тому назад, когда не знали движения Земли. Если теперь поставить "стрелочника" на земной орбите, он нарисовал бы третью траекторию, не похожую на две первые; но, учитывая движение Солнечной системы относительно звезд, мы получили бы четвертую траекторию и т.д.

---

[2] В дальнейшем мы неоднократно будем обращаться к этому вопросу и рассматривать его с разных сторон.

Какая же траектория истинная?

Мы здесь снова встречаемся с ложной проблемой, с неточно поставленным вопросом. В вопросе обязательно надо добавить "с точки зрения такого-то наблюдателя, с точки зрения какой-то системы координат (поезда, полотна дороги)", как часто говорят физики. "Точка зрения" – здесь, конечно, образное выражение: у системы координат (поезда, полотна дороги) нет точки зрения. Речь идет о траектории, которую тело чертит в купе поезда или на пленке киноаппарата, установленного у полотна дороги.

Как прямая, так и парабола могут быть зарегистрированы кинопленкой объективно. Прямая и парабола представляют собой в этом смысле реальность, но в данной конкретной системе они исключают друг друга.

Аналогично этому вопрос: «Имеется ли у данной микрочастицы определенное значение координаты, можно ли считать, что данная частица "собрана" в какой-то определенной малой части пространства?» – оказывается с точки зрения квантовой теории неточно поставленным. Что значит "данная" частица? Каким образом она нам дана? Каким аппаратом вы установили ее существование? В какой связи вы говорите о "данном объекте" микромира как о частице? Если вы установили ее существование аппаратом "энергетического класса", то к объекту, "данному таким образом", неприменимо понятие определенной локализации. Наоборот, микрообъект имеет смысл точно локализованной классической частицы, если он "дан" вместе с аппаратурой пространственно-временно́го класса.

Как траектории тела имеют смысл не сами по себе, а в связи с данной системой (поезд, полотно), так и старые классические дополнительные понятия импульса и координаты частицы могут характеризовать новый для нас объект микромира, но лишь в связи с аппаратурой того или иного класса и взаимно исключающим образом.

Как различные траектории одной и той же частицы – параболу и прямую – нельзя понимать сосуществующими в данной системе координат, так и точные понятия импульса и координаты классической частицы в применении к микрочастице нельзя представить сосуществующими в данном опыте. И это объективно. Нельзя смотреть на квантовую механику как на испорченную "нашим незнанием" механику классическую. Незнание само по себе – неточное наблюдение части величин в классической механике – никак не может служить источником знания огромного количества новых фактов, даваемого квантовой теорией, и объяснения старых, которых не могла объяснить теория классическая.

Педагогически нелегко передать точно эту особую черту дополнительности в квантовой теории. Трудности заключаются в том, что перед нашим "умственным взором" все время маячит наглядный образ классической частицы; что в квантовой теории мы употребляем тот же термин "частица", в то время как здесь от старой "доброй" классической частицы осталась "половина", правда, "по выбору" либо энергетическая, либо пространственно-временна́я. Существенно при этом, что в применении к объекту микромира понятия классической "получастицы" определяющую роль играет класс измерений, вообще говоря, "приготовляющий" данное состояние.

Для дальнейшего необычайно важно иметь в виду, что понятия импульса и

координаты, экспериментальный смысл этих понятий – импульса самого по себе, координаты самой по себе ("измерьте!") – в квантовой области имеют такой же смысл, как и в классической. Важно иметь в виду, ясно себе это представлять, что мы в квантовой теории, несмотря на ее удивительные особенности, подходим к микромиру с классическими понятиями, макроскопическими понятиями, макроскопическими представлениями.

В классической физике основные, фундаментальные понятия – это понятия импульса и координаты, энергии и времени. Эти понятия получены нами в нашей макроскопической деятельности; они, во всяком случае, характерны для макромира. Могло случиться так, что, изучая микромир, мы нашли бы в нем вместо физических явлений, характеризующихся импульсом и координатой, принципиально новые физические явления, характеризующиеся понятиями, адекватными микромиру, но это не случилось. Мы идем в микромир с макроскопическими представлениями, несмотря на то что классическая теория не может сама по себе объяснить тех новых закономерностей, с которыми мы имеем дело в атомной физике.

То новое, чем характеризуется атомный мир, не дается заменой фундаментальных понятий импульса или координаты классической физики какими-то новыми фундаментальными же понятиями. Новое отображается новым, взаимно исключающим применением этих же старых понятий к объекту микромира. Может быть, самое удивительное в новой теории – это то, что многое, и, надо сказать, очень многое, в ней достигается не введением новых понятий, а взаимным ограничением старых.

Все сказанное выше ни в коей мере не означает, что в микромире нет ничего нового. Наоборот, в физике микромира удивительно много нового, своеобразного; и это новое и своеобразное отображается новыми же понятиями, но эти новые понятия микромира таковы, что они строятся буквально на "обломках" старых понятий классической механики.

Может возникнуть вопрос: почему при анализе микромира, создавая теорию явлений микромира, мы должны такую существенную роль отводить макроскопическому прибору и в связи с этим макроскопическим понятиям вообще? На этот вопрос можно ответить коротко: потому что речь идет о познании, которое само по себе является макроскопической деятельностью человека. Вот почему мы в своем анализе принципиальных вопросов современной физики решили исходить из трактовки познания микромира как макроскопической человеческой деятельности. Только таким анализом можно получить ясное представление о своеобразном характере теоретико-познавательных проблем, возникающих при нашем научном проникновении в микромир.

ПОЗНАЮЩИЙ СУБЪЕКТ КАК МАКРОСКОПИЧЕСКИЙ ПРИБОР

Анализируя организм человека в его деятельности как "физический прибор", мы констатируем, что перед нами прибор *в основном* макроскопический. Все органы чувств человека возникли и развились в процессе его практической деятельности, в длительной борьбе за существование именно в макромире. Его непосредственное взаимодействие с окружающими его предметами – макроскопическое взаимодейст-

вие. Непосредственная деятельность человека как "узкофизического прибора" протекает в макромире. Динамические понятия классической механики, такие, как сила, работа, энергия, с одной стороны, очень "человечны", они как бы вносят в природу антропоморфный элемент, но, с другой стороны, эти понятия получили вполне объективное содержание. Сила выражается через такие объективные категории, как инертная масса и ускорение, энергия понимается также как вполне объективная характеристика движения. Такая возможность объективного подхода к когда-то неопределенным мускульным, во многом очень субъективным ощущениям заключается в том, что человеческий организм во взаимодействии с природой выступает как объект классической механики. И обратно, отсюда, конечно, совершенно не случайно развились именно такие органы чувств, которые дают непосредственную возможность ориентироваться в природе в пространственно-временно́м и энергетическом отношениях. Эти отношения полностью характеризуют поведение материи в области применимости механики Ньютона, в сфере непосредственной деятельности человека.

Законы классической механики нам потому "близки", а механическое мировоззрение кажется часто наиболее "простым", что наши органы чувств приспособились к непосредственному восприятию этого мира явлений. Они образовались в историческом развитии нашего организма в макромире. В развитии нашего организма не было "жизненной" необходимости для органов чувств "выйти", во всяком случае, далеко за рамки ощущения макромира.

Рассматривая человека как физический прибор, мы приходим к выводу, что этот прибор непосредственно "регистрирует" главным образом взаимодействие с макромиром. В силу всяких причин мыслящее существо физически как орудие исследования представляет собой в основном макроскопический прибор. Но в то же время объективный мир и наше знание объективного мира не ограничиваются макроявлениями.

Рассматривая различные формы движения материи, можно представить себе такую последовательность:

...микромир – макромир – Вселенная.

Микромир – мир "элементарных" частиц, ядра, атома.

Макромир – мир окружающих нас тел, область применения классической физики.

Наконец, Вселенная... – ультрамакромир.

(Многоточие поставлено осторожности ради, "на всякий случай".)

Отвлекаясь в область ненаучных фантазий, можно себе представить, что чувствующая и мыслящая материя проявляется в какой-то другой форме, не в форме макроскопического существа. Естественно полагать, что органы чувств такого"индивида", "биологическое" существование которого связано, например, с атомным миром, давали бы "непосредственные сведения" о явлениях микромира. Его мировоззрение на первых порах было бы "электромагнитным", а законы макромира и весь мир макроявлений казались бы ему, может быть, не менее далекими и странными, чем нам закономерности микромира. Он понимал бы их, лишь делая насилие над своими наглядными представлениями.

Внутриядерное "существо", к зависти современных физиков, было бы бук-

вально "как у себя дома" в вопросах ядерных сил... "Наглядные", "модельные" представления этих "физиков" были бы атомные и ядерные. Атомное и ядерное бытие их наложило бы свой отпечаток на определение физических понятий и, вероятно, на характер самой математики. Во всяком случае, они не построили бы квантовую теорию, т.е. такую теорию, однозначное толкование понятий которой относилось бы к предсказанию результатов, получаемых при помощи данной установки, описываемой чисто классическим образом.

В дальнейшем мы рассмотрим, может быть, несколько более реальную ситуацию, чем возникновение мыслящей материи в микромире. Но сейчас для нас эти примеры имели чисто педагогическое значение: еще раз фиксировать внимание на "земном", человеческом характере квантовой теории, ее понятий.

Возникает вопрос: как познающее существо – человек, органы чувств которого приспособлены главным образом к действиям в макромире, способен к познанию микромира?

Как человек – грубый макроскопический прибор – оказался в конце концов пригодным для "регистрации" явлений микромира?

На этот вопрос легко удовлетвориться до тривиальности "простым" ответом: человек строит себе более "тонкие" приборы, с помощью которых и изучается микромир.

Это истина. Но у каждой истины имеется много сторон. Нас интересуют три стороны такого рода знания о микромире, знания с помощью "тонкого" прибора: что в этом знании –

от природы,
от прибора,
от человека?

ФИЗИЧЕСКИЙ ПРИБОР

Рассмотрим внимательно роль физических приборов при изучении микромира в особенности и вообще объектов, непосредственно не воспринимаемых нашими органами чувств, – электростатического поля как такового и т.д.

Система наших органов чувств – довольно грубый физический прибор. Груз ненамного меньше грамма рука уже не чувствует, нить ненамного тоньше волоса глаз уже не видит.

Но человек узнал размеры атома, взвесил электрон. Это прибор, фантастический прибор, исправил "недостатки" человеческого организма, расширил и дополнил его возможности.

Существенно, что прибор не всегда просто "обостряет" или механически "продолжает" наши органы чувств: он часто посредник в особом ранге между нами и явлением.

Электростатическое поле, например, наши органы чувств непосредственно не воспринимают: электрическое поле действует на электрический заряд, связанный с каким-то телом (массой), "тащит" за собой это тело в направлении действующей электрической силы. Вот это чисто механическое явление воспринимают наши органы чувств.

Совсем другое мы имеем в случае микроскопа, когда с его помощью рассматри-

ваем микроорганизмы. Здесь микроскоп сам по себе "не существен": глаз "позорче" увидел бы те же самые подробности. Здесь вся видимая картина во всех деталях может быть описана без всякого упоминания о микроскопе.

Другое дело, когда наблюдается явление, которое само по себе не действует на наши органы чувств. В этом случае принципиально *нельзя описать* сущность явления, не упоминая о приборе. Прибор входит в само определение явления. Например, в само понятие, в само определение электрического поля входит упоминание о пробном заряде: напряженность электрического поля есть сила, действующая на единицу пробного заряда...

Прибор должен быть таким, чтобы его показания могли быть доступны нашим органам чувств, т.е. его показания должны иметь пространственно-временной или энергетический характер. Прибор обнаруживает явление – это значит, что явление "как-то действует" на прибор. Прибор "показывает" – это значит, что под влиянием явления в приборе "что-то меняется", заметное для наших органов чувств. Меняется его состояние как состояние макроскопической системы. Это значит, что прибор в конце концов должен быть объектом классической механики. Требование макроскопичности прибора идет "от человека". Оно обязано его макроскопическому положению в природе.

Если закономерности наблюдаемого явления в принципе не отличаются от макроскопических закономерностей, которым подчиняются прибор и человек, то роль прибора сводится в конце концов к простому, механическому продолжению органов наших чувств. В этом случае прибор не существен для трактовки самого явления – от него можно отвлечься.

Если наблюдаемый мир явлений принципиально отличен от мира макроскопического (микромир) или мира механических явлений (мир электромагнитный), то создается особая ситуация, достойная пристального внимания.

Особая ситуация заключается в том, что каковы бы ни были особенности рассматриваемого мира или явления, но если макроскопический прибор регистрирует это явление, прибор обязательно "рассказывает" о нем на своем макроскопическом языке, в терминах пространственно-временных, или энергетических, или и тех и других вместе, т.е. в терминах классической механики.

Если речь идет о микромире, то можно сказать, что прибор дает макроскопическое отражение закономерностей микромира. Если речь идет об электромагнитных явлениях, то прибор дает механическое макроскопическое отражение закономерностей явлений элекромагнитных.

Макрокопический прибор "наблюдает" микромир, но "разговаривает" он только на языке, на котором умеет, – на макроскопическом языке. Если угодно, он играет роль переводчика. Иногда "запинается", дает бессмысленную фразу и делает примечание: "непереводимая игра слов". Но если "переводчик" поработает "над текстом", то он всегда находит на своем языке широкие возможности смыслового перевода.

В макроскопических понятиях, на механическом, макроскопическом языке прибор выражает не только сходство, но и глубокое отличие этих особых закономерностей от закономерностей классической механики.

Это специфическое отличие выражается своеобразной комбинацией макроско-

пических свойств, таких комбинаций, которые не встречаются в макромире механических закономерностей. (Частица обладает определенным импульсом, неопределенной координатой, она – комбинация волновых и корпускулярных свойств. Каждое из этих понятий в отдельности имеет строгий макроскопический смысл, но простая механическая комбинация их макроскопичности противоестественна.) В этом смысле макроскопический характер нашего физического познания не меняется наличием "тонкого" прибора, прибор не меняет макроскопического "языка" нашего познания. Это закономерно, ибо этот "язык" только и понятен макроскопическому существу: макроскопическое существо – человек – пока не знает никакой другой формы познавательной деятельности, кроме макроскопической. *В своей макроскопической деятельности он познает также микромир.*

Совершенно параллельно разделению явлений на класс явлений, непосредственно воспринимаемых нашими органами чувств, хотя бы принципиально, и на класс явлений, воспринимаемых нами через отражение в макроскопическом приборе, разделяются наши представления о явлениях на наглядные и не наглядные, на "модельные" и "немодельные".

"МОДЕЛЬНЫЕ" И "НЕМОДЕЛЬНЫЕ" ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Крупнейшие физики прошлых столетий утвреждали, что они не понимают явления до тех пор, пока не построят его модель. Утверждение это совсем не связано с индивидуальными особенностями научного творчества ученого: оно представляет собой резюме научного мировоззрения целой эпохи.

Успехи классической механики давали надежду понять все явления природы как явления механики, понять все физические явления через механические движения более или менее сложных комбинаций простых частиц.

Даже живое существо, живой организм упрощенно толковался как сложная машина. "Человек – машина", – писали энтузиасты этой концепции.

В таком последовательно механическом мире модель явления только количественно, только размерами отлична от самого явления. "Конструкция" явления и модель содержат в конечном счете один и тот же материал – простые частицы или непрерывную среду. Построить модель явления и понять явление – здесь почти синонимы.

В старой классической модели водорода его ядро представлялось в виде относительно тяжелого положительно заряженного шара – электрон ассоциировался с более легким шариком, несущим заряд другого знака. Все элементы этой модели атома "весомы", "зримы"; они "построены" из материала вещей, которые нас непосредственно окружают; они нам "близки", понятны эти твердые заряженные шарики... Говорили: "Конечно, в действительности атом несколько меньше, намного меньше, но это различие чисто количественное".

Но не по этому пути, как мы знаем, пошло дальнейшее развитие физики. Открылись целые новые миры явлений, для которых нельзя построить наглядных моделей. Рассказать о том, как произошла "катастрофа" модельных представлений, это значит изложить историю новой физики. "Катастрофа" модельных представлений связана с научным проникновением в мир электромагнитных явлений, с

открытием электромагнитной природы материи, со многими новыми понятиями, которые в конце концов формируются в физическое воззрение теории относительности, а затем – квантовой теории.

Наши органы чувств не доставляют нам непосредственных сведений *о природе* электромагнитного поля. В этой цепочке: *электромагнитное поле–пробный заряд–органы чувств* звено *пробный заряд–органы чувств* носит характер механического взаимодействия. Было естественно на первых порах считать и природу электромагнитного взаимодействия (звено *электромагнитное поле–пробный заряд*) тоже механической. (Мы имеем в виду лишь сказать, что движение пробного заряженного тела под действием электромагнитного поля предстает перед нами само по себе как механическое движение. Действие электромагнитного поля проявляется посредством механического движения пробного тела.) Такое представление было вполне закономерно и исторически неизбежно, так как наши органы чувств "не знают" никаких взаимодействий, кроме механических, которые давали бы ощущение усилия, силы. Мы знаем, как надо завить стальную проволоку в пружину, чтобы она тянула предмет, но "что" надо "завить" в окружающем пространстве, чтобы "оно" тянуло кусок железа, заряженное тело? Естественно, что эта мысль волновала физиков с самого начала учения об электромагнетизме. Она привела к идее особой гипотетической среды, предполагаемой арене электромагнитных явлений – эфира. В течение многих десятилетий с большой настойчивостью физики работали над созданием теории механического эфира. Физики стремились выяснить, какими механическими свойствами должна обладать среда, чтобы в ней были возможны специфические действия на электрически заряженные и магнитные тела. Или, говоря иначе, стремились построить механическую модель электромагнитных явлений.

Упорные неудачи преследовали эти поиски. По мере накопления фактов этой среде приходилось приписывать все новые и новые свойства. Сами по себе эти свойства, взятые в отдельности, не представляли собой ничего нового, это те же хорошо известные нам из механики свойства твердости, упругости и т.д. Но неудача заключалась в том, что подчас требовалась для толкования того или иного явления самая чудовищная и, по сути дела, взаимоисключающая комбинация этих свойств. А главное, все модели неизменно "отказывали в работе", как только переходили к исследованию электромагнитных явлений с точки зрения систем, двигающихся с различными скоростями.

Наконец физики признали свое "поражение" в попытках построить механическую модель эфира. Это "поражение" было величайшей победой в более глубоком смысле. Ибо оказалось раскрытым существование принципиально новой реальности – электромагнитного поля. Несмотря на то что мы не можем построить наглядную непротиворечивую модель этой реальности, мы ее можем описывать, и описывать в понятиях классической механики, в терминах импульсов и координат как механическую систему с бесконечным числом степеней свободы; здесь не случайно глубокое методологическое сходство с соответствующей ситуацией квантовой теории, ибо как явления электромагнитного поля, так и микроявления переводятся на показания прибора ("пробного тела" в первом случае и соответствующего макроскопического прибора – во втором), который подчиняется классической механике.

Было бы большой исторической несправедливостью отрицать значение модельных представлений в развитии физики. Они и до сих пор продолжают играть огромную эвристическую роль. Когда мы говорим об отказе от модельных представлений, об отказе от поисков для мира немеханических явлений механических моделей, то речь идет, конечно, о таких механических моделях, которые исчерпывали бы до конца всю сущность явления. Такое последовательно механическое мировоззрение ушло в прошлое безвозвратно. Но вместе с тем в некотором ограниченном и в известной мере более абстрактном смысле современная физика также модельна, ибо явления в самых разнообразных областях часто обнаруживают разительное сходство.

С точки зрения модельных представлений содержание теории – это описание модели. Каков же смысл, каково содержание новой теории, которая, как утверждается, не связывает себя модельными представлениями?

Иногда говорят, что на смену модельным представлениям пришло математическое описание. Известен афоризм одного физика: "Теория Максвелла – это уравнения Максвелла". "Волновая механика Шредингера – это уравнение Шредингера". Можно услышать новое издание этого афоризма: "С таким же успехом можно сказать, что механика Ньютона – это уравнение Ньютона", и любая область знания, не чуждая математическому описанию, не была бы здесь исключением.

"Математическое описание" вместо модельного – это ответ несколько не по существу вопроса. Конечно, математика играет в современной физике исключительную роль, но тем не менее математика была и остается для физика только инструментом, поэтому не только в математическом описании вместо модельного заключается то новое, что отличает современную физику от физики классической.

Объектом математического описания является физический образ, и существенное различие старой и новой физики не в математическом описании, а в различии самих физических образов.

Но всякий физический образ приблизительно соответствует объективной реальности: он – ее отражение в науке сегодняшнего дня, если угодно, – ее "модель". В этом смысле новая физика столь же модельна, как и физика старая.

Но модель новой физики отличается от моделей физики классической тем, что она "не наглядна". Более того, с точки зрения "наглядности" она часто противоречива. При построении "моделей" новой физики используются "материалы", которые браковались бы старыми "моделистами".

Не повторяя уже известных нам примеров, мы сошлемся на теорию электрона, во многих отношениях хорошо апробированную опытом двух последних десятилетий (речь идет о теории Дирака). Возможно, что в дальнейшем пример окажется не очень удачным, т.е. не исключено, что сама теория Дирака претерпит изменение именно в этом вопросе, но мы будем рассматривать его как повод для утверждений, имеющих более общий смысл.

В теории Дирака электрон точечный, но тот же электрон обладает по абсолютной величине определенным спином (вращением – моментом количества движения). С точки зрения классических понятий момент количества движения и вращения вокруг собственной оси вообще имеют смысл только для тела, обладающего

некоторыми размерами. Здесь же берется одно свойство, которое имеет смысл для тела, имеющего принципиально не точечную, т.е. пространственную, форму, и относится оно к объекту, который по своему пространственному смыслу (точечный объект) не мог бы им обладать.

Физик говорит осторожно: электрон – это не просто уменьшенный булыжник, но "нечто", что в некоторых условиях ведет себя, как заряженная точка, а, с другой стороны, в некоторых случаях ведет себя так, как шарик малых размеров, вращающийся с некоторой скоростью вокруг своей оси.

Физик, ищущий наглядных представлений, стал бы придумывать хитроумные, непротиворечивые модели, стараться "изловчиться" построить нечто такое странное.

Современный физик, умудренный богатым опытом, стал "терпимее", осторожнее, он говорит, что его эти обстоятельства в общем перестали смущать. Он рассуждает примерно так.

Микромир, как показывает опыт, существенно отличен от макромира, и в некоторых случаях я неизбежно должен столкнуться с непривычными с точки зрения макромира вещами. Иначе микромир не был бы отличен от макромира. Строго говоря, я мог только сказать, что одна группа свойств данного явления из микромира очень напоминает "вот такие" свойства макроскопических объектов, а в то же время другая группа свойств того же явления имеет большое сходство с совсем другой группой макроскопических свойств. При этом иногда я констатирую, что обе эти группы макроскопических свойств совместно у одного и того же макроскопического объекта никогда не встречаются и по своему макроскопическому смыслу несовместимы.

Представления новой физики в известном смысле так же модельны, как и представления физики классической. Но модель классической физики, в сущности, не отличается от самого явления: она – "работающая" модель. Модель новой физики носит более "иллюстративный" характер. Она "выполнена", построена из "другого материала", чем само явление: из макроскопического материала. Модель эта в целом – "неработающая" модель.

Хороший художник создает портрет или пейзаж из разноцветных камешков. Демонстрировался как-то неплохой портрет, выполненный из деталей одного производства. О модели в новой физике можно условно сказать, что она – портрет объекта микромира, выполненный из макроскопических "деталей".

В известном смысле модель новой физики более "модельна", чем модель физики классической. Но эти же модельные представления, которые дают ориентацию в современной физике, часто служат источником заблуждения, что случается всякий раз, когда макроскопическая модель применяется вне границ ее применимости. Мы часто обращаемся с микромиром слишком "по-макроскопически". Его наглядные представления в нашей голове слишком уж "макроскопичны". Мы часто "входим" в микромир с макроскопической невежливостью, "в пальто и калошах".

РОЛЬ МАТЕМАТИКИ

Конечно, физика становится все более и более математичной, но математика в ней играет некоторую новую, специфическую роль, которая тесно связана с не наглядностью физических образов новой физики. Одно и то же физическое явление в области микромира приходится часто, как мы знаем, рассматривать с точки зрения самых различных макроскопических аналогий.

Среди земной фауны нет такого чудовища, как кентавр. Мы не можем составить живую "работающую" модель из человека и лошади, но художественное воображение смогло создать такой образ. Теперь нам надо принять как научный результат, что свойства реальности в микромире иногда описываются такими с "макроскопической точки зрения" чудищами ("волны-частицы", "получастицы"). Существенно здесь то, что мифические кентавры созданы свободным полетом фантазии – поэтическим творчеством народа; образы физических "кентавров" явились в великом прозаическом труде ученых[3].

Надо сказать, что каждый новый такой "кентавр" встречается в среде физиков с превеликим недоверием и в известном смысле "сам" завоевывает себе право на существование. Вначале он часто оказывается "практически" необходимым для истолкования физических влений, а затем приводит к открытию целого ряда новых экспериментальных фактов и органически входит в систему понятий новой теории.

Если поэтический гений древних для описания кентавров создал литературную форму мифа, то современная физика для описания физических "кентавров" нашла богатые и пока единственные возможности в математике, в математическом описании с помощью так называемых математических уравнений. Математическое описание не стеснено не наглядностью комбинации свойств, с помощью которых удается характеризовать тот или иной объект микромира. Здесь важно, чтобы математические свойства эти были правильно "записаны", правильно выражены в математических понятиях.

Если найдена адекватная физическим идеям математическая форма, то дальше математический аппарат в общем действует "автоматически", автоматически получаются все следствия, которые вытекают из данных представлений о предмете обсуждения, положенных в основу наших математических уравнений.

Главное, математический аппарат, адекватный физическим идеям, предохраняет от применения макроскопических аналогий там, где они уже теряют свой смысл, т.е. от ошибки наглядных представлений, о которых неоднократно шла речь выше. Очень существенно, что этот же аппарат автоматически дает количественную "оценку" критерия применимости того или иного макроскопического понятия.

Иногда математика приводит к таким выводам, которые "здравому смыслу"

---

[3] Стоит предостеречь о том, что термин "физический кентавр" не следует понимать слишком упрощенно. Например, представлять себе волновые и корпускулярные свойства частиц в образе волны, во впадине которой "уютным образом" расположился электрон. Методологически здесь была бы такая же ошибка, как если бы электромагнитное поле мы старались представить себе в виде механической среды. Мы этим термином (образным, но не всегда удачным) обозначаем, конечно, всю сложность ситуации, в частности принципа дополнительности.

кажутся абсурдными, кажется, что эти выводы противоречат даже физическим представлениям, лежащим в основе математических уравнений. Но всегда, если "соблюдены правила игры", т.е. если не сделано математических ошибок, математика оказывается правой, оказывается "умнее" человека, как в таких случаях, не переставая удивляться, с уважением говорят физики.

Любопытно, что часто при дальнейшем изучении того или иного вопроса физики настолько осваиваются с этими, как казалось вначале, абсурдными, результатами, что начинают считать их "само собой понятными и без всякой математики, если хорошенько подумать".

По мере дальнейшего проникновения в микромир изучаемые объекты отображаются все менее и менее наглядными образами, характеризуются все более и более разнообразными свойствами и с точки зрения макроскопической часто более противоречивой комбинацией свойств, увеличивается "кентаврообразность" представления, и математика становится все более и более необходимым инструментом физики. Не удивительно, что роль математики в современной физике непрерывно возрастает, ее аппарат совершенствуется и разнообразится, а язык ее становится очень своеобразным и сложным.

Перед нами книга по теоретической физике. Но "вход сюда нематематику воспрещен" – здесь эта надпись более уместна, чем в древней Академии Платона.

Узор математических знаков производит удручающее впечатление на неспециалиста и является непреодолимым барьером между современной физикой и широкой аудиторией.

За последние десятилетия все чаще и чаще встречается своеобразное, чисто математическое творчество в физике. Физик-теоретик часто, исходя из каких-то более или менее убедительных соображений, "предлагает" свои уравнения для описания целой совокупности физических явлений, как "творец" создает воображаемый мир физических явлений. Часто эти предложения не выдерживают серьезных испытаний экспериментом, но иногда они оказываются неожиданно удачными и тогда производят неизгладимое впечатление на современников.

Какой-то служитель храма Посейдона, как гласит легенда, любил показывать дары, приносимые богу Посейдону от терпевших кораблекрушение и обещавших богу эти дары за свое спасение. Он говорил: "Смотрите: они обещали эти дары – и были спасены". Один посетитель обратился с просьбой: "Покажите мне дары тех, которые обещали за свое спасение, но не были спасены".

Такие "физические" дары можно видеть во многих толстых специальных журналах. Они наполняют их в виде не оправдавших себя теорий. Проводник по "храму науки будущего" не назовет имени их авторов, они погибли для потомства вместе с крушением идей и надежд, породивших эти работы. Если иметь в виду легион этих неизвестных имен, то редкие удачи перестанут быть удивительными. Правда, наша характеристика "удачи" носит очень внешний и поверхностный характер. Крупная "научная удача", если ее анализировать детально, оказывается далеко не случайной. После внимательного рассмотрения случайность удачи начинает выглядеть как историческая необходимость, подготовленная всем предыдущим развитием науки.

Есть область, где метод "математического творчества" имеет особенно сущест-

венное эвристическое значение. Это область очень общих законов природы, теория элементарных частиц и пр. Здесь некоторые добавочные условия, добавочные требования, появившиеся в результате фундаментальных открытий новой физики, необычайно уменьшают произвол математического творчества. К числу таких добавочных требований, притом главных, относится требование неизменности формулировки закона для движущегося и покоящегося наблюдателя: закон не должен зависеть от точки зрения наблюдателя, он выражает объективное в природе. Число этих требований небольшое, но они в некоторых случаях так ограничивают математический произвол, что всякий вновь найденный математический аппарат теории, новая теория, благоприятно прошедшая через испытание этих требований, достойны, как показывает развитие физики последних десятилетий, по крайней мере внимания.

* * *

Предельно концентрируя наше внимание на очень узком вопросе, мы ограничились беглыми замечаниями о роли математики в современной физике, хотя эта тема заслуживает самого детального исследования.

В математике нашли отображение в абстрактно-логической форме очень общие соотношения объективного мира. Эта абстрактно-логическая форма содержит такой богатый "концентрат" различных возможностей, что возможность чисто логических исследований и богатство различных вариантов (в чисто математическом аспекте) гипнотизирующе действуют на самого математика в такой мере, что он часто только свое собственное "я" считает источником этого богатства.

Роль и место математики в современной физике еще ждут своего исчерпывающего анализа.

МАКРОСКОПИЧЕСКАЯ ФОРМА НАШЕГО ЗНАНИЯ

Иногда высказываются суждения, что квантовые представления кажутся нам очень своеобразными лишь "с непривычки", что когда физики после долгой "тренировки" привыкают к ним, они начинают мыслить квантово-механическими образами легко и непринужденно. Так же легко и непринужденно тогда представляется мир в квантово-механических понятиях, как некогда он представлялся в понятиях классических.

Здесь уместно передать мудрый рассказ одного московского профессора о так называемой привычке.

К профессору пришел студент сдавать зачет по интегральному исчислению. Студент бойко брал трудные интегралы. Но перед тем, как поставить в зачетной книжке студента высшую отметку, профессор решил почему-то задать вопрос о самом понятии интеграла. К своему удивлению, профессор не получил правильного ответа. Еще более тяжелым оказался случай с определением дифференциала. Студент явно и безнадежно "плавал".

"Как же это можно? – недоумевал профессор. – Вы прекрасно интегрируете и дифференцируете, но не имеете понятия о том, что такое интеграл и дифференциал? Как это можно?"

"Профессор, – ответил расстроенный студент, – все дело в том, что мы вначале не понимаем, а потом привыкаем".

Если исключить этот тривиальный, но довольно распространенный случай "привычки", то от всей "концепции привычки" остается не так уж много. Правда, остается одна существенная, но все-таки частная деталь: если физик, работавший долгое время над квантовыми проблемами, обращается к задачам классической физики, то квантово-механические аналогии иногда помогают ему в решении классических задач.

На научных семинарах при обсуждении научных докладов очень часто возникают такие ситуации, когда неясное место в каком-либо классическом вопросе вдруг кем-то иллюстрируется на хорошо знакомом квантовом примере, и вопрос становится вполне "прозрачным". Такое разъяснение недоумения всегда вызывает характерную улыбку у участников семинара. В этой улыбке сквозит не только обычное удовлетворение наступившей ясностью, но и неспецифическое отношение к тому пути, на котором достигнута эта ясность.

Эти примеры могут породить и порождают иллюзии того, что макроскопический характер нашего знания – это вопрос случайно сложившейся привычки, что для нашего сознания безразлично, с чего начать при изучении природы – с классических или квантовых представлений. Но здесь уже дело идет о простой ошибке. Иллюзия какого-то чисто квантового подхода создается лишь "короткой памятью" физика, забывшего, что именно на макроскопических "материалах", аналогиях в известной мере построена сама квантовая теория. Нетрудно понять, что во всех этих примерах микроскопические аналогии лишь "возвращаются" обратно в "макроскопику".

"От человека", от его макроскопического положения в природе этот особый макроскопический язык нашего знания вообще и знания микромира в частности. В чем же заключается объективная возможность выражать наше знание микромира в своеобразной "кентаврообразной", но, по существу, в макроскопической форме? Объективная возможность выражать наше знание микромира в макроскопических терминах заключается в объективной возможности "перевести" явление микромира на "показания" макроприбора.

В камере Вильсона мы видим освещенную цепочку капелек. Это чисто макроскопический объект. Но это в то же время свидетельство движения элементарной частицы и ее взаимодействия с атомами газа, наполняющего камеру. В частности, можно видеть фотографии, где эта макроскопическая цепочка капелек дает нам сведение о таком интересном явлении микромира, как рождение электрона и позитрона световым квантом вблизи атомных ядер. Перед нами опять своеобразная "проекция" явления микромира на макромир.

Эта возможность макроскопического наблюдения микромира определяется тем, что микро- и макромир не разделены непроходимой пропастью, что между микро- и макромиром устанавливается связь, взаимодействие. Это взаимодействие в каждом конкретном случае приводит к тому, что меняется в конце концов макроскопическое состояние какой-то системы (прибора). В этом заложена объективная возможность истолковывать в терминах классической механики каждый данный случай взаимодействия с микромиром. Всегда возможна мысленная замена (подстановка) микро-

фактора, действующего на макроприбор, "классическим" фактором, приводящим к такому же изменению состояния прибора как объекта классической механики. Этим же определяется возможность и в известном смысле необходимость истолкования законов микромира в терминах классической механики.

Ту же мысль можно передать наглядной схемой, которую легче описать словами, чем нарисовать. Макроскопический прибор "**В**" регистрирует какое-то явление микромира, он дает его макроскопическую "проекцию". От явления микромира (будем его называть "**А**") к его макроскопической проекции идут точки: это значит, что *данный* макроскопический аппарат не дает "подробного" анализа описания самого микроявления, всех его сторон, он регистрирует лишь его данную макроскопическую "проекцию".

Макроскопический наблюдатель по макроскопической проекции начинает воссоздавать объект "**А**". В его распоряжении имеется только макроскопический материал. Это элементарные понятия, найденные, открытые им при исследовании макромира, – понятие волны, понятие частицы, координаты, скорости, вращения и т.д. Их достаточно для описания каждого конкретного случая изменения, наступающего в приборе, подчиняющемся классической механике. В этом объективный залог успеха описания явления "**А**" в терминах классической механики. Правда, наблюдатель не может из классического материала построить непротиворечивую модель того или иного фактического явления в микромире, но может со всякими оговорками в макроскопических терминах ("кентаврообразной" комбинацией классических понятий) *исчерпывающе* рассказать о свойствах объекта "**А**", влияющих именно таким образом на прибор "**В**".

В этом аспекте квантовая теория представляет собой именно такую теорию, которая дает толкование, предсказание результатов наблюдения явлений микромира с помощью "экспериментальной установки, описываемой чисто классическим образом".

Конечно, по своему существу квантовая теория является теорией микромира, она возникла при нашем проникновении в микромир, ее предметом являются объекты микромира и его закономерности, но "язык" и внешняя форма теории макроскопичны, "классичны".

Кстати, употребляемый нами термин "проекция" микромира на макромир может повести к известному недоразумению, если считать, что с помощью макроскопических проекций мы получаем не исчерпывающее знание микромира, а лишь знание какой-то одной из его сторон. Используя термин "проекция", мы действительно имели в виду, что в каждом данном опыте мы получаем не исчерпывающее знание свойств микрообъекта, а только данную его макроскопическую проекцию. Все же свойства микрообъекта исчерпываются всей совокупностью возможных макроскопических опытов, реализующих всевозможные случаи взаимодействия микрообъекта с различными макроприборами. Исчерпывающее знание микрообъекта дается всеми его макроскопическими проекциями, как пространственный образ исчерпывается его тремя проекциями... Конечно, эта аналогия поверхностна: она не отражает, например, взаимоисключающий характер некоторых "проекций".

Замечания о термине "проекция" имеет своей целью предостеречь от очень

распространенной, но неправильной оценки роли макроприбора, когда макроприбор, исследующий микромир, из орудия познания микромира превращают в непреодолимую преграду на пути этого познания.

Излюбленный прием идеалистической философии – давать вещам толкование, диаметрально противоположное их реальному содержанию, и любоваться этим извращением как рафинированной тонкостью мысли: то ощущения, посредством которых внешний мир становится достоянием нашего сознания, начинают истолковывать не как инструмент знания, а, наоборот, как источник заблуждения; то измерительный прибор, дающий точнейшие сведения о микромире, начинают рассматривать как некую преграду на пути познания микромира.

Макроскопический прибор не ограничивает нашего знания, а лишь придает ему макроскопическую форму.

Здесь для всего анализа вопроса существенна макроскопическая форма познания микромира, определяемая макроскопическим положением человека.

Квантовая механика не могла бы появиться у микросуществ, "населяющих" мир атомов и электронов, для них не было бы ни необходимости, ни надобности смотреть на свой мир через макроскопический аппарат, подчиняющийся законам классической механики.

Макроскопическое положение человека, существенная роль макроскопического прибора придают некоторые новые черты как проблеме субъекта и объекта в физике, так и понятию физической реальности.

ДЕЛЕНИЕ НА СУБЪЕКТ И ОБЪЕКТ

В проблеме познания правильное разделение на субъект и объект очень существенно, и преувеличение субъективной стороны вопроса часто являлось источником заблуждений и приводило в лоно идеалистической философии.

До научного проникновения в микромир объективный мир представлялся как мир "однородный". Прибор наблюдения, физический прибор, не играл никакой принципиальной роли в процессе познания: прибор молчаливо считался простым продолжением наших органов чувств. Наше сознание и объективный мир связывало, в сущности, только одно звено – ощущение.

Научное проникновение в микромир принесло с собой в известном смысле деление объективного физического мира на макро- и микромир. Причем благодаря особенности познавательной деятельности человека этот микромир отражается в нашем сознании не непосредственно, а через макромир, через макроскопический прибор.

Если бы микромир был просто уменьшенной копией макромира, то "посредничество" прибора с теоретико-познавательной точки зрения совсем не было бы существенно. Постепенно выяснилось, однако, что закономерности микромира существенно отличны от закономерностей макромира. А судить о них приходится нашему сознанию через отражение их в макроскопических закономерностях. Поэтому отражение микромира в нашем сознании имеет две ступени: а) отражение этого мира в макромире, а затем б) отражение макромира в наших восприятиях, в нашем сознании. Надо подчеркнуть, что первая ступень отражения весьма

существенна и своеобразна. Прибор "чувствует" микромир и выражает его на макроязыке.

Очень часто встречаются утверждения, что квантовая теория будто бы внесла кардинально новое в классическое деление на субъект и объект. Здесь не обошлось без некоторого смешения понятий. Поводом к этому недоразумению послужило именно новое звено между объектом микромира и нашим сознанием, т.е. макроскопический прибор. Само же недоразумение заключается в том, что это звено часто по произволу относят то к субъекту, то к объекту. Такое "маневрирование" прибором не всегда остается философски безнаказанным.

Как мы увидим ниже, квантовая теория не внесла ничего нового в само "деление на субъект и объект" в его общефилософском смысле, но она внесла существенно новое в вопрос взаимоотношений субъекта и объекта, раскрывая шире понятие физической реальности и макроскопическую форму нашего знания микромира.

ПОНЯТИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛЬНОСТИ

Во избежание недоразумений необходимо с самого начала подчеркнуть, что в дальнейшем речь пойдет о понятии физической реальности как о некотором новом понятии квантовой теории. Под физической реальностью понимается та форма реальности, в которой реальность проявляется в макроприборе.

Согласно квантовой теории, однозначное определение понятия физической реальности включает в себя необходимым элементом указание на экспериментальную установку, с помощью которой получаются результаты, относящиеся к данной физической реальности. Само измерение, само наблюдение существенным образом отражается на результатах наблюдения. Выше мы подробно обсуждали ту своеобразную ситуацию с двумя взаимно исключающими классами измерений. Здесь нас интересует чисто теоретико-познавательная сторона вопроса, именно: что нового в философское понятие объективной реальности вносит квантовая теория? Некоторые авторы утверждают, что в этом фундаментальном вопросе квантовая теория делает существенный шаг от материализма, под знаменем которого развивалась классическая физика, к идеализму.

Но при ближайшем рассмотрении оказывается, что на самом деле авторы обсуждают неудачу метафизического материализма. И замечания их не имеют никакого отношения к материализму "послефейербаховскому", когда в образовании понятия об объективной реальности в человеческой практике объединяются как объективные, так и субъективные черты познания.

"Однозначное определение понятия физической реальности включает в себя необходимым элементом указание на экспериментальную установку..."

Рассматривая экспериментальную установку как элемент объективного мира, мы с точки зрения теории познания (не с точки зрения узкофизической) в определении понятия физической реальности квантовой теории *не находим ничего нового*. Конечно, с физической точки зрения сами реальности полны неклассического своеобразия. Физик теперь в смысле отношения к реальности отличает случай, когда он измеряет координату электрона, от случая измерения импульса электрона.

Так как характер измерения существенно входит в определение физической реальности, то реальность в первом случае отлична от реальности в случае втором: электрон в первом случае "не тот", что электрон во втором. Но как в первом, так и во втором случае реальности существуют объективно, независимо от сознания самого физика. Поэтому и в квантовой области в практической деятельности физика не возникают новые гносеологические проблемы в трактовке понятия физической реальности.

Но можно предложить вопрос: а если нет экспериментальной установки, то что же, нет и объективной реальности? Существует ли электрон, когда на него не смотрят? Существует ли объективный мир, когда его не наблюдают?

Если некоторые философские школы утверждали, что в мире нет ничего, кроме наших ощущений, "показаний наших органов чувств", то не пытается ли современная физика утверждать, что в мире нет ничего, кроме "показаний физических приборов"? Не значит ли это появление своеобразного "приборного идеализма" и попытку истолковать отсутствие прибора как отсутствие объективного мира?

Характерным признаком любой модификации материализма является признание существования объективного мира независимо от нашего сознания, признание его объективного существования и до нашего опыта.

Спрашивается: не противоречит ли это утверждение существования объективного мира системе понятий квантовой теории?

Как мы уже подчеркивали, физик отличает случай измерения импульса электрона от случая измерения координаты. Электроны в первом случае и во втором рассматриваются как различные физические реальности. Но физик вместе с тем ясно отличает эти два случая от третьего, когда электрона вообще нет, когда имеется в наличии экспериментальная установка для измерения координаты, имеется в работе установка, измеряющая импульс, но не удается измерить ни то, ни другое. Иначе говоря, для успешного проведения наблюдения координаты или другого опыта – наблюдения импульса – необходима *общая* для двух опытов объективная предпосылка существования, объективного существования "нечто" до опыта.

Такое общее понятие существования электрона имеется в квантовой теории наряду с более конкретным характером физической реальности. Если электрон существует в природе, то соответствующий интеграл, взятый по всему бесконечному пространству, равен единице; если электрона нет в наличии, то соответствующее выражение исчезает. Это очень общее понятие существования, для которого не имеют значения тот или иной конкретный характер "состояния" электрона (т.е. волновая функция), характер той установки, с помощью которой получены конкретные сведения об электроне.

Математически последнее обстоятельство выражается тем, что в результате интегрирования получается число единица, независимо от вида самой волновой функции, описывающей состояние.

Квантовая теория не только не противоречит признанию существования объективного мира до всякого опыта, но, как и классическая теория, предполагает его. То понятие существования, о котором шла речь выше, ничем не отличается от соответствующего классического понятия.

В каком же отношении находится это общее и абстрактное понятие существования к более конкретному понятию физической реальности квантовой теории?

С субъективной точки зрения понятие физической реальности квантовой теории, как мы неоднократно подчеркивали, носит на себе печать макроскопической познавательной деятельности человека. Физическая реальность квантовой теории не дается простым созерцанием, она включает в себя момент активной человеческой деятельности, когда с помощью макроприбора проецируется реальность микромира на макромир – в сферу непосредственно познавательной деятельности макроскопического существа.

Понятие физической реальности квантовой теории в этом смысле "человечно", оно подчинено человеческой деятельности.

Это понятие физической реальности *естественным образом* не возникло бы у жителей микромира, ибо оно существенным образом предполагает аппарат измерения, подчиненный макроскопическим законам классической механики.

Такое понятие физической реальности квантовой теории существенным образом связано с макроскопической формой нашего знания микромира. Это с точки зрения субъективной.

С объективной же точки зрения физическая реальность квантовой теории есть, если можно так сказать, макроскопическая форма проявления реальности микромира, она является макроскопической формой отражения микромира. В этой форме микрозакономерность, микромир делаются непосредственно доступными человеку как макроскопическому существу. Естественно, что макроскопическая форма этой реальности не менее объективна, чем всякая другая.

Специфическое понятие физической реальности квантовой теории совсем не исключает, а предполагает существование объективного мира до всякого опыта, но эта реальность в философском смысле проявляется в специфической форме физической реальности квантовой теории, здесь она получает однозначное толкование в макроскопических понятиях.

Таким образом, утверждение, что электрон существует независимо от нашего опыта, имеет определенный смысл и в квантовой теории, но вопрос, в каком виде существует, как "выглядит" этот электрон "сам по себе", когда его не наблюдают, лишен в некоторых своих свойствах однозначной *макроскопической* определенности. Действительно, само требование описать, "как выглядит" электрон, в скрытом виде подразумевает его описание в макроскопических понятиях. Но для этого необходимо эту реальность "спроецировать" на макромир, а эта "проекция" производится с помощью прибора и оказывается различной в зависимости от характера прибора.

Это, конечно, не значит, что об электроне совсем ничего сказать нельзя, что он превращается в какой-то "бесплотный дух". Многие характеристики электрона не связаны с тем или иным классом макроскопического прибора: например заряд электрона, его масса, подчинение статистике Ферми, а не Бозе, и т.д. Это обстоятельство надо всячески подчеркивать. Но положение электрона и его импульс действительно лишены в указанном смысле однозначной макроскопической определенности.

Метафизический материализм, рассматривая предмет, действительность лишь в форме объекта или в форме созерцания, а не в форме человеческой деятельности, не способен материалистически анализировать это сложное взаимоотношение субъекта и объекта. Он игнорирует специфическое макроскопическое положение субъекта и макроскопическую форму познавательной деятельности человека. Он органически "не принимает" квантовую теорию и предлагает искать такую теорию, в которой действительность выступала бы лишь в форме объекта или в форме созерцания.

Идеализм, развивая и подчеркивая действенную субъективную сторону познания, вместе с тем рассматривает ее очень абстрактно, без анализа этой действенной стороны как конкретной объективной деятельности макроскопического существа, познающего в своей деятельности микромир, и, таким образом, чудовищно искажает всю ситуацию. Хотя физики под давлением фактов и пришли к фундаментальному открытию макроскопического характера человеческой познавательной деятельности в микромире, которое заключается в открытии того удивительного положения, что при изучении микромира "для толкования всех измерений в собственном смысле необходимо пользоваться классическими представлениями, несмотря на то что классическая теория не может сама по себе объяснить таких закономерностей, с которыми мы имеем дело в атомной физике" (Бор), философы обычно воспринимают это положение абстрактно, вне связи с макроскопическим положением человека, что и приводит к философской путанице в этом важном вопросе взаимоотношения познаваемого объекта (микромира) и познающего его макроскопического субъекта.

Таким образом, последовательный анализ познавательной деятельности человека в микромире как его макроскопической деятельности не обнаруживает никаких новых научных доводов в пользу идеализма.

Современная физика дает ясное представление, что именно рассмотренному нами ограничению применимости классических понятий она обязана своими удивительными реальными успехами. Но восторг успеха, восторженный перечень совершенных наукой дел приправляются часто некоторой дозой мрачного скепсиса, или, осторожнее, какой-то неудовлетворенностью.

"Неполнота" успеха – этот упрек имеет значение лишь в том случае, если его смысл заключается в утверждении неполноты самой теории, в утверждении, что существует что-то такое, что надо требовать от теории, но теория этого не дает. Возникает вопрос, насколько в этом смысле квантовая механика "полна".

ДАЕТ ЛИ КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ "ПОЛНОЕ" ОПИСАНИЕ ФИЗИЧЕСКОЙ РЕАЛЬНОСТИ?

Дает ли квантовая теория "полное" описание физической реальности? Конечно, в своем буквальном смысле этот вопрос более или менее наивен. Мы твердо уверены в том, что любая теория, если она в какой-то мере подтверждена экспериментом, является лишь некоторым приближением к абсолютной истине.

Квантовая теория в этом смысле, конечно, не является и не может быть исключением. Физики могут указать на целый список проблем, не нашедших сво-

его решения в квантовой теории. Различные проблемы элементарных частиц космического излучения, ядерных сил – все это задачи, решение которых физиками часто сознательно связывается с выходом за рамки современной квантовой теории. Вопрос тем не менее имеет некоторое более узкое, но в то же время четкое и однозначное содержание. По этому вопросу в 30-е годы развернулась оживленная дискуссия на страницах специальных физических журналов. Дискуссия была открыта статьями А. Эйнштейна и Н. Бора. Она, правда, не привела к каким-либо принципиально новым научным результатам, но привлекла внимание к некоторым другим вопросам и сыграла существенную педагогическую роль.

Существует понятие "полноты" физической теории в рамках ее применимости. Мы имеем в виду "правильную" теорию, т.е. такую теорию, каждое высказывание которой соответствует действительности и может быть хотя бы принципиально подтверждено экспериментом. Анализ вопроса начинается, таким образом, с полного доверия к теории. Теория считается правильной.

Во всей этой полемике ни одна из сторон, ни один из физиков не высказывал, конечно, сомнения в справедливости квантовой теории в области ее применения. В само же понятие неполноты теории вкладывалось следующее содержание: теория не полна, если в рамках теории можно придумать такой эксперимент, проведение которого само по себе не противоречит данной теории, но результат которого теория предсказать не в состоянии.

Были предложены самые разнообразные мысленные эксперименты, проведение которых будто бы вскрывает неполноту теории, так как они способны дать такие "подробные" сведения об элементарном процессе, которые теоретически не следуют из квантовой механики. Но тщательный анализ их неизбежно вскрывает порочность рассуждения автора. Неизменно выяснялось, что в том случае, если бы эксперимент мог быть поставлен наилучшим и точнейшим образом, то при учете квантовой природы взаимодействия эксперимент способен дать *только то, что предсказывает квантовая теория*.

Таким образом, если имеется такое положение вещей, для которого характерно, с одной стороны, что "теория предсказывает результаты, которые полностью подтверждаются экспериментом", а с другой стороны, что "эксперимент дает такие и только такие сведения, которые предсказываются теорией", то чего же может требовать физика больше – сверх такой гармонии между теорией и экспериментом? Имеется ли такая гармония теории и эксперимента не в сфере логической, не как гармония между теорией и мысленным экспериментом, а как гармония между теорией и реальным экспериментом?

Здесь существенно напомнить, что эксперимент дает блестящее подтверждение квантовой теории. Если эксперимент когда-либо покажет более подробные сведения в смысле классической механики, то это будет доказательством краха квантовой теории, на что пока нет никаких указаний.

Квантовая теория в данном смысле оказывается полной, замкнутой теорией.

Что же достойно сожаления или упрека?

Если анализ характера нашего знания с точки зрения макроскопически-познавательной деятельности человека делает многое понятным в сложном

переплетении проблем современной физики, то вместе с тем возникает вопрос: не ограничивает ли макроскопическое положение человека его познание объективного мира? Разве макроскопическая форма знания исчерпывает объективный мир микромира? Разве требование истолковать все явления микромира в макроскопической физике не представляет собой своеобразное "прокрустово ложе" для описания явлений микромира? Разве ситуация в квантовой теории не напоминает известную мрачную картину из седьмой книги Платона "Государство"? [4]. Эту картину иногда рисуют авторы философских книг по физике.

В полутемной пещере сидят прикованные к полу узники. Неверный свет таинственного огня освещает вход в пещеру. За стеной, высотой в человеческий рост, какие-то существа носят на длинных палках чучела животных, птиц, зверей, различные изображения и статуи. Они громко разговаривают между собой, ведут какие-то игры, шествуют в торжественных процессиях. Узники не видят ни этой стены, ни этих существ, ни манекенов – узники закованы, они не могут повернуть головы, и лишь тени транспарантов, рожденные в мерцающем свете отдаленного огня, скользят перед глазами узников по сводам пещеры.

Узники от рождения находятся в пещере, они не знают другого образа жизни, другого существования. Они не знают другого мира, кроме мира теней: тени действуют, тени передвигаются, тени разговаривают. Они знают язык теней, но ничего и никогда – о существах, повинных в этом великом заблуждении.

Если кому-нибудь из этих узников посчастливится в дальнейшем освободиться от оков и заглянуть в мир действительных явлений, то он будет несказанно поражен его богатством и разнообразием. Его мир теней покажется бесконечно бедным, жалким и ограниченным. И если приведет судьба его снова узником в эту пещеру, он будет жить в мечтах о реальном, полнокровном и красочном мире.

Разве соотношение неточностей, принцип неопределенностей – это не те же оковы, мешающие заглянуть в глубь физических явлений? Разве "макроскопическая проекция" микромира – это не мир теней, а макроскопическое существование человека – не "пещера", в которой человек – узник? Разве смутные надежды некоторых физиков на будущую теорию, которая объяснила бы "детальное" (в смысле классическом) поведение элементарного явления, – не здоровая мечта о познании полнокровного физического мира?

Это поэтическая сказка, однако, не имеет никакого отношения к теории познания. Это только удачный пример очень плохой и поверхностной аналогии. Она может привести и приводит в лучшем случае без всяких на то действительных причин к теоретико-познавательному "самобичеванию".

Здесь мы воспользуемся удобным моментом еще раз внимательно рассмотреть то, что мы называем "макроскопической формой" нашего знания микромира, рассмотреть в аспекте теоретико-познавательном.

О ФОРМЕ И СОДЕРЖАНИИ НАШЕГО ЗНАНИЯ

Мы говорим: "макроскопическая форма" нашего знания. Что это значит? Значит ли это, что возможны различные формы знания объективного мира? Под "формой" знания мы понимаем различные представления о данной реальности,

данных реальных отношениях, различный "язык" – если можно так сказать – знания.

Начнем с одного частного и элементарного примера. В математике имеются аналитический и геометрический методы представления одних и тех же математических отношений. Оба метода дают одно и то же знание математических отношений в природе, но форма выражения этих знаний совершенно различная. Настолько различная, что одни из нас предпочитают геометрические представления, другие аналитические. Одни лучше "понимают" геометрический язык, другие – аналитический.

У Дидро в "Письме о слепых в назидание зрячим" рассказывается, как преломляется описание зеркала в представлении слепого: «Я спросил у него, что он понимает под словом "зеркало"?» "Это прибор, – ответил он мне, – который придает выпуклость вещам вдали от них самих, если они расположены подходящим образом по отношению к этому прибору. В этом случае нет вовсе необходимости, чтобы я положил мою руку рядом с каким-нибудь предметом, чтобы почувствовать его" [2, с. 307].

Один и тот же объект – зеркало – зрячим и слепым описывается различным языком. У того же Дидро можно прочитать: "Кто-то из нас спросил у нашего слепого, был ли бы он доволен, если бы был зрячим". "Если бы меня не одолевало любопытство, то я предпочел бы иметь *длинные* руки, мне кажется, что мои руки рассказали бы мне лучше то, что происходит на Луне, чем ваши глаза и ваши телескопы. Поэтому лучше было бы усовершенствовать у меня тот орган, который я имею, чем наградить меня недостающим мне органом" [2, с. 32] (курсив мой. – *М.М.*). *Отсутствие зрения не помешало бы человеку познавать природу, находить ее закономерности, но характер представления природы существенно отличался бы от представления зрячих.*

Приведем еще одну иллюстрацию.

Пусть на плоскости живут плоские мыслящие существа. Их чувству недоступны объемные тела, а по своим представлениям они геометры, а не аналитики.

Пусть в природе имеется трехмерное тело – конус, который в своем движении иногда пересекается с плоскостью мыслящих существ, давая в этом сечении одну из конических фигур. В таких случаях плоские существа констатируют либо круг, либо эллипс, либо параболу, а то и просто пару пересекающихся прямых или даже точку. Пусть в своей активной познавательной деятельности они научились управлять этими событиями, передвигая различным образом какие-то рычаги, – они получают различные конические сечения. Эти конические сечения представляют собой "формы проявления трехмерной реальности в их двухмерном мире". Для наблюдения этой физической реальности требуется плоский аппарат. Этот плоский аппарат и сама плоскость существенным образом входят в само определение их понятия физической реальности. В практической деятельности этих существ, на двухмерном геометрическом языке с помощью этих пяти геометрических образов до конца исчерпывается трехмерное содержание конуса. Правда, двухмерные жители будут различать эллипс и круг как две различные физические реальности, но когда они захотят все многообразие наблюдаемых свойств связать с объектом как источником всех этих наблюдаемых реальностей, они будут говорить в каком-то

смысле о "сосуществовании" всех этих образов в одном объекте, т.е. о "кентаврообразности" объекта. Во всех аналогиях наряду с необходимыми иллюстративными чертами можно всегда найти известные недостатки. Но аналогии в данном случае помогают нам задержать внимание на самой возможности с различных *объективных* точек зрения подходить к объективному миру, отражать мир в различных представлениях, особенно когда познание рассматривается конкретно, как деятельность реального субъекта, а не в форме простого созерцания.

Оставляя в стороне все эти примеры и иллюстрации, сформулируем интересующие нас вопросы по существу. Нас интересуют в основном два вопроса. Первый из них – это насколько полно может быть отражен объективный мир, микромир в особенности, в классических понятиях импульса и координаты? И второй вопрос: не возможен ли для нас принципиально другой подход к микромиру – отражение его в совсем иных понятиях, нежели понятия классической механики?

На первый вопрос мы, в сущности, дали ответ, анализируя саму возможность макроскопической формы познания микромира. Эта возможность определяется тем фактом, что явления микромира отображаются в явлениях макромира и воспринимаются человеком в этой макроскопической проекции. Так как каждое явление макромира представляется в пространственно-временны́х и энергетических понятиях (импульса и координаты), то и каждое макроскопическое проявление конкретного микроявления, макроскопическое его отображение, следовательно, как уже *фактически макроскопическое явление*, по определению, обязано отображаться в макроскопических понятиях. Следовательно, *в макроскопических понятиях не может быть выражено только то, что принципиально не проявляется в макромире.* Квантовая теория с некоторой точки зрения представляет собой теорию особого класса *макроскопических явлений, связанных с микромиром взаимодействием.*

Существование взаимодействия – это объективная предпосылка макроскопических проявлений микромира.

Нам кажется неправильным, антинаучным утверждать, что "что-то" не проявляется в макромире, "что-то" удивительным образом не может принципиально взаимодействовать с ним. Как неоднократно указывалось в работах основоположников современного материализма, обсуждение такого "засекреченного" мира лишено всякого смысла: «Это утверждение, что мы не способны познать вещь в себе... во-первых, выходит из области науки в область фантазии. Оно, во-вторых, ровно ничего не прибавляет к нашему научному познанию, ибо если мы не способны заниматься вещами, то они для нас не существуют. И, в-третьих, это утверждение – не более чем фраза, и его никогда не применяют на деле. Взятое абстрактно, оно звучит вполне вразумительно. Но пусть попробуют применить его. Что думать о зоологе, который сказал бы: "Собака имеет, *по-видимому,* четыре ноги, но мы не знаем, не имеет ли она в действительности четырех миллионов ног или вовсе не имеет ног?"» [3].

Некоторые авторы, склонные к пессимизму, могут найти здесь повод для своего теоретико-познавательного "самоистязания" – такой теоретико-познавательный "шахсей-вахсей" можно наблюдать в зарубежных странах на страницах

философской литературы. Сами физики здесь также не являются исключением.

В действительности все, что встречается в человеческой деятельности в макромире, т.е. все, что в этом макромире отображается, все, что с ним взаимодействует, – все это может быть познано человеком. И сама возможность отображения микромира в классических понятиях импульса и координаты связана *только* с вопросом: насколько эти классические понятия правильно отображают макромир (это не опечатка, именно макромир), насколько классическая макроскопическая механика в сфере ее непосредственной применимости (макроскопическая механика) справедлива? И обратно, в этих понятиях не может быть выражено только то, что с макромиром принципиально не взаимодействует, то, что никогда не встречается в опыте.

Остается второй вопрос: не возможен ли принципиально другой подход к микромиру, отображение его в совсем иных понятиях, нежели понятия классической механики?

ВОЗМОЖНО ЛИ ОТОБРАЖЕНИЕ МИКРОМИРА В ИНЫХ ПОНЯТИЯХ, ЧЕМ ПОНЯТИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ?

Иногда, обсуждая удивительное своеобразие закономерностей микромира, высказывают соображения, которые ставят под сомнение "адекватность" современного аппарата квантовой теории задачам отображения микромира. Мы пытаемся выразить и выражаем особые закономерности микромира в макроскопических понятиях. Для отображения микромира в этих понятиях требуется их "кентаврообразное" сочетание.

Не является ли задачей физики будущего найти эти будто бы "более адекватные" микромиру физические понятия? Мы сами неоднократно подчеркивали нашу макроскопическую "невежливость" в обращении с микромиром – мы пытаемся входить в микромир "в пальто и калошах", но в конце концов проявление нашей "вежливости" заключается в том, что мы снимаем "только пальто" или "только калоши": подходим к микроявлениям либо "с точки зрения" координаты, либо "с точки зрения" импульса. Нельзя ли снять и "пальто" и "калоши"?

В этом вопросе имеются две стороны: одна тривиальная, которая заключается, по существу, в том же старом затаенном чувстве "недоверия" к полноте квантовой теории, в стремлении обнаружить "скрытые" параметры, которые приблизили бы, по существу, теорию квантовую к теории классической.

В этом узком аспекте вопросы ставились строго математически почти с самого возникновения квантовой теории. Существуют общие математические теоремы, утверждающие, что такие скрытые понятия, параметры несовместимы с квантовой теорией в ее современном виде, несовместимы именно в той ее области, в которой она блестяще оправдана опытом. Доказательства эти с общей точки зрения, правда, существенно ограничены определенным классом математических выражений, представляющих физические величины "скрытых параметров".

В широком логическом аспекте вопрос сводится пока к неопределенному пожеланию будущей теории "более адекватных понятий".

Против такого неконкретного пожелания трудно найти какое-либо конкретное возражение, но анализы конкретных предложений, если они появятся, всегда целесообразны. Правда, надо сказать достаточно определенно, что тенденция в развитии физики не идет в этом направлении.

В первые годы создания квантовой теории физики часто обсуждали так называемый принцип наблюдаемости. "В теорию должны входить только принципиально наблюдаемые величины", – говорили физики, анализируя новую ситуацию в новой теории. Иногда этот принцип рассматривался едва ли не как основное достижение современной физики, как методологический принцип, дающий чуть ли не однозначную возможность при построении новой теории. Этот принцип действительно оказал известную помощь авторам квантовой теории. Но, к сожалению, как универсальное конкретное орудие он содержит существенный порок неоднозначности: какие величины считать принципиально наблюдаемыми?

Если считать, что ответ на этот вопрос должен дать эксперимент в узком смысле этого слова, то принцип становится тривиальностью. Если дело идет о величинах, принципиально наблюдаемых в мысленных экспериментах с точки зрения данной теории, то принцип, в иных словах, вскрывает, в сущности, непротиворечивость теории или отсутствие в ней "лишних" элементов.

Во всяком случае, этот "принцип" нельзя рассматривать как единственный фактор при построении новой теории. Более того, если рассматривать науку в ее развитии конкретно, то, в сущности, ясно, что физика всегда неизбежно "захламлена" всякими ненаблюдаемыми понятиями. В физике сегодняшнего дня ненаблюдаемый фон электронов – в состояниях отрицательной энергии. И все это существует в физике наряду с требованием ее создателей, чтобы в теорию входили только наблюдаемые величины. Они уживаются рядом с этим принципом, говоря житейским языком, может быть, только потому, что "до них не дошли руки". Но, с другой стороны, здесь не простая небрежность и попустительство: это исторически естественный и необходимый момент развития науки. Если бы наука была чиста от них, она бы перестала развиваться – такая теория была бы истиной в конечной инстанции, абсолютной истиной. В этом "хламе" заложены возможности дальнейшего развития науки. Правда, такое толкование науки содержит в себе противоречие, но это – жизненное противоречие науки.

Нельзя развитие науки излагать так: "И вот голову физика осеняет мысль: посмотрю я, какие понятия не наблюдаемы, выброшу весь этот хлам и построю настоящую теорию". Ничего из этого не выйдет, а главное, не выходит. "Хлам" выбрасывается тогда, когда он становится в физике практически ненужным, что дается самим ходом развития науки, а не абстрактным применением принципа наблюдаемости.

Наконец, имеется некоторая неясность в необходимости и даже обоснованности формулировки принципа: "В теорию должны входить *только* наблюдаемые величины". Не слишком ли большое ограничение налагает этот принцип на нашу способность к абстракциям? Действительно, в своих конечных результатах теория должна давать эксперименту лишь наблюдаемые данные. Для предсказания результата теория должна требовать наблюдаемых начальных данных, но каждый этап пути получения конечных результатов – промежуточные этапы в аппарате

теории – должен ли он подчиняться требованию этого принципа? Этот вопрос нуждается в обсуждении.

Во всяком случае, имеется опасность, что в такой жесткой формулировке принцип является таким же произвольным ограничением, как и классическое требование наглядных представлений, и столь же антинаучным.

Надо заметить, что наряду с четко выраженным желанием известных авторов квантовой теории ввести как некоторый верховный принцип – принцип наблюдаемости, практически развитие квантовой механики выдвигало конкретные формы теории, в своей основе прямо противоположные этому принципу.

Исключительно любопытно с этой точки зрения научное творчество Дирака. Его "ненаблюдаемый" фон электронов отрицательной энергии стал безусловным достоянием науки.

К самой конкретной идее "фона" можно относиться по-разному: возможно, что в будущей теории идея примет какие-то иные формы, но факт остается фактом: двумя десятилетиями подтверждается ее огромная эвристическая ценность. Во всяком случае, развитие современной физики было бы существенно задержано, если бы, уступая требованию принципа наблюдаемости, в свое время отвергли теорию Дирака.

Таким образом, принцип наблюдаемости в его несомненной части вряд ли содержит больше, чем тривиальное утверждение, что теория должна соответствовать эксперименту. Таким образом, и здесь мы не находим логического ответа на наш вопрос.

Но все-таки вопрос имеет более конкретное содержание не в чисто логическом аспекте, а с точки зрения познания как конкретной человеческой деятельности.

В сфере своей деятельности человек встречается с пространственно-временно́й локализацией событий и с энергетическим взаимодействием объектов. Всякий опыт ставится в пространстве и во времени, и каждое взаимодействие, по которому делаются заключения о предмете, как известно, исчерпывается энергетическим взаимодействием. Понятия пространства–времени, понятия энергии (материи)–импульса являются отображением в сознании человека его непосредственно макроскопического бытия. Если считать вместе с классической физикой, что это отображение в макроскопических пределах правильно, то какой смысл в предложении искать новые основные понятия для трактовки явлений микромира, понятия иные, чем координата и импульс, время и энергия (материя)? Ведь микромир всегда познается в форме макроскопического проявления.

Смысл предложения, по-видимому, заключается в том, что понятия энергетические и пространственно-временны́е отображены человеком в его макроскопической деятельности (поэтому они могут быть не адекватны микромиру), что многие наши затруднения отображают лишь недостаток языка макроскопических понятий и этот недостаток подлежит исправлению. Во-первых, этот "недостаток" связан с макроскопическим существованием человека, а поэтому "просто" непоправим, а во-вторых, не нуждается, по-видимому, в исправлении, так как не препятствует познанию природы. Действительно, тезис, утверждающий, что "макроскопический" язык недостаточен для выражения макроскопическим наблюдателем микрозакономерностей, ложен. В самой основе он опровергается тем

обстоятельством, тем фактом, что от явлений микромира в макромир идет цепочка взаимодействий, что микромир при всем своем своеобразии *взаимодействует* с макромиром, и это взаимодействие, каждый его случай, с точки зрения макроскопического партнера, *обязан* истолковываться в макроскопических понятиях потому, что они только и характеризуют макроскопического партнера.

Если раньше, исходя из факта взаимодействия микромира с макромиром мы выяснили возможность толкования микромира в макроскопических понятиях, то теперь из анализа макроскопического бытия человека следует, что эта возможность должна реализоваться в нашей теории, по-видимому, довольно однозначным образом, что идея "принципиально немакроскопических" понятий пока не имеет большого конкретного содержания в макроскопической деятельности человека, познающего микромир.

Из анализа макроскопической познавательной деятельности человека вытекает только, конечно, принципиально макроскопический характер этих понятий, с помощью которых отображается микромир, и ни в коем случае не предрешается конкретный смысл этих понятий. Только анализ макрофизики указывает на импульс и координату или вообще на так называемые канонические сопряженные переменные, в которых наиболее последовательно и исчерпывающе отображается макромир.

Отсюда также следует, что дальнейшее развитие физических теорий, по-видимому, также не должно порывать с элементами пространственно-временны́х и энергетических отношений. Это, разумеется, совсем не значит, что наши физические представления о микромире не подлежат дальнейшим изменениям, что пространственно-временны́е отношения не будут обогащаться новыми фактами, но все эти факты будут, по всей вероятности, все же подчинены макроскопическому эксперименту, протекающему во времени и в пространстве, и всякое явление будущей физики также через цепочку взаимодействий должно оказывать влияние на наш прибор, изменяя его состояние, и на органы наших чувств; оно не только должно быть отлично от вещей макромира, но чем-то "похоже" на них, чтобы иметь *возможность* с ними взаимодействовать, чтобы иметь возможность проявляться *в нашем опыте*. Ведь "таким образом" явление может изучаться, а многообразие свойств микрообъекта благодаря этому взаимодействию – исчерпываться многообразием проявления микрообъекта в нашем макроскопическом опыте.

Можно подумать, что мы слишком большую роль отводим тому "земному", макроскопическому, что характерно для современной квантовой теории, что мы, наконец, принижаем могучую роль абстрактного мышления. Это неверно: достаточно раскрыть любую книгу по квантовой теории, чтобы убедиться в колоссальной роли и возможностях абстрактного мышления, убедиться в том, что макроскопическая форма нашего знания микромира предъявляет огромные требования именно к абстрактному мышлению, роль которого непрерывно возрастает.

СОВРЕМЕННАЯ ФИЗИКА И ИДЕАЛИЗМ

Современная физика, как мы видели, не дает никаких аргументов в пользу идеализма. Наш анализ показал, что их нельзя найти ни в физическом, ни в философском понятии реальности, ни в проблеме субъекта и объекта.

Почему же, однако, многие зарубежные авторы считают, что "современная физика идет в направлении идеализма"? Почему, несмотря на фактически материалистическое содержание современной физики, создатели ее в своих философских истолкованиях, за немногими исключениями, становятся на идеалистическую точку зрения?

Почти до начала текущего столетия физики рассматривали изучаемую ими действительность только "в форме созерцания", а не с точки зрения человеческой деятельности. Познающий субъект, человек, и его макроскопическое положение в природе, макроскопический характер его познавательной деятельности не налагали никакого "субъективного" отпечатка на природу нашего знания. Процесс познания если и трактовался как деятельность субъекта, то как деятельность чисто созерцательная.

В своей практической деятельности физик – всегда стихийный материалист, а такой чисто созерцательный характер познания всецело укладывается в философскую концепцию метафизического материализма, который исторически и был связан с классической физикой. Впервые ясное рассмотрение нашего познания под углом зрения человеческой деятельности вошло в физику вместе с теорией относительности. Теория относительности нанесла сокрушительный удар созерцательному характеру нашего представления о действительности.

В физических рассуждениях появился "наблюдатель", он прочно "усаживается" в "данную систему координат". Хотя законы природы формулируются независимо от этого наблюдателя и присутствие наблюдателя ни в какой мере не уменьшает объективного характера природы, представления многих отношений мира в данной системе координат выглядят иначе, чем в других: здесь иные длины, иные длительности, иные события одновременны[4]. Эти отношения останутся теми же, если наблюдателем в данной системе координат будет физический прибор. В этом смысле все эти отношения в данной системе координат также объективны. Но с точки зрения человеческой деятельности важно указать ту систему координат, в которой ведутся наблюдения, так как конкретное проявление закономерностей в вариантных величинах в ней своеобразно. Своеобразие свойственно данной системе координат. Это значит, что в практической конкретной познавательной деятельности человек смотрит на мир с какой-то, правда, объективной, но данной, определенной, одной, "конкретной" позиции под данным объективным, но отличным от других "углом зрения". Метафизический материализм видит в этом "субъекте"-наблюдателе посягательство на саму объективность существования мира и до сих пор не может и не в состоянии примириться с теорией относительности.

---

[4] Несмотря на то что законы природы выражаются независимо от системы координат, наблюдение их всегда ведется в какой-то конкретной координатной системе. Невозможно расположить приборы и наблюдать мир с какой-то "внесистемокоординатной" точки зрения.

Квантовая теория привнесла в еще более конкретной форме рассмотрение действительности с точки зрения человеческой познавательной деятельности, с точки зрения макроскопической "системы координат", с точки зрения макроскопической деятельности человека. Для человека, для познающего субъекта как макроскопического существа характерно познание микромира через отражение его в макроявлениях. Это отображение, как показывает квантовая теория, неоднозначно и зависит от способа отображения, от той или иной экспериментальной установки. Хотя выбор экспериментальной установки находится всецело во власти субъекта, эта активная роль субъекта нисколько не противоречит объективности данного способа макроскопического проявления микромира, так же, как человеческая деятельность вообще не противоречит существованию объективного мира, а предполагает его. Но становится совершенно невозможным созерцательное отношение к действительности.

Перестает быть однозначным старый, казалось бы, всегда ясный и определенный вопрос: как "выглядит" электрон сам по себе, когда его не наблюдают? С одной стороны, вопрос требует ответа, как электрон "выглядит". С точки зрения познания как человеческой деятельности это значит: как, каким электрон встречается в человеческой деятельности, в опыте? Квантовая теория утверждает, что "выглядеть" электрон будет по-разному в зависимости от того, как "смотреть": какие установки применять при наблюдении. Но в вопросе поставлено условие: "когда не наблюдают", т.е. когда не указывается характер установки наблюдения. Это условие лишает возможности однозначного ответа. Ситуация совершенно аналогична вопросу: какова траектория или "какова длина стержня безотносительно к какой-либо системе координат"? Отказ от ответа не значит, что стержень вообще не существует, что электрон вообще не существует, но лишь означает неправильную постановку вопроса.

Современная физика после долгих исканий пришла к квантовой теории как теории, толкующей в классических понятиях результаты наблюдения микроявления с помощью макроприбора: пришла к уяснению своеобразной макроскопической формы нашего знания микромира, отнюдь не исходя из теоретико-познавательного анализа характера познания макроскопического субъекта, а чисто "эмпирически". В современном изложении квантовой теории ее классический характер кажется случайным; кажется удивительным, что "необходимо пользоваться классическими представлениями, несмотря на то что классическая теория не может сама по себе объяснить тех новых закономерностей, с которыми мы имеем дело в атомном мире" [1, с. 189].

В этой фразе сквозит большое удивление. Удивление колоссальному успеху самой возможности с помощью именно этих классических представлений давать исчерпывающее истолкование явлений микромира. Любопытно, однако, что никакой попытки теоретико-познавательного анализа причин такой удивительной ситуации никем не делалось. Эта ситуация трактуется абстрактно, "как данная".

Нельзя созерцательно воспринимать микромир (микроявления), надо предварительно отобразить его в макромире. Для этого необходима активная деятельность познающего субъекта.

Метафизический же материализм стал в оппозицию к развивающейся науке –

оппозицию, в известном смысле воинствующую, так как она требует изгнания субъективных моментов из познания, изгнания из него его действенной стороны. Фактически, как показывает полустолетнее развитие науки, метафизический материализм лишь на словах объявляет непримиримую войну "субъективизации" природы. На самом же деле такой ложной "объективизацией" он привносит субъективные моменты, искажающие действительную картину объективного мира. Это стремление к ложной объективизации доводится до своего логического конца в известном наивном вопросе озадаченного ученика, с которым он обращается к своему учителю: ученик добросовестно усвоил все перипетии с историей открытия электрона и изучением его свойств, но никак не может постигнуть, как обнаружили, что данная частица называется электроном.

Эта "глубокомысленная" проблема не слишком далека от тех проблем, над которыми в течение многих десятилетий безуспешно бьется метафизическая мысль механистического материалиста. Метафизический материалист – большой мастер ставить несуществующие проблемы.

Отправляясь с хорошими намерениями исследовать процессы, объективно протекающие в природе, метафизический материалист на своей "спине" приносит "вязанку дров" в общий "идеалистический костер".

Но физика продолжала развиваться своими путями. Действенная, субъективная сторона познания, ее человеческий земной характер выступили ярче.

Субъективная, действенная сторона познания, в противоположность метафизическому материализму, развивалась идеализмом, хотя абстрактно и односторонне. Во всяком случае, здесь физика, освобождаясь от уз метафизического материализма, нашла готовую систему понятий, готовую терминологию, выражающую субъективные моменты познания и большое желание видеть в науке подтверждение своих философских позиций.

Эти "услуги" идеализма в какой-то мере "оплачены" в высказываниях многих крупнейших физиков, создателей современной квантовой теории, но оплачены все-таки "фальшивой монетой": физика, как мы видели, не подтверждает идеализма.

Освобождая современную физику от уз метафизического материализма, идеалистическая философия пытается в той или иной мере "освободить" ее и от признания объективного мира.

Если метафизический материализм игнорирует субъекта, его конкретную, познавательную чувственно-человеческую деятельность и абстрактно-метафизически трактует объективный мир, то идеализм игнорирует объективный мир и односторонне, абстрактно-метафизически рассматривает роль субъекта в познании объективного мира.

Метафизический материализм не может примириться с квантово-механическим определением понятия физической реальности, так как оно дано под углом зрения макроскопической познавательной человеческой деятельности.

Идеалистическая философия с энтузиазмом воспринимает этот макроскопический и человеческий "субъективный" угол зрения, но искажает его конкретное объективное содержание. Объективное содержание его безнадежно исковеркано односторонним и абстрактным подходом к толкованию познавательной деятельности.

Только "послефейербаховский" материализм гарантирует полноту рассмотрения вопроса.

"Послефейербаховский" материализм рассматривает познающее существо – человека – в противоположность идеализму не абстрактно, а как часть того же объективного мира, как конкретно существующего человека. Познавательная способность субъекта рассматривается "послефейербаховским" материализмом не как абсолютная познавательная характеристика некоего абстрактного познавательного "начала", а, наоборот, рассматривается совершенно конкретно, как познавательная способность человека, которая появилась на определенной ступени развития материи в процессе материально-трудовой и общественно-исторической практики людей.

Такое общее и вместе с тем конкретное рассмотрение взаимоотношения субъекта и объекта, объективного мира в целом и познавательной деятельности человека исключает возможность теоретико-познавательных заблуждений. Конкретное физическое содержание объективного мира и его закономерностей раскрывается физикой, подтверждается согласием физической теории с экспериментом и не может быть предписано априори.

ДОПОЛНЕНИЕ[5]

На предыдущих страницах текста, конечно, заметна печать их почти полувековой давности (1945–1946 гг.). Из последующих в литературе дискуссий следует, что в этой (по годам "древней") статье не оказалось места поистине своеобразной природе вероятностного толкования физических явлений в микромире. Со временем статистическая интерпретация имела тенденцию обособиться от интерпретации копенгагенской, исключив применимость квантовой теории к единичному объекту. В 1957 г. возникла конкурирующая с копенгагенской интерпретация – так называемая многомировая (эвереттовская).

В 1971 г., примерно четверть столетия спустя после появления в печати предыдущего текста, на страницах "Physics Today" возникла дискуссия, инициированная Б. Де-Виттом, по поводу интерпретации квантовой механики [5], которая показала, что среди семи физиков, принявших участие в дискуссии, отсутствует единство взглядов. А совсем недавно прошла конференция, посвященная спору Эйнштейна с Бором. Все это заставило автора включиться в продолжавшуюся мировую дискуссию – теперь по физическому истолкованию математического аппарата квантовой теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бор Н.* Избранные труды. Т. 2. М.: Мир, 1971.
2. *Дидро Д.* Избранные сочинения. М.: Изд-во иностр. лит., 1941.
3. *Маркс К., Энгельс Ф.* Диалектика природы // Соч. Т. 20.
4. *Платон.* Государство. М.: Мир, 1971.
5. Quantum mechanics debate // Phys. Today. 1971. April.

---

[5] Из книги: *М.А Марков.* О трех интерпретациях квантовой механики. М.: Наука, 1991. С. 62. – *Примеч. сост.*

О СОВРЕМЕННОЙ ФОРМЕ АТОМИЗМА

(о понятии элементарной частицы)*

ИСТОРИЧЕСКИЕ АНАЛОГИИ

Чуть ли не с самого начала человеческой истории умами людей владела идея – найти элементарные сущности, из которых слагается мир.

В различные времена различные сущности под разными названиями рассматривались как фундаментальные в природе.

Одни из этих сущностей обладали дискретным характером, что нашло, например, в древнем понятии "атом" одно из наиболее ярких своих воплощений; для других фундаментальных сущностей специфичны свойства непрерывности ("стихии" древних, "поля" в физике недалекого прошлого).

В данном аспекте история физики – это в известной мере история борьбы идей дискретности (атомизма) и идей непрерывности, история борьбы идей Демокрита с идеями Эмпедокла. Менялась форма враждующих идей, прежним оставалось содержание. Существует легенда о том, что воины, павшие в битвах минувших времен, пробуждаются к жизни, чтобы в ночной тишине продолжать нерешенную битву. Так на разных исторических этапах воскрешается жестокая борьба идей атомизма с идеями непрерывности.

Тит Лукреций Кар, выражая безграничное уважение к Эмпедоклу Акрагантскому – "...и подумать нельзя, что рожден он от смертного корня", – резко критикует идеи непрерывности школы Эмпедокла: "...не знают и пределов деления тела. И никогда никакой границы дробленью не ставят, предполагая, что нет у вещей величин наименьших..." [1, с. 49].

А восемнадцать веков спустя Эйлер назвал скудоумием идеи атомизма.

В "Письме к немецкой принцессе" Эйлер писал: "Когда в собраниях разговаривают о философических материях, то по большей части о таких, кои повод дали к великим распрям между философами.

Делимость тел есть такая статья, и мнения ученых об оной суть между собой различны. Иные утверждают, что тела делиться могут бесконечно, так, что никогда нельзя дойти до столь малых частиц, которых бы далее делить невозможно. Другие, напротив того, утверждают, что сие деление простирается только до некоторого предела и что, наконец, должно дойти до столь малых частиц, что, не имея никакой величины, далее делимы быть не могут. Сии последние частицы, тела составляющие, называют монадами.

Было время, что распря о монадах так была сильна и обща, что во всех собраниях и на караулах об ней с великим жаром говорили. При дворе не было почти ни единой дамы, которая бы или не защищала, или не опровергала монады. Одним словом, повсюду ни о чем ином, как о монадах, не говорили.

Королевская Берлинская академия приняла участие в сих распрях, и как она ежегодно предлагает задачу и дает награждение, состоящее в медали в пятьдесят

---

* Вопр. философии. 1960. № 3. С. 47–60.

червонцев тому, кто лучше решит оную, то на 1748 год предложила вопрос о монадах. Великое множество сочинений получено о сей материи, и покойный президент г. де Мопертюи для разбора оных назначил комиссию и управление ее поручил покойному графу де Дона, гофмейстеру Ее Величества королевы. Он, будучи беспристрастным судьей, с всевозможным рачением разбирал доказательства, как в защищение, так и в опровержение монад предложенные. Наконец, доказательства, коими бытие монад защищаемо было, найдены столь слабы и странны, что все бы наши познания ими были ниспровержены. Итак, награждения удостоено сочинение г. Юсти, который монады опровергал основательнее всех других.

Ваше Величество удобно можете понять, что сим поступком Академии ужасно огорчены были защитники монад, коим начальником был славный г. Вольф, который решения свои почитал равно не ложными, как папа. Его последователи, коих число тогда было несравненно больше, нежели ныне, громко вопияли на неправосудие и пристрастие Академии, и немного недостало, что их начальник не предал философическому проклятию всю Академию" [5, с. 110–112].

Эйлер горько жалуется на сторонников атомизма: они скорее готовы утверждать "наибольшие нелепости, нежели признаться в своем незнании" [5, с. 232].

Здесь, на этих страницах, нами не ставится задача последовательного изложения истории борьбы идей дискретности и непрерывности. В дальнейшем хотелось бы только на некотором историческом фоне ярче подчеркнуть особенности современного атомизма.

За восемнадцать веков от Лукреция до Эйлера и за два века от Эйлера до наших дней было достаточно поводов для сражения между отрядами Демокрита и Эмпедокла. До наших дней идет непрерывная битва, из которой история сохранила много интересных эпизодов.

При более глубоком анализе выясняется, что, в сущности, "игра" была менее рискованная – в известном смысле выиграли обе стороны. Рассказать, как это случилось, – значит попросту изложить историю науки.

С точки зрения современного научного мышления старые споры вокруг проблемы прерывности и непрерывности в их конкретной форме носят скорее литературно-поэтический характер. Говоря так, мы имеем в виду не идею атомизма саму по себе, которая как "гениальная догадка" сыграла огромную роль в развитии наших представлений о природе, а конкретную форму атомизма древних, ее наивное звучание для современного уха.

Ведь для Лукреция не подлежало сомнению: "...что, наконец, представляется нам затверделым и плотным, то состоять из начал крючковатых должно несомненно, сцепленных между собой наподобие веток сплетенных..." [1, с. 99]. "Несомненно, – с завидной уверенностью описывает Лукреций различные виды атомов, – есть элементы еще, что ни гладкими не назовешь их, но и не скажешь про них, что они закорючены остро: в них выдаются скорей лишь углы небольшие наружу, так что скорей щекотать они чувства способны, чем ранить. Винную гущу сюда отношу я и вкус девясила..." [1, с. 97].

Однако современный упрек в какой-то "несерьезности" древних был бы несправедливым, вернее, антиисторичным. Слово "несомненно" в стихах Лукреция не случайная дань поэтической фразе. В рамках механистических представлений,

механистического мировоззрения, которое только и могло быть научным, прогрессивным в ту эпоху, единственная возможность сцепить между собой атомы – это наделить их "механической арматурой": "крючками".

Следует заметить, что попытка близкого прошлого ограничиться чисто электромагнитной картиной мира – это "ненаучность" и "несерьезность" в общем того же порядка. И в частности, известные попытки объяснить строение атомного ядра электрическими силами, действующими между протонами и электронами, в аспекте широких исторических аналогий выглядят теперь так же наивно, но, может быть, за отсутствием Лукреция XX столетия не столь поэтично. Мы не знаем, каково будет мнение наших потомков о многих наших научных представлениях в физике, строгостью которых в настоящее время мы иногда кичимся.

Существенно подчеркнуть, что атомизм всегда, как правило, находился в арсенале материалистической философии. Для философских схем субъективного идеалистического толка в вопросах естествознания часто была характерна антиатомистическая направленность. Это правда, что идеи непрерывности наряду с атомизмом играли существенную роль в развитии наших представлений о природе, но идеи непрерывности часто облекались в негативную форму чистого скепсиса.

Еще недавно Оствальд обвинял сторонников атомизма в скудоумии. Объяснять химические явления атомами так же глупо, писал знаменитый химик, как объяснять действие паровоза тем, что там спрятана лошадь. Еще недавно существование электрона для "эмпириокритически" настроенных людей, например Э. Маха, было бы не более убедительно, чем признание существования чертей и ведьм.

Дело, конечно, совсем не в том, что дискретность "материалистична", а непрерывность "идеалистична". Видимо, дело в том, что атомизм создает обычно очень конкретные образы, которым естественно придавать объективную реальность. Атомизм всегда был более свойствен действенному, оптимистическому материализму. Идеи непрерывности, связанные часто с критикой материалистического атомизма, дают большой простор для скепсиса и субъективного идеализма вообще.

Но борьба идей дискретности и непрерывности отнюдь не лежит в аспекте борьбы идеализма и материализма. Борьба идей дискретности и непрерывности в физике, очищенная от случайных моментов, смена этих представлений на различных исторических этапах – это естественное противоречие в развитии взглядов на материю, которое отражает своеобразное единство прерывного и непрерывного, осуществляемое в самой природе.

Для развития атомистических представлений характерно, что идея очередного "атома" возникает практически всегда как идея абсолютного атомизма (наконец-то найдены "настоящие" кирпичи мироздания!). Последующий ход событий показывает, что найденный атом действительно играет свою роль (атома) в некоторой узкой специфической области и в специфическом своем смысле, но его претензия на абсолютную элементарность оказывается несостоятельной, отрицается дальнейшими экспериментами.

И вот в зависимости от мировоззрения, научных тенденций времени физиками подчеркиваются, часто односторонне, моменты либо дискретного, либо непрерывного в этом, в общем едином развивающемся процессе познания, из которого лишь искусственно можно вырвать одну из этих взаимно связанных характеристик.

"Можно сказать, – пишет Ферми в своих лекциях по атомной физике, – что на каждом этапе развития науки мы называем элементарными те частицы, строения которых мы не знаем и которые рассматриваем как точечные" [4].

Сказанное очень похоже на истину, но это лишь часть истины, бледная характеристика роли атомизма в физике, причем проблема "элементарности" берется в субъективном аспекте[1] и акцентируются моменты преходящего в идеях атомизма, моменты неизбежного отрицания атомизма в последующем развитии знания.

Но есть и другая черта, другая сторона атомизма, относящаяся к пониманию самой материи. Поиски и, наконец, обнаружение очередного "атома", "элементарной частицы" и т.д. – это не погоня за призраками. Очередной "атом" в широком смысле слова – это реальное свидетельство об открытии качественного скачка в свойствах материи.

Появление разных атомистических понятий – молекулы, атома, ядра, элементарной частицы – отнюдь не случайно. Не случайно в наших уравнениях эти образования до поры до времени оказывалось возможным и целесообразным рассматривать как точечные. Атомистические понятия отображают, если можно так сказать, ступени, стадии самой материи, ее качественно отличные формы.

И молекула воды, и молекула девясила, о которых писал Лукреций, являются в полном смысле этого слова элементарными частицами, "атомами" этих веществ, свойства которых определяются свойствами этих молекул.

Атом водорода, а также атомы других элементов не случайно сохранили старое название. Термин "атом" потерял свою былую претензию, но как атом данного вещества полон глубокого смысла, поскольку он обозначает мельчайшую частицу именно данного элемента. Таким образом, закономерно и появление данной конкретной формы атомизма и естественно его отрицание при дальнейшем развитии науки, отрицание в области другой, качественно отличной от предыдущей формы материи.

Фактически история атомизма может вызвать в памяти длинный ряд его различных форм. Здесь есть и случайности, и своеобразные зигзаги развития.

Элементарные стихии древних сменились у Лукреция бесконечным числом разнообразных атомов, а затем во времена алхимии уступили место нескольким "элементам": сере, ртути... В последующее время научного естествознания число "элементов" возросло почти до ста.

В первой четверти этого столетия два элемента – электрон и протон, две, как стали говорить, "элементарные частицы" оказались серьезными претендентами на исключительную роль универсальных атомов вещества: казалось, все вещество сводится к структурным комбинациям этих двух частиц. Эта новая форма атомизма, как и все предыдущие, возникла с само собой разумеющейся претензией на абсолютный характер. Но уже мы являемся современниками своеобразного процесса быстрого "возрастания" числа "элементарных частиц": открыт нейтрон, позитрон, μ-мезоны обоих знаков, π-мезоны нейтральные и заряженные, еще ранее

---

[1] Несколько ранее Ферми пишет: «Что означает "элементарная частица"? Автор в затруднении ответить на этот вопрос. Термин "элементарная" скорее относится к уровню наших знаний» [4, с. 9].

– фотон, нейтрино, затем целое семейство так называемых гиперонов (Λ^0-частица, Σ^+- и Σ^--частицы), так называемые тяжелые мезоны (K-мезоны), открыт антипротон, анти-K-частицы.

В настоящее время можно насчитать уже несколько десятков "элементарных частиц". Возможно, что составление списка элементарных частиц еще не закончено... И теперь трудно отделаться от смутного ощущения того, что элементарных частиц стало как-то "слишком много".

Уроки истории таковы: идея "что-то состоит из чего-то" всегда оказывалась правильной. Идея же атома в смысле абсолютной элементарности вообще всегда оказывалась в конце концов ложной. С точки зрения исторических аналогий следовало бы ожидать на каком-то этапе нового "уменьшения" числа "элементарных" частиц, сведения их в широком смысле этого слова к каким-то новым, еще более элементарным сущностям. Будущее покажет, повторится ли этот исторический эпизод, или здесь возникнет в этом смысле совершенно новая ситуация.

Прежде чем обсуждать намечающиеся тенденции в современной физике элементарных частиц, целесообразно яснее очертить особенности современной формы атомизма – содержание понятия элементарной частицы в современной физике.

ПОНЯТИЕ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЧАСТИЦЫ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ

Итак, каково же фактическое содержание понятия элементарной частицы в современной физике и в чем состоят особенности современной формы атомизма?

В нашем представлении термин "частица" вызывает по-прежнему (как и много веков назад) образ маленького шарика, песчинки. Понятие элементарной частицы, которое используется в современной теоретической физике, – это нечто совсем иное, нечто чрезвычайно своеобразное. Содержание этого понятия легко раскрывается в понятии так называемого поля. Вернее, с педагогической точки зрения легко объяснить современное содержание понятия элементарной частицы, если вначале дано понятие поля. Если дано понятие поля, то дальше следует определение: элементарная частица – атом данного поля.

Только в этом случае слово "атом" современной физики заменяется словом "квант". Данная элементарная частица – это простейший элемент данного поля, или просто "квант данного поля". Здесь действительно по праву, т.е. в соответствии с терминологическим смыслом, можно употреблять и слово "атом".

Но, к сожалению, с той же педагогической точки зрения нелегко объяснить содержание понятия поля. Образно говоря, поля современной физики в известном смысле пришли на смену древним элементарным стихиям. Если древние считали фундаментальными сущностями четыре стихии: землю, воду, воздух и огонь, то современная физика пытается раскрыть все содержание реального мира как сложное взаимодействие различных полей: электромагнитного, мезонного, нуклонного, электронного и т.д.

Если разрешить себе дальнейшую литературную аналогию, то можно даже сказать, что и современная физика пытается свести все многообразные явления к четырем стихиям: 1) сильно взаимодействующие поля (ядерное, например, и т.д.);

2) электромагнитное поле; 3) слабо взаимодействующие поля (ψ-поле и т.д.); 4) гравитационное поле.

Если идти дальше по пути литературных аналогий и отождествить одну из них с какой-то стихией древних ("сильные взаимодействия" – "земля"?), то, может быть, аналогом электромагнитному полю следует считать "стихию воды", если для слабых взаимодействий резервировать "воздушную стихию". Для "стихии огня" остается также пока особняком стоящее в современной физике гравитационное поле. Для древних достаточно назвать стихии, чтобы стало "понятно", о чем идет речь.

Понятие электромагнитного поля как новой, более фундаментальной стихии, чем стихии древних, возникло в результате длительной научной и практической деятельности многих поколений. Продолжительное время мир электромагнитных явлений пытались свести, по существу, к древним стихиям. Мир электромагнитных явлений пытались объяснить как эффекты своеобразной среды, наделенной свойствами жидких, твердых и газообразных тел. В результате упорных неудач в этом направлении было понято, что, наоборот, электромагнитные явления, электромагнитное поле лежат в основе того, что связано с природой свойств тел твердых, жидких и газообразных.

Так на смену механистической картине мира пришла его электромагнитная "модель". На смену чисто механистическому, физическому мировоззрению появилось новое, более глубокое мировоззрение, связанное с электромагнитной картиной мира. Но сама эта вновь открытая "основа" мира (электромагнитное поле), более глубоко лежащая в свойствах вещей, не воспринимается как "стихия" нашими органами чувств непосредственно. Однако в результате длительного изучения найдена подробная характеристика электромагнитного поля.

В XIX и XX столетиях на своеобразном языке математики научились сжато характеризовать свойства электромагнитного поля и различных полей вообще. К сожалению, здесь нет возможности излагать на адекватном математическом языке все своеобразное содержание современных представлений о поле. На математическом языке современной физики свойства полей отображаются свойствами функций, удовлетворяющих, как правило, линейным дифференциальным уравнениям второго порядка, точнее, так называемому волновому уравнению.

Для полей, рассматриваемых в современной физике, как правило, характерна возможность представлять каждое из них в форме наложения (суперпозиции) плоских волн. Существенно новое, что внесла здесь физика нескольких последних десятилетий, заключается в том, что образ, например, плоской волны принял реальный смысл образа элемента, атома, или, как стали говорить, кванта поля. Этот реальный смысл данного образа как кванта поля, как его атома раскрывается во взаимодействии. В результате взаимодействия состояние данного поля меняется, оно либо обогащается, либо обедняется именно на целое число квантов. Поэтому выделение в этом смысле простейших элементов поля действительно не случайно: оно вызвано, как говорят, квантовой природой поля.

Квант поля несет энергию и импульс, которые связаны определенными соотношениями с длиной волны, частотой – этими необходимыми характеристиками образа плоской волны. Квант поля, иначе элементарная частица, содержит в своем

определении и строго количественную характеристику элемента (атома) данного поля. Именно: энергия кванта данного поля численно равна универсальной постоянной Планка, помноженной на частоту, характерную для рассматриваемой плоской волны данного поля. Эта универсальная количественная характеристика кванта любого поля – одна из своеобразных черт современной формы атомизма.

Следовательно, очень общая характеристика элементарной частицы в современной физике связана с ее способностью обладать определенными энергией и импульсом.

В истории физики квант поля впервые появился как квант электромагнитного поля. В дальнейшем частица света получила свое собственное имя – фотон. Хотя у света оказались в этом смысле корпускулярные свойства, все же известная к тому времени такая частица, как электрон, представлялась на первый взгляд больше частицей, чем квант электромагнитного поля. Частица света – фотон – с точки зрения интуитивных понятий о частице выглядела частицей в каком-то отношении "худшего", второго, что ли, сорта (нет покоящихся масс...).

Но с точки зрения квантовой теории поля, с той именно точки зрения, что кванту поля в качестве его самой общей характеристики присущи импульс и энергия, нет различия между фотоном и электроном: и фотон, и электрон – элементарные частицы. Электрону с данным импульсом и энергией однозначно соответствует образ плоской волны с определенной частотой и длиной волны. А совокупность (суперпозиция) этих плоских волн образует поле, в случае фотонов – фотонное или электромагнитное, а в случае электронов – электронно-позитронное.

В нашем изложении мы шли от поля к частице как кванту поля. Но можно, как легко заключить из предыдущего, идти и обратно: именно от понятия элементарной частицы к понятию поля. С этой точки зрения если дана частица в данном понимании этого слова, т.е. объект, несущий импульс и энергию, то ее всегда можно рассматривать как квант соответствующего поля. Так может быть построено α-частичное поле, дейтонное поле. Если, например, взять молекулу воды и рассматривать ее как частицу-квант, то можно построить соответствующее "водное поле". Это была бы современная формулировка понятия водной стихии древних.

Таким образом, квант поля является действительно атомом, мельчайшим элементом данного поля, который еще сохраняет его свойства, подобно тому как молекула воды является атомом воды, наиэлементарнейшим элементом, сохраняющим (определяющим) свойства воды.

Здесь настало время подчеркнуть, что квант поля может обладать сложной структурой, например, такой, как молекула воды, дейтон или α-частица, т.е. в этом смысле отнюдь не быть "действительно" элементарной частицей. В этом смысле у нас нет никакого критерия элементарности любой из существующих "элементарных частиц". Опять возникает несоответствие между буквальным терминологическим смыслом названия "элементарная частица" и его фактическим содержанием в современной физике.

Другими словами, на новом этапе, на новой основе вновь возникает вопрос о том, какие же поля являются элементарными, какие же "стихии" являются фундаментальными. Если бы даже в дальнейшем оказалось, что все так называемые элементарные частицы являются действительно не элементарными и сводятся к

какой-то более узкой группе или к каким-то другим, более фундаментальным сущностям, этот вопрос все-таки не имеет отношения к современному смыслу понятия элементарной частицы, к тому понятию, которое под этим несколько претенциозным названием введено в современную физику.

И еще раз целесообразно повторить, что в этом смысле у нас нет никакого критерия элементарности так называемых элементарных частиц.

Поля различаются между собой своими физическими свойствами, и физические различия полей определяют физические различия их квантов, т.е. элементарных частиц, и обратно. В современной таблице элементарных частиц перечисляются 32 частицы[2], каждая из них характеризуется своими особыми свойствами. Как эти особые свойства частиц, так и все, характерное для всех частиц, очень сжато, но тем не менее очень содержательно выражается в современной физике на своеобразном математическом языке.

Общим требованием для всех фундаментальных полей считается в настоящее время подчинение их законам теории относительности[3].

Требование инвариантности законов природы относительно преобразований Лоренца выбирает из всего многообразия возможных полей относительно узкий класс.

Различия полей на математическом языке формулируются в первую очередь как различия в так называемых трансформационных свойствах величин, характеризующих данные поля. Если некоторая функция, характеризующая данное поле и удовлетворяющая волновому уравнению, не меняет своего вида при переходе из одной движущейся системы координат в другую или, как говорят, является скаляром относительно лоренцевых преобразований, мы имеем поле с комплексом одних физических свойств. Если же соответствующая величина, характеризующая, например, электромагнитное поле (вернее, потенциал), преобразуется при переходе из одной движущейся системы в другую как четырехмерный вектор, то констатация только этого, казалось бы, бедного математического факта на самом деле в необычно сжатом виде характеризует в существенной части все богатства физических свойств данного поля. Здесь в лапидарной форме выражаются неисчислимые возможности своеобразного технического использования электромагнитного поля.

Действительно, если бы вместо векторного поля (электромагнитного) мы имели в своем распоряжении, например, поле скалярное, то промышленность, техника, соответствующая нашей электромеханике, была бы исключительно бедна или, во всяком случае, весьма своеобразна; так, соответствующие "токи" источников этого поля не могли бы создавать магнитного поля. Технические возможности использования такого поля во многом напоминали бы небогатые возможности электростатики.

Поля, ведущие себя при преобразовании координат как скалярные, псевдоскалярные, векторные, тензорные, спинорные величины, имеют своим квантом эле-

---

[2] В настоящее время список "элементарных частиц" значительно увеличился.

[3] Есть ряд элементарных частиц, о которых следовало бы вести разговор особо, – здесь имеются в виду такие элементарные частицы, как фононы ("квант звука") и др.

ментарные частицы со специфическими свойствами, которые, в частности, характеризуются так называемым спином (собственным механическим моментом) частицы и ее внутренней пространственной четностью[4]. Например, π-мезон оказывается квантом псевдоскалярного поля, откуда следует, что спин π-мезона равен нулю, а его внутренняя четность отрицательная (символ "–"). Фотон оказывается квантом векторного поля, спин фотона равен 1. Электрон является квантом электронного поля, его трансформационные свойства отображаются особыми математическими величинами, спинорами, характеризующими, в частности, полуцелый спин частицы, и т.д. Здесь уместно в описании свойств элементарных частиц отвести почетное место непрерывному процессу обогащения их все новыми и новыми, подчас очень неожиданными свойствами.

Полвека прошло с момента появления книги В.И. Ленина "Материализм и эмпириокритицизм". Научные события, которыми так богато оказалось это время, явились бы специально подобранными, одна другой ярче, иллюстрациями торжества ленинской идеи о неисчерпаемости свойств электрона и материи вообще.

Действительно, образ электрона за эти десятилетия усложнился с самых неожиданных сторон.

Вот краткая справка.

В 20-х годах было установлено, что электрон обладает спином.

Хотя спин значит буквально только собственный момент количества движения, на самом деле явления спина очень сложны, и о них можно написать очень многое.

Со спином электрона оказалась связана своеобразная статистика, которой подчиняются электроны, в отличие от статистики, которой подчиняются частицы с целочисленным спином.

Так называемый принцип Паули и своеобразная статистика, о которой идет речь, открыли совершенно новую область эффектов, связанных с этими свойствами электронов.

Открытие волновой природы электронов раскрыло совершенно новый, своеобразный мир явлений. В дальнейшем (30-е годы) стали известны двойник электрона – антиэлектрон (позитрон) и с ним ряд поистине фантастических возможностей, о которых никогда и не мечтали физики: рождение пары электрон–позитрон от фотона. Несколько позже появилась теория β-распада, согласно которой электрон в качестве специфического неэлектромагнитного заряда взаимодействует с нуклонами, μ-мезонами и другими частицами. Здесь речь идет о способности электрона участвовать в слабых взаимодействиях. Эти свойства электрона по своим многообразным проявлениям, может быть, значительно богаче его электромагнитных свойств.

Важно напомнить, что в результате этих взаимодействий электрон может на короткое время самопроизвольно превращаться, например, в μ-мезон и пару нейтрино или находиться в состоянии системы, состоящей из антипротона, нейтрона и нейтрино[5].

---

[4] Этим свойством характеризуется поведение волновой функции частицы при замене координат x на $-x$.

[5] Эта привычная для теоретика фраза носит несколько жаргонный характер, и точный смысл ее требует многих оговорок и уточнений.

В настоящее время речь идет о том, что электрону, по-видимому, придется придать еще одну специфическую характеристику – лептонный заряд. Здесь не место входить в детали многих других недавно "появившихся" свойств элементарных частиц, как изотопический спин и (неожиданное в научном лексиконе) "странность". Феерический каскад вновь и вновь открываемых свойств элементарных частиц трудно исчерпать не только в беглом обзоре, но и в обстоятельных монографических описаниях.

Возвращаясь к ленинской идее о неисчерпаемости электрона, можно резюмировать все сказанное выше такими словами: перед нами пример необычайно успешного методологического предвидения. Именно предвидения методологического, когда философ, не входя в специальные детали конкретной науки, которые являются прерогативой специалиста, находит чисто методологическое решение проблемы, лежащее в аспекте теории познания.

Итак, наши знания об объектах современной формы атомизма – элементарных частицах – постепенно усложняются, обогащаясь благодаря открытию все новых и новых их свойств. Они начинают выглядеть в некотором смысле очень похожими на атомы Лукреция по богатству разнообразных, по-своему, тех же "крючков", "зацепок" и другой своеобразной "арматуры", которой на наших глазах интенсивно обрастает образ элементарной частицы.

Хотелось бы обратить внимание еще на одну специфическую черту современного атомизма. Оказывается что утверждение о том, что "что-то" состоит из "чего-то", в ряде случаев потеряло свой первоначальный непосредственный смысл, вернее, нуждается в серьезном уточнении.

Утверждение, например, что атом водорода состоит из протона и электрона, строго говоря, уже неверно: здесь допущена ошибка, логически несколько похожая на ту, которая допускалась бы во фразе, что "дом построен из сосен". В процессе строительства сосны превращаются в бревна, сосны опиливаются, с них снимается стружка и т.д. Эта аналогия призвана образно подчеркнуть тот факт, что масса атома водорода строго уже не равна сумме масс протона и электрона, она несколько меньше: здесь при "подгонке" протона и электрона в систему атома водорода "снята стружка" с массы элементов этой конструкции, которая в виде излучения уносится в пространство. Поэтому электрон и протон в атоме водорода несколько отличаются от тех же свободных частиц. Для того чтобы разрушить атом водорода, необходимо вернуть "стружки" (дефект масс), т.е. подействовать на атом излучением, в результате поглощения которого атом водорода расщепится на протон и электрон прежней массы.

Когда образуются ядра атомов из протонов и нейтронов, то при соответствующей "подгонке" снимаются более солидные "стружки". Масса ядра атома оказывается значительно меньше суммы масс протонов и нейтронов, образующих ядро. Частицы, входящие в состав ядра, существенно меняют свои свойства. Так, свободный нейтрон распадается на протон и электрон со временем жизни около 10 мин. Нейтрон в ядре, как правило, теряет эту способность, становится устойчивым. Этому в какой-то мере случайному обстоятельству мы обязаны тем, что существуем, что вообще существуют элементы с атомной массой, большей, чем у водорода.

Для того чтобы расщепить, например, ядро легкого элемента, следует вернуть

потерянную массу его частицам. Это можно сделать с помощью бомбардировки ядер потоком частиц относительно большой энергии.

Обычное элементарное понятие "состоит" предполагает возможность проверки структурного состава системы с помощью воздействия, которое расщепляет ее на части, на структурные единицы, из которых она состоит. Подобная проверка сложности физических объектов, с которыми имеет дело современная физика, в частности тех же элементарных частиц, в ряде случаев потеряла свой непосредственный смысл. При сильных взаимодействиях реально возникают новые частицы, которые просто структурно не входят в состав исследуемых объектов.

Иногда высказывается мнение, что понятие "состоит" имеет смысл постольку, поскольку дефект масс при образовании системы существенно меньше масс частиц, из которых эта система образована. Собственно говоря, уже в этом определении потеряна первоначальная чистота понятия "состоит", пример нейтрона – довольно яркая тому иллюстрация.

С другой стороны, это определение еще слишком модельно: сюда не подходит, например, интересная идея о том, что π-мезон состоит из нуклона и антинуклона, потому что масса π-мезона примерно в 10 раз меньше масс частиц, его составляющих. И с более общей точки зрения нельзя запретить такую идею, но это бы значило, что свойства нуклонов в этой системе радикальным образом отличаются от свободных.

Термин "состоит" находит здесь свой конкретный смысл в том, что π-мезонное поле сводится к нуклонному, которое более элементарно, и что достаточно исходить из нуклонного поля как элементарной стихии, чтобы как своеобразное состояние этого поля получить поле π-мезонное. В связи с последними замечаниями можно сказать, что уже появляются тенденции к радикальному пересмотру современного атомизма.

Все сильнее и сильнее начинают проявляться тенденции рассматривать частицы Бозе (π-мезон, K-мезон, фотон), т.е. частицы с целочисленным спином, как сложные образования из частиц с полуцелым спином: π-мезон как своеобразную комбинацию нуклона и антинуклона, K-мезон как комбинацию гиперона и антинуклона и т.д.

Надо заметить, что механистическая концепция атомизма, предполагающая, будто части целого – это что-то более "мелкое" по своим количественным и более "бедное" по своим качественным характеристикам сравнительно с самим целым, теряет свое содержание в современной форме атомизма.

Если атом водорода действительно состоит из протона и электрона и каждая из этих частиц по массе меньше, чем масса атома водорода, то в пространственном отношении даже это утверждение не совсем точно. В то время как электромагнитное поле свободного электрона простирается далеко (строго говоря, бесконечно), лишь относительно медленно по интенсивности падая с расстоянием, атом водорода просто электрически нейтрален. Массы нуклона и антинуклона, образующие π-мезон (если эта гипотеза правильна), примерно в 6 раз больше, чем масса π-мезона.

Пожалуй, вместо слова "состоит" в согласии с тенденциями в современном атомизме целесообразно употреблять другой термин – "образован".

Наконец, для того чтобы ярче подчеркнуть наиболее своеобразную черту

современной формы атомизма, напомним словами Ньютона содержание атомистического идеала прошлых лет. Слова эти лишены обычной ньютоновской сухости и звучат временами патетически.

"Мне представляется, – писал Ньютон, – что Бог с самого начала сотворил вещество в виде твердых, весомых, непроницаемых подвижных частиц и что этим частицам он придал такие размеры, и такую форму, и такие другие свойства и создал их в таких относительных количествах, как ему нужно было для той цели, для которой он их сотворил.

Эти первичные частицы абсолютно тверды: они неизмеримо более тверды, чем тела, которые из них состоят, настолько тверды, что они никогда не изнашиваются, не разбиваются вдребезги, так как нет такой силы, которая могла бы разделить на части то, что сам Бог создал нераздельным и целым в первый день творения.

Именно потому, что сами частицы остаются целыми и неизменными, они могут образовать тела, обладающие той же самой природой и тем же строением во веки веков; ведь если бы частицы изнашивались или разбивались на части, то зависящая от них природа вещей изменялась бы.

Вода и земля, составленные из старых, изношенных частиц и осколков, отличались бы по строению и свойствам от воды и земли, построенных из еще целых частиц в начале творения.

Поэтому для того, чтобы природа могла быть долговечной, все изменения тел природы могут заключаться лишь в перемене расположения, в образовании новых комбинаций и в движении этих вечных частиц" [3, с. 311]. "Даже когда Солнечная система распадется, на ее развалинах возникнут другие миры, атомы, из которых она состоит, останутся целыми и неизношенными".

Последнюю фразу легко принять за продолжение той же цитаты из Ньютона, но этот абзац дописал Максвелл двести с лишним лет спустя.

Столько веков спустя Максвелл просто повторяет мнение древних о существовании в природе неделимых частиц – "атомов".

"При мысленном делении вещества, следовательно, мы должны в воображении дойти до атома, который, как буквально значит это слово, не может быть разделен пополам, – такова атомистическая картина Демокрита, Эпикура и Лукреция, я могу прибавить, и вашего лектора" (речь, произнесенная на съезде Британской ассоциации в Бердфорде [2]).

И все не так в современной форме атомизма! Возможность рождения и исчезновения элементарных частиц, вернее, взаимная превращаемость элементарных частиц – это в отличие от прежнего (условно скажем, ньютоновского) атомизма совершенно новая и фундаментальная черта атомизма современного.

Элементарные частицы могут, как говорят физики, излучаться и поглощаться.

Фотон рождается при торможении электрического заряда в поле кулоновского центра, π-мезоны рождаются при столкновении нуклонов. Фотоны, падая на протон, могут образовать пару – электрон и позитрон и т.д.

Многие из элементарных частиц самопроизвольно превращаются в другие частицы. Этот процесс носит название распада, но его, конечно, нельзя понимать как просто распад системы на ее основные части. Перед нами в полном смысле этого слова превращение одних частиц в другие, где новые частицы не были

простыми структурными единицами, частями старой, а рождаются заново. Так, π-мезон превращается в два фотона, K-мезон превращается в μ-мезон и нейтрино или в электрон и нейтрино, μ-мезон превращается в электрон и два нейтрино, Λ^0-частица превращается в протон и π^--мезон и т.д.

Эта новая черта атомизма ведет к взаимной обусловленности свойств элементарных частиц, которая в последние годы проявляется все резче и резче. Если в ньютоновском атомизме роль атома – извечно существовать в данном виде и лишь менять свое место во Вселенной, то в современных представлениях существование данной элементарной частицы – это лишь момент бесконечных превращений в шкале больших, вселенских времен.

В ньютоновском атомизме атомы чужды друг другу и никакие свойства данного атома не определяются свойствами других атомов. Современный атомизм придерживается совершенно других воззрений. Действительно, протон и нейтрон, например, взаимодействуют друг с другом через так называемые ядерные силы. Другими словами, вокруг протона и нейтрона имеется ядерное поле сил. В настоящее время установлено, что заряженные и нейтральные π-мезоны являются квантами этого ядерного поля. С корпускулярной точки зрения ядерное поле состоит из π-мезонов. Такое поле можно себе наглядно представить в виде "облака" π-мезонов, окружающего протоны и нейтроны. Однако это мезонное "облако" настолько определяет свойства протона и нейтрона, что мезоны в известном смысле почти структурно входят в протон и нейтрон, поэтому в этом смысле содержание понятия протона становится неотделимым от содержания понятия π-мезона. Поэтому π-мезоны "ответственны" за ядерные силы, действующие между протонами и нейтронами. Массой π-мезона определяется радиус действия этих сил. Токи мезонного "облака" вокруг протона и нейтрона определяют, по-видимому, магнитные моменты этих частиц.

С другой стороны, например, нейтральный π^0-мезон, обладая большой кинетической энергией, мог бы, по современным представлениям, в подходящих условиях превратиться в протон и антипротон. Эта возможность для π-мезонов превратиться в пару нуклонов должна определять вокруг π-мезонов особое поле сил, квантами которого являются нуклоны. По современным представлениям, π-мезоны через это нуклонное поле должны взаимодействовать друг с другом, т.е. нуклоны (протоны, нейтроны и их античастицы), в свою очередь, определяют ряд существенных свойств π-мезонов.

Свободный нейтрон, излучая электрон и нейтрино, превращается в протон. Следовательно, наряду с другими полями вокруг нуклона образуется так называемое $e\nu$-поле, квантами которого являются электроны и нейтрино. Другими словами, электронно-нейтринное поле также вносит свою долю в физические свойства протона и нейтрона.

Так как Λ^0-частица, взаимодействуя с π-мезоном, может превращаться в протон, то протон может пребывать в состоянии системы, состоящей из π^+-мезона и Λ^0-гиперона, это значит, что вокруг протона существует π-мезонное и Λ^0-гиперонное "облако" и т.д.

Для того чтобы написать в красках всю сложную картину полей в структуре протона, отображая определенным цветом "облака" тех или иных элементарных частиц, потребовалась бы палитра художника. Ведь каждая из частиц потребовала

бы для изображения своего "облака" одного какого-то неповторимого оттенка. Каждая из элементарных частиц вносит свою лепту в то, что называется протоном.

Может быть, самое удивительное в этой своеобразной ситуации то, что для подобного изображения образа каждой из элементарных частиц потребовалась бы та же самая полная палитра красок. Вокруг электрона, например, мы должны нарисовать поле световых квантов (пусть зеленое...), но каждый световой квант может произвести электронно-позитронную пару (пусть желтое...), но электронное поле способно вызвать нуклонно-антинуклонно-нейтринное поле (пусть красное... и серое...), но нуклонное поле, в свою очередь, связано, как мы видели, со всеми оттенками красок... Круг замыкается. В конкретный образ одной данной элементарной частицы вносят в той или иной мере свой вклад все другие элементарные частицы. Иначе говоря, частицы, которые мы называем элементарными, вообще говоря, обладают очень своеобразной и сложной структурой.

К сожалению, однако, современная теория элементарных частиц не в состоянии дать количественную характеристику этих структур. Для количественного вклада каждого из рассматриваемых полей, например, в массу данной элементарной частицы современная теория фатальным образом дает бесконечно большое численное значение, и это не зависит от вида рассматриваемого поля.

Другими словами, в настоящее время у нас нет подлинной теории элементарных частиц, или, говоря осторожнее, на основании существующей теории мы не в состоянии вычислить массы и различные специфические заряды элементарных частиц.

Хотелось бы добавить одно очень существенное замечание к общей характеристике элементарных частиц как квантов поля. Но, к сожалению, его трудно сделать в популярном виде достаточно квалифицированным образом.

В тексте речь идет о выявлении элементов поля путем разложения его по системе плоских волн, о так называемом квантовании по плоским волнам.

Как известно, функции поля можно разлагать не только по плоским волнам, но, например, по волнам сферическим. И вообще, как говорят физики, по любой системе фундаментальных функций. Поэтому за элементарный образ поля можно взять не только плоскую волну, а, скажем, функцию из любой полной системы фундаментальных функций.

Выделенные таким образом другие кванты поля характеризуются не импульсом и энергией, а другими точно заданными механическими характеристиками (например, моментом количества движения). Но общим для всех форм квантов является своеобразный атомизм, проявляющийся в дискретных значениях некоторых механических переменных (момент количества движения может принимать лишь целые и полуцелочисленные значения постоянной Планка и т.д.).

В результате этих замечаний можно было бы дать более общую характеристику кванта поля, чем это дано в тексте. Именно: элементарный образ поля, его квант, может быть связан с любой эквивалентной системой механических переменных или, пользуясь точным языком, понятным более узкому кругу специалистов, с любым полным набором собственных значений системы коммутирующих операторов.

Особо следует подчеркнуть, что обсуждаемые различные "виды" квантов данного поля обладают одними и теми же характеристиками в отношении многих

величин, таких, например, как масса частиц, электрический заряд, изотопический спин и т.д.

Тем не менее в тексте дана в некотором смысле исчерпывающая характеристика атомистической структуры поля, она заключается в том, что из любого поля можно выделить элемент поля, обладающий указанными квантовыми свойствами. Более того, любой квант любой другой, образно говоря, формы может быть представлен как сложная суперпозиция элементарных образов поля, связанных именно с плоскими волнами.

Правда, то же самое можно сказать и о любом другом способе выделения элементарных образов поля.

С математической точки зрения различные приемы квантования поля, различные способы выделения элементарного образа поля равноправны.

В реальных физических условиях может выделяться именно данная форма элементарного поля, данный вид его кванта. Квант поля возникает в результате элементарного акта излучения. Поэтому та форма, в которой возникает элемент данного поля, зависит от физических свойств излучающей системы.

Квант поля может возникать как элементарный образ, связанный, например, со сферической волной, в которой реализуется ($l = 1$), ($l = 2$) или какое-либо другое состояние.

Квант поля исчезает в результате поглощения его каким-либо поглотителем, и в элементарном акте поглощения может поглощаться квант в другой специфической форме, на которую физически "настроена" поглощающая система.

Реально может случиться так, что излучающая система излучает поток квантов одной формы, а поглощающая система, играя роль анализатора, поглощает в элементарном акте поглощения квант другой формы, видоизменяя тем самым падающее на поглотитель излучение.

Существует много примеров подобных физических ситуаций.

Пучок света, излученный какой-то системой в форме квантов, поляризованных по кругу, падает на пластинку, которая пропускает только свет, линейно поляризованный. Пучок света, поляризованный по кругу, можно разложить на два пучка света, линейно поляризованных в перпендикулярных друг другу направлениях.

При выходе из пластинки свет оказывается линейно поляризованным, т.е. состоящим из линейно поляризованных квантов.

Но линейно поляризованный пучок света можно представлять как суперпозицию двух пучков, противоположным образом поляризованных по кругу, это значит, что, поглотив подходящим веществом один из этих пучков, можно вернуться к пучку света, поляризованному по кругу; цикл опытов замыкается, и опыт можно повторять сначала.

Крайне интересный пример в этом отношении представляют собой так называемые θ^0-частицы.

θ^0-частицы обладают поразительным свойством переходить со временем в свою античастицу ($\tilde{\theta}^0$).

θ^0-частица, рожденная в элементарном акте излучения в образе кванта θ^0-поля, оказывается затем смесью состояний θ_1^0- и θ_2^0-частиц. Одни из них, именно θ_1^0,

распадаясь за время 10^{-10} с, быстро вымирают, оставляя пучок долгоживущих θ_2^0-частиц. θ_2^0-поле, являясь своеобразной суперпозицией θ^0- и $\tilde{\theta}^0$-полей, может быть подвергнуто влиянию вещества, поглощающего $\tilde{\theta}^0$-поле и таким образом реально преобразующего пучок θ_2^0-частиц в пучок квантов со свойствами первичных θ^0-частиц. Круг преобразований замыкается, и можно повторять снова операцию выделения θ_1^0- и θ_2^0-частиц.

Этот эксперимент недавно осуществлен, и он по-своему является одним из самых красивых экспериментов физики последних лет.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лукреций К.Т.* О природе вещей. М., 1946.
2. *Максвелл Дж.К.* Речи и статьи. М.; Л., 1940.
3. *Ньютон И.* Оптика. М.; Л., 1940.
4. *Ферми Э.* Лекции по атомной физике. М., 1952.
5. *Эйлер Л.* О различных физических и философских материях. Ч. 2. Л., 1972.

О СОВРЕМЕННОЙ ФОРМЕ АТОМИЗМА

(о будущей теории элементарных частиц)*

Если бы в наше время Эйлер писал какой-то современный вариант своих "Писем к немецкой принцессе", то место дискуссий о делимости заняли бы обсуждения характера будущей теории. И если бы Академия наук учредила премию, подобную той, о которой писал Эйлер, но на тему о возможном характере будущей теории, то общественное научное мнение, вероятно, с тем же успехом присудило бы ее какому-то современному г. Юсти. Надо заметить, что обсуждения конкретных аспектов будущей теории, сам характер дискуссий, тенденции научного общественного мнения представляют несомненный интерес.

Важно подчеркнуть и некоторый неясно выраженный, почти подсознательный "подтекст" многих дискуссий о "будущей теории", притом не "будущей теории" элементарных частиц, а просто теории.

Имеется своего рода логическое основание для подобного упрощения фразы: создать "настоящую" теорию элементарных частиц, из которой могли бы быть выведены все массы частиц, специфические константы взаимодействия, значило бы создать исчерпывающую теорию материи. Это значило бы, что найдена "Теория Мира", что просто найдена "Теория".

Легко напомнить, что перед нами отнюдь не оригинальная, отнюдь не новая дерзкая претензия человеческого разума, а, в сущности, очень слабое подражание великим историческим примерам.

---

* Вопр. философии. 1960. № 4. С. 125–135.

Единственная основа для подобных "дерзких" суждений – это всегда в действительности узкий научный горизонт эпохи.

Так, во времена Ньютона и еще много позже было естественно полагать, что именно (как одно время говорили) в "Рациональной механике" содержится "Теория Мира". Нужен только всеобъемлющий ум ("ум Лапласа"), чтобы вывести все следствия из начальных условий, согласно законам механики определить все события и их течение.

Возникшие затем "недоразумения" были исправлены теорией Максвелла, и уже в конце прошлого столетия, по свидетельству Р. Миликена, представлялось, что все великие открытия в физике уже сделаны и что дальнейший прогресс будет состоять не в открытии качественно новых явлений, а скорее в более точном количественном измерении уже известных явлений.

Это господствующее общественное мнение формулируется учителем М. Планка Филиппом Жолли несколько более образно, но, по сути дела, теми же словами: "Конечно, в том или ином уголке можно еще заметить или удалить пылинку, но система как целое стоит прочно, и теоретическая физика заметно приближается к той степени совершенства, каким уже столетия обладает геометрия [5, с. 15–16].

Утверждение, что "все великие открытия в физике уже сделаны", и дифирамбы Ф. Жолли исключительному "совершенству" современной ему теоретической физики в методологическом отношении – то же самое, что и "несомненно", звучавшее в стихах Лукреция.

И как будто нарочитой шуткой явилось то, что именно своеобразное "несовершенство" геометрии (неоднозначность геометрий) несколько десятилетий спустя привело к созданию общей теории относительности.

Как исторический анекдот воспринимаются теперь слова "все великие физические открытия уже сделаны", произнесенные лишь за десятки лет перед такими открытиями, как специальная теория относительности и квантовая механика.

Вскоре после создания специальной и общей теории относительности наступила эра научного освоения новой теоретической системы, широта и глубина успехов которой, естественно, породили опять те же надежды на абсолютную универсальность теории. Давид Гильберт в своих "Основах физики" на новом этапе так повторяет своих предшественников: "Мы видим, что не только наши представления о пространстве, времени и движении меняются коренным образом по теории Эйнштейна, но я убежден также, *что основные уравнения ее дадут возможность проникнуть в самые сокровенные процессы, происходящие внутри атома,* и, что особенно важно, станет осуществимым привести все физические постоянные к математическим константам, а это, в свою очередь, показывает, что приближается принципиальная возможность сделать из физики науку такого рода, как геометрия..."[1] (курсив мой. – *М.М.*).

Гильбертовское "я убежден" – это все то же лукрециевское "несомненно"...

[1] Через некоторое время, довольно, впрочем, короткое, когда Гильберту стала ясной ошибочность этой концепции (в связи с появлением квантовой механики), сам Гильберт вычеркнул процитированные нами строчки из собраний своих сочинений (см. [6, с. 259]).

Природа "обманула" математика. Природа оказалась намного богаче теории Эйнштейна и фантастичнее фантазии Гильберта. Совсем не теория относительности, а новая, вначале нерелятивистская, квантовая механика помогла раскрыть своеобразные закономерности, господствующие внутри атомов. Немногим позже возникло стройное здание квантовой теории, которая по глубине новых идей, по богатству их, по масштабу грандиозного скачка в познании мира стоит рядом с теорией относительности [7].

Любопытно, что каждая вновь появляющаяся теория претендует на универсальную применимость. Здесь имеются в виду такие значительные этапы развития физической теории, как ньютоновская механика, максвелловская теория электромагнетизма, теория относительности Эйнштейна и, наконец, квантовая механика. Для современников господства одной из этих теорий подобная претензия всегда была убедительной. И во многих из нас живет потенциальная уверенность, что в "конце концов" такая универсальная теория должна возникнуть.

Пока эта уверенность основана, в сущности, на недоразумениях, точнее, на далеких экстраполяциях известных исторических ситуаций, которые могут рассматриваться в качестве своеобразных образцов или "примерок" для таких универсальных теорий. Ведь "чуть-чуть" – и механика Ньютона осуществила бы свою претензию на значение такой всеобъемлющей теории. То же самое можно было бы сказать о теории относительности и квантовой механике. Именно подобная "примерка" в свое время подвела Канта, который пытался доказать априорную справедливость как евклидовой геометрии, так и механики Ньютона.

Всеобъемлющая универсальная теория и абсолютный атомизм, эти в идейном отношении родственные концепции, всегда представляли и будут представлять собой манящую цель научного прогресса. В этом проявляется одна из черт противоречивости процесса познания. Можно полагать, что "всеобъемлющая" теория предстанет асимптотическим пределом бесконечного процесса совершенствования науки.

Но тем не менее вряд ли мы допустим ошибку, если скажем, что и ближайший обобщающий этап в развитии физики возникнет как всякая подобная обобщающая теория с претензией на безграничное применение. Молодые "преуспевающие" теории необычайно агрессивны.

Последние замечания справедливы с одним, может быть, существенным ограничением. Длительное господство ньютоновской механики, например, и длительная претензия этой теории на безграничную применимость явились лишь результатом относительно медленного развития экспериментальной физики в связи с относительно медленным развитием в ту эпоху техники вообще. Если на более раннем этапе возникли бы открытия эффектов теории относительности и квантовой механики, то картина развития теории была бы очень пестрой. Весь процесс развития теории не делился бы в нашем сознании на законченные исторические этапы (классическая механика, релятивистская теория и т.д.), которые служат сейчас моделями для воображаемой "Абсолютной Теории Мира".

Может быть, теперь с колоссально широким фронтом физических исследований и колоссальными экспериментальными возможностями настолько убыстрился или убыстрится поток новых открытий, что в каждый данный момент теории будут

покрывать лишь часть открываемого нового. И может быть, в последующем, необычайно динамичном развитии науки не будет, как в прошлом, ясно выраженных отдельных статических моментов. Хотя современники всегда склонны преувеличивать темпы развития науки, все же современным Пифагорам жертвенного рогатого скота потребовалось бы значительно больше, чем даже во времена Ломоносова[2].

Подходя к вопросу о будущей теории более конкретно и прозаически, можно сказать, что речь идет, в сущности, об одной очень широкой, но конкретной задаче – о построении теории тех элементарных частиц, список которых установлен в настоящее время экспериментаторами.

В данный момент нельзя сказать, будет ли связана эта задача и первые этапы ее решения с появлением принципиально новых физических идей, или очередные задачи теории элементарных частиц даже при значительном продвижении в решении их не потребуют серьезных изменений в наших современных представлениях. Нелишне напомнить, что, в сущности, на глазах одного поколения, на протяжении одной человеческой жизни возникшие в физике трудности дважды решались фундаментальным изменением теории (теория относительности и квантовая механика).

Старшее поколение физиков-теоретиков в известном смысле "развращено" привычкой преодолевать возникшие трудности за счет фундаментальных изменений теории, и здесь чаще можно услышать именно высказывания радикального характера.

Более молодое поколение физиков деловито и небезуспешно расширяет область применимости современной теории. И теория действительно часто оказывается "не так уж плоха". В целом же ситуация, конечно, куда сложнее, многостороннее и не укладывается в рамки упрощенных суждений. Здесь можно привести целый "спектр" прогнозов и самые различные тенденции научного общественного мнения.

Согласно самому крайнему мнению, число сторонников которого становится все меньше и меньше, поиски какой-то будущей теории элементарных частиц вообще излишни: современная теория и есть будущая теория, следует только найти адекватные математические методы решения ее основных уравнений. Отнюдь нельзя сказать, что подобные точки зрения на современную теорию абсурдны. Дело в том, что системы уравнений существующей теории решаются приближенно, да и то с существенными оговорками, в детали которых здесь входить не имеет смысла.

Следует заметить, что в тех случаях, когда удается найти малый параметр и какие-то величины, с надежной точностью характеризующие наблюдаемый эффект (будь то электродинамика или даже мезодинамика), результаты вычисления удивительным образом согласуются с экспериментальными данными. Более того, в

---

[2] "Пифагор за изобретение одного геометрического правила Зевесу принес в жертву сто волов. Но ежели бы за найденные в нынешние времена от остроумных математиков правила по суеверной его ревнивости поступить, то бы едва в целом свете столько рогатого скота сыскалось. Словом, в новейшие времена науки столь возросли, что не только за тысячу, но и за сто лет жившие едва ли могли того надеяться" [3, с. 424].

настоящее время нет ни одного экспериментального факта, который указывал бы на несправедливость современной теории.

Две противоположные тенденции характеризуют развитие современной теории: с одной стороны, постепенно раскрывается, что современная теория обладает все большей и большей областью применимости, чем это предполагалось раньше[3]. С другой стороны, утверждение, что "современная теория элементарных частиц неудовлетворительна", имеет сегодня довольно широкое хождение. Недовольство современной теорией охватывает все больший и больший круг теоретиков.

Но так как нет физически измеримых эффектов, которые бы вступали в непосредственное противоречие с теорией, то это недовольство часто носит скорее характер своеобразного "брюзжания".

Последние замечания могли породить сомнения в серьезности и обоснованности развивающегося недовольства современной теорией элементарных частиц, но на самом деле ситуация значительно сложнее, и эти сомнения могли возникнуть лишь в результате того "благочестивого обмана", который в целях краткости изложения был допущен на предыдущих страницах. Во фразе "в тех случаях, когда удается вычислить какие-либо величины" остались, например, нерасшифрованными слова "удается вычислить".

К сожалению, "удается" здесь значит, строго говоря, "не удается", ибо в ряде случаев удается получить результат только в виде бессмысленного, бесконечно большого численного значения и требуется своеобразное искусство жонглера бесконечностями, чтобы выделить из них малую конечную величину, имеющую отношение к реальному эффекту. Одно время казалось, что техника жонглирования бесконечностями достигает уровня рациональной дисциплины (так называемая перенормировочная техника), но в дальнейшем возникшие новые трудности охладили симпатии к этой беспрецедентно искусственной рецептуре обращения с математическим аппаратом теории[4].

Но и здесь сторонников современной теории можно понять, если напомнить

---

[3] В первом издании книги Гайтлера "Теория излучения" можно прочесть, например, следующее: "Важно, что при больших энергиях $E > 137\, m_0c^2$ теория не согласуется с экспериментом, давая слишком большие потери на излучение". Однако в дальнейшем выяснилось, что в данном случае упрек был не по адресу: в космических лучах оказались частицы более тяжелой собственной массы, чем электроны, которые поэтому меньше теряют на излучение.

Серьезные сомнения в теории Дирака возникали, когда обнаруживалось, что $2S^{1/2}$-уровень в атоме водорода смещен по сравнению с ранее вычисленными. Но дальнейшее уточнение поправок привело к блестящему совпадению с экспериментом.

[4] В тексте допущена излишне категоричная характеристика перенормировочной процедуры. Если бы эта процедура имела решающий успех, математики нашли бы способ обосновать математическую законность подобных операций, и в этом направлении уже много сделано. Математика оказывается в общем очень "покладистой" наукой.

Но дело в том, что, во-первых, не все поля допускают процедуру перенормировки, например четырехфермионные взаимодействия, которые, возможно, играют фундаментальную роль в природе (β-распад). Во-вторых, есть известные основания полагать, что последовательное применение этой процедуры исключает взаимодействие, т.е. заряды в такой теории рассматриваются в конечном счете как равные нулю.

своеобразные черты этой длительной и ставшей по-своему привычной ситуации с бесконечностями.

Проблема бесконечностей возникла вместе с современной теорией. Теоретики имели обычай с самого начала почтительно называть ее "фундаментальной", но все это носило характер какой-то официальной почтительности, которой следует придерживаться по большим теоретическим праздникам. В длительные теоретические будни эти бесконечные выражения рассматривались как досадное недоразумение, и их просто игнорировали в практических приложениях теории.

Практически эти бесконечности долгое время удивительным образом ничему не мешали. Как ни парадоксально, но это факт, что фундаментальные трудности, возникшие с самого начала создания современной теории, совсем не мешали ее удивительным успехам на протяжении более чем четверти столетия.

В дальнейшем, когда понадобилось (в частности, в электродинамике) учитывать и более высокие приближения теории, в ряде случаев стали игнорировать эти бесконечности, может быть, только более вежливым и более деликатным образом (перенормировочная техника).

В этом аспекте очень естественно, что задача удаления бесконечностей из теории долгое время выглядела как идея своеобразной косметической операции, приводившей только в приличный вид математический аппарат теории. Здесь верилось (и отчасти верится), что трудности с бесконечностями будут "как-то" решены на чисто математическом пути. И может быть, даже это решение несущественно изменит или вообще не изменит конечных результатов, даваемых современной теорией.

Но надо сказать, что в данный момент это "как-то" не имеет конкретного содержания. Нельзя указать даже на слабые тенденции, которые представляли бы интерес для обсуждения.

Психологию сторонников современной теории можно понять и как отражение своеобразной инерции длительной теоретической ситуации. Из этого инерционного состояния могли бы вывести либо явное противоречие теории с опытными данными (которого пока нет), либо яркий успех новой теоретической концепции (которая пока не предложена).

Представители другого течения в научном общественном мнении рассматривают современную теорию как крайне неудовлетворительную. С их точки зрения, современная теория не является теорией элементарных частиц, так как она не отвечает на вопрос, почему существует именно данный набор частиц с данными значениями масс и других характеристик. Современная теория рассматривается как теория взаимодействия частиц с наперед заданными свойствами.

Таким образом, глубокое недовольство современной теорией связано пока с обсуждением внутренней структуры самой теории. Здесь, с одной стороны, сильно акцентируется внутреннее несовершенство теории (бесконечности), а с другой стороны, высказывается уверенность (гипотеза?) в том, что обязательно должна существовать теория, которая давала бы спектр масс частиц, трансформационные свойства соответствующих полей и значения различных констант взаимодействия.

Как ни увлекательны перспективы подобной теории, но стимулирующие моменты этой программы лежат все-таки в основном пока в сфере логической[5].

В ней нет той действенной необходимости решения проблемы, которая создается в ситуациях, где налицо кричащее расхождение между теорией и экспериментом в поведении предсказуемого эффекта.

Но здесь же уместно подчеркнуть, что с точки зрения общей программы будущей теории элементарных частиц следует ожидать на каком-то этапе и явных противоречий между существующей теорией и экспериментом, т.е. должны существовать пределы применимости современной теории. В этом можно видеть эвристическое значение данных концепций. Есть известные основания полагать, что современный эксперимент еще не вошел в эту новую критическую область.

Фундаментальным для ряда концепций оказывается предположение, что будущая теория должна содержать некоторую характерную константу размерности длины (l-константа). В различных теоретических схемах эта гипотетическая длина возникает своим, своеобразным образом, но ее грубый наглядный смысл пока всегда связан с размерами элементарных частиц. Эту константу можно поставить в ряд с другими мировыми константами, определившими в свое время целые этапы в развитии теорий, такими, как c – скорость света (теория относительности), постоянная Планка $\hbar$ (квантовая теория). Константа l символизирует будущую теорию, которая при $l = 0$ должна переходить в современную теорию, как квантовая теория переходит в классическую при $\hbar \to 0$ или теория относительности переходит в ньютоновскую при $c \to \infty$.

С этой точки зрения отклонения от современной теории возникнут в эффектах столкновений частиц тогда, когда параметр столкновения окажется сравнимым с размерами этой критической длины.

Как известно, существует ряд длин, которые можно построить из мировых констант:

$$\hbar / m_e c \sim 10^{-11} \text{ см}; \; e^2 / m_e c^2 \sim 2{,}8 \cdot 10^{-13} \text{ см}; \; \hbar / m_\pi c \sim 1{,}4 \cdot 10^{-13} \text{ см};$$

$$\hbar / m_n c \sim 2 \cdot 10^{-14} \text{ см}; \; \sqrt{G_\beta / \hbar c} \sim 6 \cdot 10^{-17} \text{ см}; \; \sqrt{\hbar \varkappa / c^3} \sim 10^{-33} \text{ см},$$

где G_β – константа слабых, $\varkappa$ – константа гравитационных взаимодействий.

С каждой из этих длин связаны свои научные чаяния; одна из них могла бы оказаться той критической длиной, которой ограничивалась бы применимость современной теории. Конечно, критическая длина в будущей теории может

[5] В истории физики известны случаи, когда новая теория появлялась не в результате конфликта старой теории с экспериментом. Достаточно указать, например, на историю возникновения общей теории относительности.

Создание общей теории относительности не было вызвано кричащим расхождением старой теории с экспериментом. Она возникла в результате осмысления и упорядочения уже известных экспериментальных данных. В этом плане все попытки упорядочить системы элементарных частиц совершенно законны и в принципе могли бы быть успешными. Можно лишь констатировать, что этого пока не случилось.

численно не совпадать ни с одной из этих длин. Приведенные длины являются, в сущности, своего рода масштабами, с которыми имеют дело современные теория и эксперимент.

Комбинация констант, известная под названием "классического радиуса" электрона, давно дискредитирована теоретически (на основании теории Дирака) как возможная критическая длина. Опытами по рассеянию электронов на протонах этот рубеж пройден экспериментально (опять-таки без каких-либо указаний на отклонение от существующей теории).

Этими же опытами пройден без сюрпризов и следующий рубеж длин ($\hbar / m_\pi c \sim$ $\sim 1{,}4 \cdot 10^{-13}$ см). Особый интерес с обсуждаемой точки зрения представляет собой нуклонная[6] длина ($\hbar / m_n c \sim 2 \cdot 10^{-14}$ см). Пожалуй, в данный момент[7] именно эту длину следует считать самым серьезным претендентом на роль фундаментального параметра будущей теории[8].

Надо сказать, что если в будущем окажется, что в природе действительно имеется универсальная длина, ограничивающая взаимодействие полей, то соответствующая теория будет радикально отлична от существующей. В этом утверждении имеется в виду только то обстоятельство, что в рамках идей обычной теории вряд ли можно ограничиться одной длиной для обрезания всех расходящихся интегралов. Если нуклонная или близкая к ней длина может дать разумные оценки соответствующих величин для сильных взаимодействий, то все известные взаимодействия электрона (например, с другими полями при обрезании на длине порядка нуклонной длины) способны дать лишь ничтожно малый вклад в массу электрона.

Рубеж обрывающих длин, представляющих интерес для получения экспериментального значения электронной массы, лежит в области длин, характерных для слабого взаимодействия: $l = 6 \cdot 10^{-17}$ см (взаимодействие вида $\mu \to e + \nu + \nu^1$).

С этой точки зрения особый интерес представляет как проверка электродинамики (например, рассеяние электрона на электроне) при параметрах удара порядка нуклонных длин, так и поведение слабых лептонных взаимодействий ($\mu\nu$) ($e\nu$) в области своих характерных длин.

В настоящее время[9] эксперимент только начинает проходить рубеж нуклонных длин в электродинамике. Понятно, с каким нетерпением научная общественность ожидает результатов этих исследований. Здесь уместно подчеркнуть, что удивительное и многостороннее согласие результатов теоретических расчетов с экспериментальными в свете последних замечаний теряет свое гипнотизирующее действие.

Это согласие оказывается просто тривиальным, ибо более внимательное рассмотрение показывает, что все эффекты, о которых идет речь, пока не затрагивают областей локализации (параметров удара), меньших, чем нуклонные длины.

---

[6] Более точно – комптоновская длина, связанная с массой нуклона. – *Примеч. сост.*

[7] 1960 г. См. в настоящей книге написанную 10 лет спустя статью "Form Factors and Total Cross Sections of Weak and Electromagnetic Interactions" (с. 280–284). – *Примеч. сост.*

[8] Длина $2 \cdot 10^{-14}$ см была пройдена без всяких отклонений от известных представлений. Современные ограничения на фундаментальную длину $\leqslant 10^{-16}$ см. – *Примеч. сост.*

[9] 1960 г.

Более того, оказывается, очень трудно вообще организовать эксперимент, который мог бы доставить надежную информацию об этой области как арене специфических эффектов, по поведению которых можно было бы судить о возможных пределах применимости современной теории. Трудности заключаются в том, что исследования эффектов с такими малыми параметрами столкновения (10^{-14} см и менее в системе центра инерции) требуют новой техники, в частности новой техники ускорителей.

Только в последнее время такая адекватная техника в принципе разработана – это встречные пучки ускоренных частиц и сильноточные бэватроны[10]. Такие ускорительные системы строятся, и в ближайшие два-три года будет дан экспериментальный ответ о применимости или нарушении современной электродинамики, например при параметрах столкновения двух электронов порядка нуклонных длин[11].

При дальнейшем увеличении на порядок энергии встречных электронных пучков (до 10 ГэВ в системе центра инерции) и порядка на два их интенсивностей можно надеяться получить информацию и на β-распадной длине ($l \sim 6 \cdot 10^{-17}$ см) в слабых лептон-лептонных взаимодействиях. То же самое можно сказать о возможностях бэватронов для ускорителей протонов, но с интенсивностью потока частиц порядка 10^{10} частиц в 1 с.

Таким образом, лишь отсутствием необходимых экспериментальных данных объясняются в настоящее время многие неясности в дальнейших путях развития теории. Во всяком случае, как только станут известными те или иные результаты экспериментов в области нуклонных и затем β-распадных длин, работы по строению теории элементарных частиц интенсифицируются самым радикальным образом, или по крайней мере следует ожидать, что всякая ситуация существенно прояснится.

Возвращаясь к списку элементарных частиц, нужно сказать, что, имея перед глазами ту богатую оттенками палитру красок, с помощью которой образно передается сложное взаимодействие всех элементарных частиц, трудно отделаться от мысли, что мы близки к следующему этапу в развитии атомизма.

Действительно, когда образ элементарной частицы начинает представляться в столь сложном виде и когда каждая из "элементарных" частиц начинает представляться сложной композицией всех элементарных частиц, естественно возникает сомнение в целесообразности выбора в качестве элементарных образов, связанных с фундаментальными частицами, перечисляемыми в списке.

Если действительно все частицы необходимы для построения образа каждой из них, то естественно искать какой-то другой "материал", более элементарный в том смысле, что он явился бы общим для всего списка элементарных частиц.

Имеются тенденции видеть такую фундаментальную материю в некотором первичном фермионном поле. Предложен даже математический аппарат, адекватный этим идеям. Он пока не имеет еще совершенного вида последовательной теории, еще не ясны многие свойства возможного фундаментального поля: является ли это фундаментальное поле совершенно новой вещью дли физиков, т.е.

---

[10] Ускорители, дающие большие токи частиц с энергией в десятки миллиардов электрон-вольт.

[11] В установке линейного ускорителя Панофского (Стэнфорд) предлагается проверка электродинамики до длин $3 \cdot 10^{-15}$ см.

непохожим ни на одно из известных, или квантами этого поля являются, например, барионы, как это было предложено в одном из вариантов теории.

Согласно этой теории, в основе основ строения материи лежит некоторое фундаментальное $+\psi$-поле. Все известные поля (и, следовательно, частицы) являются различными состояниями этого фундаментального поля. Так появляется новая стихия, и опять-таки с претензией на абсолютную элементарность. Таким образом, дальнейшая судьба теории тесно связана с дальнейшей судьбой современной формы атомизма.

Если сравнивать "программу-максимум" этой нелинейной теории с "программой-максимум" современных линейных вариантов, то программа нелинейной теории выглядит несравненно привлекательнее во многих отношениях. Структура современной линейной теории такова, что она, с одной стороны, содержит наблюдаемые массы частиц как константы, с другой стороны, в ее уравнениях содержится "член взаимодействия", из которого выделяется выражение той же природы, что и исходная масса частиц. Численное значение этой добавочной массы неизменно оказывается равным бесконечности независимо от природы рассматриваемой частицы. Казалось бы, эти бесконечные добавки к массам элементарных частиц следовало рассматривать как какое-то (может быть, по форме очень неуклюжее и неудачное) указание на возможное "полевое" происхождение собственных масс самих частиц[12].

К сожалению, математический аппарат линейных уравнений вообще не позволяет приписывать массе частиц целиком полевое происхождение. Действительно, даже если соответствующие бесконечные выражения полевых масс частиц посредством какой-то процедуры удастся в будущем сделать конечными, то возникнут лишь полевые добавки к исходным (так называемым "затравочным") массам частиц. И, таким образом, происхождение исходных затравочных масс следует искать все-таки за пределами этой теории.

Все эти соображения указывают на какие-то принципиально новые черты будущей теории элементарных частиц. И с этой точки зрения в нелинейном уравнении фундаментального $+\psi$-поля впервые появляется если не сама теория, то, во всяком случае, идея последовательной теории элементарных частиц: все поля и константы взаимодействий всех полей обязаны своим происхождением одному фундаментальному полю, одной фундаментальной константе длины, содержащейся

---

[12] Видимо, в результате именно этой особенности аппарата современной теории поля утвердилось мнение, что массы элементарных частиц должны быть полевого происхождения.

Строго говоря, у нас нет серьезных аргументов в пользу такой концепции, кроме соображений, навеянных появлением в аппарате теории сомнительных выражений, воплощающих ее трудности. Более того, эта точка зрения (имеется в виду "линейная" концепция) в настоящий момент встречает серьезное затруднение при объяснении большого различия в массах μ-мезона и электрона; μ-мезон и электрон имеют существенно различные массы (отличающиеся одна от другой в 200 раз) при тождественных взаимодействиях с другими полями.

Если напомнить и ситуацию с массой электрона, запреты при распадах μ-мезона, то так называемые легкие частицы (μ-мезон, электрон) представляются в настоящий момент по своим свойствам наиболее загадочными частицами и, надо сказать, более странными, чем так называемые "странные" частицы (т.е. гипероны и К-мезоны).

в этом фундаментальном уравнении. Как и в эпоху Лукреция, новая форма атомизма возникает с тем же характерным для атомизма оптимизмом, который пока намного опережает возможности строгих доказательств.

Но в этом можно видеть и его эвристическую ценность.

Со временем исчезли механические детали конкретных представлений о бесконечно разнообразных по форме атомах Лукреция, но осталось верно угаданное бесконечное разнообразие молекулярных форм – основа современной химии.

Во что выльются новые атомистические идеи, покажет, видимо, ближайшее будущее. В "программе-максимум" данного варианта нелинейного $+\psi$-поля имеются в известной мере обоснованные надежды на то, что математическим аппаратом этой теории заодно преодолеваются и трудности с бесконечностями. К сожалению, в настоящее время неясно, насколько эти надежды оправдаются в последовательно квантованном фундаментальном ψ-поле. Не исключено, что для решения трудностей с расходимостями потребуется дальнейшая существенная модификация теории[13].

Но из анализа многочисленных попыток длительной и не очень удачной "борьбы с бесконечностями" следует, что если нелинейность здесь существенно не поможет, то решение этой проблемы вряд ли будет тривиальным. Формально бесконечности, возникающие в современной теории, связаны с тем, что соответствующие интегралы для собственной массы элементарных частиц (и многих других величин) берутся по всему пространству (от нуля до бесконечности). И именно области интегрирования вблизи нуля дают бесконечно большой вклад в значение интеграла. Иначе говоря, элементарные частицы в современной теории рассматриваются как точечные, и именно это обстоятельство ведет к трудностям с бесконечностями. Казалось бы, очень естественна мысль ввести размеры элементарных частиц. Формально это значило бы, что в соответствующих интегралах выбрасывается опасная область интегрирования вблизи нуля. Однако все попытки ввести "фундаментальную длину" (размеры частиц) пока не увенчались успехом. Они фатально приходят в противоречие с теорией относительности, в противоречие с конечной скоростью распространения сигнала.

Можно думать, что эти попытки были слишком прямолинейны, слишком грубы и "классичны". Есть некоторые основания полагать, что в настоящее время возникает необходимость существенным образом изменить наши пространственно-временны́е представления в малых областях пространства. Дело в том, что мы подходим к явлениям ультрамикромира с точки зрения пространственно-временны́х представлений, которые сложились в нашей макроскопической практике. Однажды мы уже столкнулись с необходимостью изменить наши привычные пространственно-временны́е представления, когда возникла необходимость перейти в область очень больших длин. Для космических расстояний оказалась неприменимой евклидова геометрия.

Так как трудности современной теории возникают на малых расстояниях, то очень естественна мысль, что они появляются именно в результате неприменимости

[13] В настоящее время идея ψ-поля потеряла свою популярность и развитие этого направления практически приостановилось.

наших обычных пространственно-временны́х представлений для областей столь малых протяженностей.

Современные пространственные представления возникли в результате идеализации макроскопических тел как бесконечно твердых масштабов и игнорирования их атомистического строения. Неужели столь грубая идеализация окажется пригодной в ультрамикрообластях? Во всяком случае, это было бы просто поразительной удачей, если бы пространственно-временны́е представления, возникшие в результате идеализации грубого макроскопического опыта, оказались действительно применимыми в каких угодно малых областях. Кажется маловероятным, чтобы физикам-теоретикам так удивительно повезло.

Но одно дело понимать принципиальную возможность изменения пространственно-временны́х представлений в малых областях, и совсем другое – предложить конкретный вариант подобных теорий.

В настоящее время предприняты лишь отдельные попытки в этом направлении, но эти попытки, естественно, умножатся, когда соответствующие эксперименты дадут первую информацию об особенностях физики эффектов с малыми параметрами столкновений. Следует заметить, что в высказываниях о возможном характере будущей теории элементарных частиц иногда подчеркивают еще более абстрактный и своеобразный (как физики иногда говорят," сумасшедший") характер будущей теории.

Действительно, переход от ньютоновской механики к теории относительности был связан с такой ломкой привычных представлений, что так называемый здравый смысл долго не мог примириться с возможностью новых неожиданных ситуаций. Теперь стало привычным фактом, что время, например, течет в движущейся системе координат медленнее. Теперь этот эффект (в частности, эффект замедления распада быстродвижущихся частиц) используется повседневно в нашей экспериментальной технике на ускорителях и в космических лучах. Но с каким трудом общественно-научное мнение мирилось с необходимостью новых представлений, связанных с теорией относительности!

Еще более "сумасшедшие" представления лежат в основе квантовой теории. И вообще, дальнейшее все более глубокое проникновение науки в микромир, естественно, связано со все большим и большим отходом от наглядных привычных представлений. И накануне новой, еще более общей и глубокой теории материи понятно ожидание каких-то дальнейших сюрпризов.

Физики приучены к тому, что следующий этап в развитии теории будет по форме своей казаться еще более неожиданным и "сумасшедшим", чем предыдущие.

В статье "Физические открытия" Дайсон так описывает атмосферу обсуждения одного варианта теории элементарных частиц:

«Несколько месяцев тому назад Гейзенберг и Вольфганг Паули полагали, что ими сделан существенный шаг в направлении новой теории элементарных частиц. Будучи в Нью-Йорке, Паули сделал доклад на эту тему в широкой аудитории. Паули говорил в течение часа, а затем возникла общая дискуссия с острой критикой, особенно со стороны физиков молодого поколения. Присутствовавший в аудитории Нильс Бор так суммировал результаты дискуссии: "Мы не согласны, – сказал он, – что Ваша теория сумасшедшая (Crazy). Вопрос, который нас разделяет, заклю-

чается в том, достаточно ли она сумасшедшая, чтобы иметь вероятность быть правильной. Мое ощущение, что теория недостаточно "сумасшедшая"» [2, с. 96].

Следует в заключение еще раз подчеркнуть, что колоссальная лавина новых, часто очень интересных экспериментальных данных пока не захватывает области физических эффектов, которые в какой-то мере делали бы возможной вероятную оценку различных теоретических тенденций или прогнозов относительно будущей теории элементарных частиц.

Экспериментальная физика только что нащупала адекватные возможности для изучения малых параметров столкновения частиц (встречные пучки, сильноточные бэватроны), которым, видимо, суждено сыграть решающую роль фундаментальных экспериментов будущей теории.

В широком историческом плане трудности, возникшие в современной теории элементарных частиц, являются, конечно, трудностями роста.

В аспекте ленинского учения о неисчерпаемости свойств элементарных частиц и общем поступательном движении познания от относительной к абсолютной истине естественно и в дальнейшем ожидать возникновения новых принципиальных физических задач и успешного их решения.

Все это позволяет нам оптимистически рассматривать будущее теории элементарных частиц.

ДОПОЛНЕНИЕ[14]

Следующие страницы, посвященные формфакторам в слабых и электромагнитных взаимодействиях, требуют вводных слов.

Из книги "Нейтрино" цитирую следующие строки:

"Хотелось бы сделать более ясным положение, что популярное утверждение об обрывающей роли сильных взаимодействий в упругих нуклон-нейтринных процессах имеет тенденцию как-то универсализироваться (распространиться, например, на неупругие процессы) без больших на то теоретических и экспериментальных оснований"...

"Если бы эти факторы могли всегда играть роль формфакторов, подавляющих большие передачи импульсов, в частности большие импульсы, и виртуальных состояний, то это значило бы, что в электромагнитных и слабых полях отсутствовали бы и известные трудности с расходимостями. Вывод фундаментальной важности, если бы он был справедлив" [4, с. 20].

Здесь, по-видимому, ощущается необходимость в дальнейших пояснениях. Когда мы в современной теории элементарных частиц говорим о так называемых расходимостях, мы имеем в виду ту фундаментальную трудность теории, которая не дает нам возможности получать из теории основные характеристики элементарных частиц. Речь идет в основном о значениях их масс и зарядов. При попытках вычислить массу, например, электрона, или какой-либо другой элементарной частицы мы получаем для всех частиц одно и то же бессмысленное значение. Именно для масс всех частиц теория "выдает" бесконечно большие величины (как

[14] Опубликованно в книге: *М.А. Марков.* О природе материи. М.: Наука, 1976. С. 106–110. – *Примеч. сост.*

говорят теоретики, "расходимости"), а не те различные значения масс разнообразных частиц, которые наблюдаются в реальных экспериментах. Эта фундаментальная "болезнь" современной теории элементарных частиц пока не преодолена. Симптомы этой болезни замечены еще в классической физике около 100 лет тому назад (масса классического электрона $m = \frac{e^2}{rc^2} \xrightarrow[\text{при } r \to 0]{} \infty$).

Квантовая теория лишь усложнила ситуацию. Бесконечные значения многих величин, характеризующие элементарные частицы и их взаимодействие, возникают во многих (строго говоря, почти всех) конкретных вычислениях, относящихся к наблюдаемым явлениям. Речь идет, таким образом, о серьезной, может быть, основной "болезни" современной теории материи. "Выздоровление" от этой болезни значило бы создание действительной теории элементарных частиц – теории материи. Пока для некоторого класса частиц (или полей) рекомендуется "простое лечение" – вычеркивать из теории эти "болезненные" проявления и заменять, как говорят, "руками" бесконечные (расходящиеся) значения величинами (например, массы и заряда частиц), взятыми из опыта. Эта операция, в некотором смысле носит характер "заклинания".

В ряде случаев "заклинание" помогает при описании многих эффектов в области взаимодействий элементарных частиц. Можно полагать, что такое обстоятельство имеет место в тех явлениях, где "внутренняя" структура элементарных частиц, вернее, природа данной частицы, вследствие которой она обладает данными характерными для нее свойствами, еще несущественна. Другими словами, здесь появление "возмездия" "рукотворному" обращению с элементарными частицами следует ожидать лишь при очень больших энергиях сталкивающихся частиц. Подобные энергии пока экспериментально не достигнуты.

К обсуждению данной трудности теории в различных ее аспектах мы неоднократно возвращаемся, и проблема, обсуждаемая на этих страницах (проблема так называемых формфакторов), заставляет нас вновь вспомнить о трудностях с расходимостями.

Во времена, когда писалась автором монография "Нейтрино" (1963 г.), от случая к случаю вспоминалась фундаментальная трудность теории, конечно, всегда было ясно понимание, что эта трудность обязана тому обстоятельству, что все частицы в современной теории рассматриваются как точечные. Но в обширной практической деятельности, экспериментальной деятельности, в исследовании многочисленных явлений в области взаимодействий элементарных частиц возникло свое, можно сказать, "прагматическое" представление об элементарных частицах как частицах протяженных.

О протяженности нуклонов свидетельствовали многочисленные эксперименты упругого рассеяния электронов и мюонов на этих объектах. Они рассеивались таким образом, как если бы нуклоны и другие адроны имели бы размеры, протяженную структуру. Эта протяженность частиц характеризуется в теории наличием формфакторов. Физики в результате многочисленных экспериментов упругого рассеяния частиц так привыкли к мысли о реальной протяженности (не точечности) рассматриваемых объектов, что некритически, без дальнейших экспериментальных данных универсализировали эту протяженность элементарных

частиц на все возможные случаи взаимодействия. В частности, на огромный класс так называемых неупругих взаимодействий, т.е. взаимодействий, в процессе которых наряду с рассеянной частицей может возникнуть как угодно большое число сопровождающих ее частиц, если, конечно, энергия падающей частицы допускает такое рождение. Более того, появление такого рода формфакторов следовало для данного круга процессов – упругих столкновений – и из теоретических расчетов.

Но если бы частицы имели в современной теории характер действительно протяженных частиц, как это следует для упругих столкновений, то не было бы "болезни века" в теории элементарных частиц. Исходя из этих общих соображений, а также учитывая отсутствие в то время экспериментов по неупругому рассеянию лептонов (электронов, мюонов, нейтрино) на нуклонах, исходя, далее, из возможного увеличения сечений за счет появления новых каналов (рождения новых частиц), автором высказывалось несогласие с существовавшей тогда и практически общепринятой точкой зрения на неупругие процессы. Тогда же была сделана попытка сформулировать теорему о характере полных (упругих и неупругих) взаимодействий частиц при предельно больших энергиях именно путем рассмотрения частиц как точечных, в соответствии с современной теорией на этот счет. Была сделана и попытка физической интерпретации этой теоремы о полных сечениях эффектов, в то время, пожалуй, единственно возможной: приближение (увеличение) с ростом энергии полных сечений к сечению взаимодействия точечных частиц[15] в результате появления многих новых каналов реакции – рождения многих сопутствующих частиц.

Высказывания эти по тому времени звучали еретически. Сколько-нибудь количественных доказательств этой теоремы не было дано. Однако для выяснения возможности существования такой теоремы предлагалось обратиться с соответствующим вопросом к самой природе, т.е. предлагалась постановка ряда существенных экспериментов по неупругому взаимодействию частиц. Часть из этих экспериментов была впоследствии выполнена. Результаты дали такие значения сечений, которые, как и ожидалось, характерны для взаимодействия точечных частиц, вернее, предполагавшаяся ранее роль формфакторов, представление о которых возникло на основе экспериментов упругого рассеяния лептонов на нуклонах, не подтвердилась, что оправдывало предсказания.

В работе Н.Н. Боголюбова, В.С. Владимирова и А.Н. Тавхелидзе [1] предложенная теорема доказана при очень общих предположениях, в рамках электродинамики. Следует подчеркнуть, однако, что современная физическая интерпретация теоремы неоднозначна: она главным образом связывается с наличием структур адронов, состоящих опять "пока" из точечных кварков. Короткая, если так можно сказать, "кинолента" обсуждаемых событий недавнего прошлого поучительна и в чисто методологическом отношении. Она хорошо иллюстрирует, как появляются в теории "предрассудки" и с каким трудом они преодолеваются.

Предрассудки, о которых идет речь, настолько овладели умами физиков, что, когда экспериментаторами они были опровергнуты в опытах на линейном

---

[15] Здесь следует оговорить, что имеется в виду относительная точечность, вернее, отсутствие именно тех размеров протонов и нейтронов, которые следуют из опытов по упругому рассеянию электронов на адронах.

ускорителе в Стэнфорде, В. Панофский и Г. Кэндал выразили свое удивление в такой категорической форме: "Оказалось, что электроны сверхвысоких энергий рассеиваются на протонах и нейтронах так, как никто не предполагал" [8].

Но появление подобных предрассудков исторически закономерно. Идеи и представления, которые хорошо подтверждаются в какой-то ограниченной области, обладают, как мы уже видели, большой агрессивностью. Достаточно вспомнить еще раз претензию на универсальность механистической картины природы и далее представления о чисто электромагнитном строении материи. Хотя пример с формфактором адронов не представляется столь значительным в истории физики, какими являлись претензии мировоззренческого характера, все же описываемая ситуация характеризовала существенный интервал в истории современной физики элементарных частиц. Преодоление "предрассудка" было существенной вехой в развитии представлений об элементарных частицах, и оно еще чревато, по-видимому, очень существенными последствиями в нашем более углубленном понимании структуры адронов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Боголюбов Н.Н., Владимиров В.С., Тавхелидзе А.Н.* Об автомодельной асимптотике в квантовой теории поля. Дубна, 1972.
2. *Дайсон Ф.* Новаторство в физике // Над чем думают физики. М., 1963. Вып. 2.
3. *Ломоносов М.В.* Сочинения. Т. 1. М.; Л., 1940.
4. *Марков М.А.* Нейтрино. М.: Наука, 1964.
5. *Планк М.* От относительного к абсолютному. Вологда, 1925.
6. *Hilbert D.* Gesammelt Abhandlungen. Bd. 3. Grundlagen der Physik. B., 1935.
7. *Hilbert D.* Die Grundlagen der Physik. 1 // Mitt. Gottingen. Nachr. 1915. Nov.
8. *Kendall H., Panofsky W.* The structure of the proton and neutron // Sci. Amer. 1971. Vol. 224.

О ПОНЯТИИ ПЕРВОМАТЕРИИ*

Легко проследить исторически, что генеральная линия в развитии понимания структуры материи, различных ее свойств, различных форм всегда определялась в стремлении понять, как образуется данная форма материи, ее свойства из свойств некой формы материи, более фундаментальной.

И правда, пока всегда находилась более фундаментальная форма материи, свойствами которой так или иначе объяснялись свойства материи изучаемой.

Так было. Но, спрашивается, каковы прогнозы на будущее? Спрашивается, каковы в настоящее время наши чаяния, наши научные стремления, тенденции науки, наконец, может быть, наши интуитивные научные желания или даже более неопределенно – наши научные вкусы?

* Вопр. философии. 1970. № 4. С. 66–75.

Логически, казалось бы, ответ на поставленный вопрос исчерпывается двумя, по сути дела, альтернативными решениями.

1. Иерархия форм материи безгранична.

2. Исследование иерархий форм материи заканчивается открытием первоматерии.

Но, как показывает более внимательный анализ проблемы, существует еще одна возможность (или даже возможности), которая выходит за рамки сформулированных альтернативных решений, но в то же время как бы синтезирует своеобразным образом две сформулированные выше как, казалось бы, противоположные, исключающие друг друга возможности.

Эта возможность, как будет видно в дальнейшем, возникает в результате развития физики последнего столетия, она за недостатком конкретных знаний структуры вещества и свойств пространственно-временнóго континуума не могла обсуждаться ранее. Эта возможность представляется автору более привлекательной.

Альтернативные же точки зрения, правда с преимуществом первоматерии, формулировались во все исторические времена, у всех народов, видимо, с самого начала возникновения разумной человеческой деятельности.

Одну из этих альтернативных идей, идею абсолютного атомизма и в этом смысле идею первоматерии, мы для краткости будем обозначать именем Демокрита. Идею же бесконечности делимости вещества или более общую идею бесконечной иерархии форм материи будем ассоциировать с именем Эмпедокла[1]. Стремление понять "что-то" как состоящее из "чего-то" более простого, фундаментального, всегда было прогрессивным и приводило, как свидетельствует история, к довольно существенным позитивным результатам. Идея первоматерии как основа и побудительный мотив определенного подхода к анализу материального мира всегда являлась и является продуктивной.

Но эта же идея таит в себе своеобразные трудности. Действительно, свойства первоматерии не могут быть получены или истолкованы как результат каких-то более фундаментальных свойств материи. Свойства первоматерии должны быть ей приписаны. По определению, бессмысленно ставить вопрос, почему первоматерия обладает такими, а не другими свойствами, по определению, на этот вопрос не может быть ответа.

Нет ли в этом глубокого принципиального порока идеи первоматерии? Ведь таким образом идея первоматерии оказывается в конце концов бессильной дать исчерпывающий ответ на вопрос о происхождении фундаментальных свойств материи.

Но требуется ли этот ответ?

---

[1] Здесь мы допускаем неточность. На самом деле Эмпедокл не имеет отношения к представлению о бесконечности иерархии форм материи: он автор, как бы мы теперь сказали, "теории четырех стихий" и их бесконечной делимости. Мы допускаем также несправедливость в отношении имен (могли быть названы и другие имена), времени (могли быть указаны и другие исторические вехи), народов (могли быть указаны не только греки) и т.п.

Имена Демокрита и Эмпедокла в данном случае являются не более чем условными индексами для обозначения понятий.

Было время, когда отсутствие ответа на этот вопрос могло рассматриваться как нечто само собой разумеющееся. "Мне представляется, – писал Ньютон, – что Бог с самого начала сотворил вещество в виде твердых, весомых, непроницаемых подвижных частиц и что этим частицам он придал такие размеры, и такую форму, и такие другие свойства и создал их в таких относительных количествах, как ему нужно было для этой цели, для которой он их сотворил".

Здесь своя логика, которая пресекает всякие попытки научного подхода к исследованию свойств первоматерии.

Следует подчеркнуть, что нахождение фундаментальных свойств первоматерии и построение такой теории[2], т.е. адекватного формализма, – все это находит свое выражение и в аксиоматическом подходе, в построении корректного описания физического мира на основе немногих аксиом. Прототип совершенства всегда видели в геометрии Евклида.

Было время, когда, казалось, и в теоретической физике почти ощущалась близость такого совершенства. В начале текущего столетия Давид Гильберт в своих "Основах физики" писал: "Мы видим, что не только наши представления о пространстве, времени и движении меняются коренным образом по теории Эйнштейна, но я убежден также, что основные уравнения ее дают возможность проникнуть в самые сокровенные процессы, происходящие внутри атома, и, что особенно важно, станет осуществимым привести все физические постоянные к математическим константам, а это, в свою очередь, показывает, что приближается принципиальная возможность сделать из физики науку такого рода, как геометрия..." [5, с. 259].

В данном случае интересно не то, что время для такого пророчества было выбрано не очень удачно[3]. Интересна сама программа создания идеальной теории физического мира: "сделать физику наукой такого рода, как геометрия". Все вытекает логически из минимального числа аксиом...

А эти аксиомы?

Было время, когда всякие попытки ставить какие-либо дальнейшие вопросы о природе аксиом той же геометрии лишались всякого смысла. Согласно Канту, например, евклидовы свойства нашего пространства – это просто априорные чистые наглядные представления, которые поэтому не могут быть иными. Таким образом, как и в случае ньютоновского атомизма, создается полная и по-своему совершенная система взглядов на материальный мир и его закономерности.

Но затем оказалось, что наивный детский вопрос "а почему?": "почему в приро-

---

[2] Последний по времени вариант идеи первоматерии – это спинорное ψ-поле Гейзенберга. Гейзенбергом высказана надежда, что некоторое нелинейное уравнение для спинорного поля обладает решениями, описывающими все наблюдаемые частицы. Программа эта пока не реализована.

В момент кратковременного увлечения этой теорией в кругу физиков-теоретиков можно было услышать крылатую фразу, впрочем, не звучащую очень радостно: "...видимо, теория элементарных частиц кончается, надо переходить на что-то другое, скорее всего, на биологию..."

В истории физики этот мотив мрачного оптимизма не нов – он часто повторяется в различной оркестровке.

[3] То есть как раз перед открытием квантовой механики. Именно ей, квантовой теории, а не теории Эйнштейна, предстояло "проникнуть в самые сокровенные процессы, происходящие внутри атома...". Да и она спустя полвека все еще далека от аксиоматизации.

де реализуется именно данная геометрия?" – имеет смысл. И математика за решением этого вопроса обращается не к "чистому наглядному представлению", а к природе, согласно общей теории относительности – к материи.

Спрашивается, к чему же должна обращаться будущая аксиоматическая теория при обосновании именно такой, а не другой группы аксиом, если ее идеалом служит геометрия?

На основании чего дальнейший вопрос "а почему?" можно объявить незаконным? Откуда последуют доказательства единственности такой системы аксиом, невозможности, так сказать, других, "неевклидовых физик"?

Предыдущие замечания, на наш взгляд, свидетельствуют о некой неудовлетворенности идеей первоматерии. Они подчеркивают метафизические черты этой идеи, в какой-то мере утверждающей в конце концов принципиальную непознаваемость мира.

Если не задавать вопроса "почему?" в отношении аксиом, то с созданием последовательной аксиоматической теории, описывающей первоматерию, и вытекающими отсюда следствиями кончается развитие науки[4].

Таким образом, в данной трактовке мир оказывается познанным "до конца". Но с точки зрения предыдущих замечаний ситуацию можно формулировать и так: мы исчерпали возможности познания и остановились перед непознаваемым.

Я не знаю, насколько убедительна такая критика идеи первоматерии и адекватной ей идеи об аксиоматической формулировке предельно полного знания о природе; хотелось бы подчеркнуть некоторые, как нам кажется, метафизические черты этой идеи, на которые до сих пор не обращалось внимания. Эти замечания не следует понимать как критику стремления привести в известный строгий порядок ту или иную область нашего знания. Безусловно, нет. Как показывает история, опыт, эти тенденции в развитии наук прогрессивны и просто необходимы. Идет речь, если можно так сказать, о возможно предельной форме нашей теории.

Но допустим, далее, что теория в такой предельной форме неосуществима, или, осторожнее, она не соответствует научному вкусу автора. Так что же можно предложить взамен, какую или какие гипотезы о форме будущей теории можно высказать, кроме обсуждаемой?

Логически остается альтернативная гипотеза. Это значит предположить, что в природе нет такой формы материи, которая обладала бы свойствами первоматерии.

Это значило бы, что будущее науки – бесконечная цепь открытий все новых и более фундаментальных форм материи, лежащих в основе данных. Познание в этом смысле должно рассматриваться как бесконечный процесс открытий и изучения свойств бесконечной иерархии форм материи.

Последнее утверждение представляет собой и далеко идущую физическую гипотезу.

---

[4] В книге В.К. Фредерикса и А.А. Фридмана [2] комментируются слова Д. Гильберта о начавшейся аксиоматизации физики в таком торжественном и мрачном стиле: "Нам, к счастью, не дано видеть будущего, и мы не знаем, явится ли эта эпоха аксиоматизации, эпоха скепсиса, предсмертными часами знания... Но если бы даже это было так, то и тогда логическая красота конца заставила бы нас приветствовать появление принципа относительности".

Можно напомнить, что, согласно Аристотелю, такая форма неисчерпаемости свойств материи является другой формулировкой ее непознаваемости: с формально математической точки зрения отношение объема познанного к объему неизвестного всегда равно нулю[5].

Но теперь, когда мы вооружены пониманием соотношения относительной и абсолютной истины, аристотелевские формальные аргументы не представляются существенными. Тем не менее такая форма неисчерпаемости свойств материи кажется слишком прямолинейной, упрощенной и схематичной.

К тому же из дальнейшего следует, что на основе наших современных знаний возникают другие возможности. Они нам кажутся и более привлекательными. Возможности эти очень неожиданны в рамках предыдущих, казалось бы, строго логических построений. Именно конкретные знания о микромире вносят существенные коррективы в наши абстрактные рассуждения о предельных формах нашего знания о природе.

ПОНЯТИЕ "СОСТОИТ ИЗ..."

Обращаясь к конкретному содержанию физики, мы видим, что понятие "состоит из..." (данный объект "состоит из...") претерпело с развитием науки существенные трансформации.

Исторически совсем недавно, еще на языке ныне живущих физиков старшего поколения, понятие "состоит из ..." означало, что объекты физики – кристалл, молекула, атом – представляют собой систему, состоящую из частиц, меньших по своим массам и своим пространственным размерам.

Квантовая механика принесла с собой одну неожиданную трудность для дальнейшего экстраполирования такого понятия, как "состоит из...".

Если частица малой массы заключена в очень малом объеме, то, по соотношению неточностей Гейзенберга, ее кинетическая энергия возрастает с уменьшением этой области таким образом, что с неограниченным уменьшением этой

---

[5] Альтернативные формы предельных теорий почти в таком же логическом аспекте обсуждались еще Аристотелем. В его "Метафизике" можно прочитать следующее: "Вместе с тем ясно, что во всяком случае есть некоторое начало и что причины вещей не бесконечны... В самом деле, нельзя идти в бесконечность, выводя одно из другого... например... землю из воздуха, воздух из огня, и в этом ряду не иметь остановки..." [1, с. 40]. Подобного рода утверждения, по мысли Аристотеля, ведут к упразднению знания: "...знание упраздняют те, кто делает такое утверждение" [1, с. 41]. Также Лукреций, следуя Демокриту, излагает парадокс Зенона о невозможности бесконечного деления материи:

Если не будет, затем, ничего наименьшего, будет
Из бесконечных частей состоять и мельчайшее тело.
У половины всегда найдется своя половина,
И для деленья нигде не окажется вовсе предела.
Чем отличишь ты тогда наименьшую вещь от вселенной?
Ровно, поверь мне, ничем. Потому что, хотя никакого
Нет у вселенной конца, но ведь даже мельчайшие вещи
Из бесконечных частей состоять одинаково будут.

области кинетическая энергия частицы и, следовательно, ее полная масса стремятся к бесконечности.

Таким образом, оказывается, принципиально нельзя построить бесконечно "мелкую" структуру данного объекта данной массы, пытаясь строить его механически из частиц меньших масс, занимающих все меньшие объемы в структуре данного объекта. По этой причине оказались в свое время несостоятельными модели ядра, где предполагалось, что электроны находятся в составе ядра как связывающая субстанция между протонами, образующими данную систему[6].

В новейшее время исчерпывается идея, ведущая свое начало от глубокой древности, – идея бесконечной делимости в ее различных механических формах.

Правда, в последние десятилетия возникла принципиально новая идея, дающая возможность своеобразным путем продолжить линию Эмпедокла. Но в отличие от традиционной идеи о структуре материи, согласно которой объекты строились из частиц все меньших и меньших масс, возникла идея строить частицы данных масс из более фундаментальных частиц, обладающих большими массами. Уменьшение массы результирующей системы возникает за счет сильного взаимодействия тяжелых частиц, составляющих систему. В результате этого сильного взаимодействия часть общей массы покидает систему в виде различного рода излучений.

Таким образом, в системе частиц из-за сильных связей между частицами возникает так называемый дефект масс системы. Именно эту массу надо затратить в виде соответствующей энергии, чтобы расщепить систему на ее "составные части". Так возникла идея строить π-мезоны из более тяжелых нуклонов и антинуклонов, нуклоны – из частиц еще больших по массе – кварков. Кваркам приписывается масса, равная массе многих нуклонов[7].

Хотелось бы подчеркнуть большую неожиданность этой новой идеи с точки зрения развития линии Эмпедокла в представлениях о структуре вещества. Появление этой новой идеи можно расценить как самое яркое и значительное событие за всю тысячелетнюю историю существования наших представлений о веществе. Она, с одной стороны, продолжает развитие понятия "состоит из...", но, с другой стороны, находится в своеобразном противоречии с исходной формой этого понятия, в которой оно возникло и могло только возникнуть.

Спрашивается: кварковая форма материи (если эта гипотеза подтвердится) – это первоматерия? Или кварки должны состоять из более фундаментальных частиц, и этот процесс создания частиц лежит на линии развития идеи Эмпедокла? Но линия Эмпедокла в таком варианте привела бы к существованию фундаментальных частиц бесконечно больших масс... Правда, есть одно обстоятельство, возникшее в

---

[6] По необходимости обладая большой кинетической энергией, электрон, локализованный в области ядра, не может быть удержан в его границах электрическими силами.

[7] Эти идеи могли возникнуть только вместе с теорией относительности, вернее, с установлением соотношения между массой и энергией ($E = mc^2$). Согласно этому соотношению, энергия, излучаемая при образовании системы, уменьшает полную массу системы на величину $\Delta m = \Delta E/c^2$. Но только сильные взаимодействия способны повести к большому выделению энергии при образовании системы, только они дают возможность обсуждать гипотезу образования частиц. Так, при образовании π-мезона из пары нуклон–антинуклон должна выделяться энергия, превышающая 10 π-мезонных масс.

новой физике, которое при известных условиях в принципе способно ограничить такую возможность[8].

Понятие "состоит из..." в современной физике обогащается и другими новыми чертами.

В последующие годы возникла идея, которая, правда, относится пока к кругу проблем, связанных с сильными взаимодействиями. И эта идея неожиданным образом дает возможность понять, что решение проблемы может совсем не находиться ни в сфере идей Эмпедокла, ни в сфере идей Демокрита. Речь идет о так называемой ядерной демократии.

Взаимная превращаемость известных элементарных частиц, возможность рождения и исчезновения их в отличие от прежнего (например, ньютоновского) атомизма – совершенно новая и фундаментальная черта атомизма современного. Она ведет к существенной взаимной обусловленности свойств различных элементарных частиц, которая в последние годы обнаруживается физиками все чаще и чаще.

Вокруг протона и нейтрона, например, имеется сложное ядерное поле сил. Квантами этого поля являются всякого рода мезоны: π, K, ρ и другие частицы. Такое поле можно наглядно представить себе в виде виртуального "облака" этих мезонов. Однако это мезонное "облако" настолько существенно определяет свойства протона и нейтрона, что мезоны в известном смысле почти структурно входят в протон и нейтрон. В самом деле, мезоны ответственны за ядерные силы, действующие между протонами и нейтронами.

Массой мезонов определяется радиус действия соответствующих сил. Токи мезонного "облака" вокруг протона и нейтрона определяют магнитные моменты этих частиц и т.д.

Электронно-нейтринное поле также вносит свою долю в физические свойства протона и нейтрона. Но то же самое можно сказать и про другие элементарные частицы. Таким образом, протон и нейтрон своим существованием обязаны всем остальным частицам, то же самое можно сказать о других элементарных частицах.

В известном смысле можно сформулировать тезис, что "Все" (т.е. каждая элементарная частица) состоит из "Всего" (т.е. всех элементарных частиц).

Конечно, ничего подобного не было за всю предыдущую историю атомизма.

Естественно, что при таком понимании ситуации, в сущности, нельзя говорить о структуре в старом смысле этого слова. Тем не менее в частных случаях иногда обсуждаются предложения, по духу своему, казалось бы, близкие к старым, привычным структурным моделям. Так, известны предложения рассматривать, например, K^0-мезон как сложное образование из нейтрона и $\tilde{\Lambda}^0$-частицы:

$$K^0 = n + \tilde{\Lambda}^0. \quad (1)$$

Но были предложения и гиперон, т.е. Λ^0, рассматривать как комбинацию нейт-

[8] Дело в том, что большая гравитирующая масса, локализованная в малой области, вызывает большой гравитационный дефект массы, который может привести к тому, что результирующая масса объекта уменьшится даже до нуля.

В классической физике это условие имеет вид $m - (\varkappa m^2/2r_0c^2) = 0$. Отсюда $r_0 = (m\varkappa)/2c^2$. Здесь $\varkappa$ – гравитационная константа, c – скорость света, r_0 – размеры системы.

рона и $\tilde{K}^0$-мезона:

$$\Lambda^0 = n + \tilde{K}^0. \quad (2)$$

Или даже нейтрон предполагать сложной частицей:

$$n = \Lambda^0 + K^0. \quad (3)$$

Все эти предположения основаны на идее о том, что сильные взаимодействия способны в рассматриваемых системах создать соответствующий дефект масс.

Но равноправность этих возможностей подрывает саму идею структурности, лишает абсолютности понятие "состоит из...". Структура здесь начинает принимать какой-то относительный смысл – вроде того, как можно использовать различные системы координат для описания физических явлений.

Правда, и в этом смысле не все элементарные частицы равноправны[9]. Но, видимо, таким равноправием обладают члены семейства сильно взаимодействующих частиц. Среди сильно взаимодействующих частиц, как говорят, господствует "ядерная демократия".

Идея, что "Все" состоит из "Всего", стала чуть ли не тривиальностью. Но следует заметить, что адекватного этим идеям математического аппарата пока не построено. Приближенные, пока неудовлетворительные математические модели такого аппарата (так называемый "бутстрап") дают основания полагать, что в этом мире обусловленных друг другом связей должно существовать неисчерпаемое, бесконечное число ситуаций, в которых возникают разнообразные объекты типа наблюдаемых частиц.

В каком-то смысле в этом представлении существует, если угодно, и понятие первоматерии – это все, из чего состоит данный объект. Но это все в то же время является, если можно так сказать, и своеобразной "послематерией", которая сама определяется бесконечной совокупностью частиц.

Эта взаимная согласованность, в которой возникают именно такие и такого рода частицы, дает нам надежду на то, что и константы теории, как и сами частицы, в результате такой самосогласованности окажутся такими, именно такими, а не другими.

И мир в целом будет именно таким, каков он есть, и другим быть не может...

ЗАМКНУТАЯ ИЕРАРХИЯ ФОРМ МАТЕРИИ

Итак, при рассмотрении проблемы "состоит из..." благодаря сильным взаимодействиям возникает новая ситуация. В круге сильно взаимодействующих частиц существует своеобразная "ядерная демократия". Но она нарушается частицами, обладающими только слабыми и электромагнитными взаимодействиями.

Однако, оказывается, возможны такие ситуации, когда даже такое сверхслабое взаимодействие, как гравитационное, может вести к большому дефекту масс, т.е. играть в соответствующих системах роль сильных взаимодействий.

---

[9] В смысле "элементарности" в несколько особом положении находятся такие частицы, как фотон, если они действительно обладают собственной массой, в точности равной нулю. Строго говоря, для такого безапелляционного утверждения нет оснований.

Так, например, как известно, из-за большого гравитационного дефекта масс полная масса замкнутой Вселенной равна нулю. Если рассматривать вариант Вселенной, не полностью замкнутой, "почти" замкнутой, то в зависимости от этого "почти" полная масса такой Вселенной может быть как угодно малой, в частности, например, микроскопических размеров. Более того, с точки зрения внешнего наблюдателя такая малая масса заключена "внутри" сферы также микроскопических размеров.

Здесь слово "внутри" взято в кавычки потому, что пространственная структура "внутри" такой системы необычна – она характерна для данного типа неевклидовой геометрии. Действительно, если внутри такой Вселенной, исходя из какой-то точки как центра, описывать сферические поверхности, то площадь таких поверхностей при удалении от центра вначале будет возрастать. При каком-то удалении от центра величина площади сферической поверхности может достигать космических размеров и включать внутри себя огромное число галактик. При дальнейшем удалении от центра описываемые сферические поверхности начинают уменьшаться[10].

Замкнутый мир характеризуется тем, что при предельно большом удалении "от центра" обсуждаемые поверхности стягиваются в точку – мир закрывается. "Почти" замкнутый мир отличается от замкнутого мира тем, что предельная сферическая поверхность не стягивается в точку, а представляет собой некую поверхность как угодно малых (в зависимости от величины "почти"), но конечных размеров.

При дальнейшем удалении от центра "почти" замкнутого мира описываемые сферы снова увеличиваются в своих размерах, если эти области пространства не заняты материей. На бесконечности пространство становится, например, евклидовым.

Экспериментатор, находящийся вдали от центра такого мира воспринимает его как материальный объект, локализованный в области минимальной сферы, как объект малых масс (если угодно, микроскопических), размеров и обладающий в целом малой (если угодно, микроскопической) массой, хотя внутри этого объекта может содержаться целая Вселенная со своими разнообразными галактиками[11].

---

[10] Хотя сферические поверхности при дальнейшем удалении от центра уменьшаются, но все большая и большая часть мира, все большее и большее количество частиц заключается "внутри" этих уменьшающихся сфер. В замкнутом мире Фридмана площадь такой поверхности выражается в виде $S^2 \sim \text{const} \sin^2 \chi$. Удаление от "центра" дается величиной χ. При увеличении χ от нуля до $\pi/2$ поверхность возрастает до $S^2 = \text{const}$. При дальнейшем увеличении χ поверхность снова уменьшается, и при $\chi \to \pi$ поверхность стягивается в точку ($S^2 \to 0$) и мир закрывается. Величина S^2 "почти замкнутого" мира зависит от конечного значения $\pi - \delta$, где δ может быть конечной, но как угодно малой.

Требование евклидовости на бесконечности здесь также необязательно: вне описываемой частицы могут существовать другие "частицы", другие массы, которые могут также привести к неевклидовой метрике (см. в наст. кн. статью "Макро-микросимметрическая Вселенная", с. 452–460). – *Примеч. сост.*

[11] Для того чтобы наша Вселенная представляла собой в целом некую частицу с микроскопическими размерами и микроскопической полной массой, необходимо, чтобы средняя плотность вещества в ней была 10^{-29} г/см^3. Данные о регистрируемой средней плотности массы в нашей Вселенной пока несколько ниже – примерно 10^{-31} г/см^3.

Любопытно, что такой характер системы в целом устанавливается автоматически, если система заряжена, например, электрическим зарядом. Как оказывается, в этом случае мир не может быть замкнутым, даже если плотность масс в нем больше критической, тогда как при отсутствии заряда мир обязательно становится замкнутым.

Существенно отметить одно фундаментальное свойство таких миров: если в начальный момент времени возник полузакрытый мир со сколь угодно большим электрическим зарядом, то такая система оказывается неустойчивой – она стремится уменьшить свою полную массу за счет бурного рождения различного рода пар заряженных частиц, уменьшить свой полный электрический заряд и таким образом как угодно полнее замкнуться[12]. Система и в этом случае, по-видимому, стремится к некоторой одной и той же предельной системе с полным электрическим зарядом $Z < 137e$ независимо от величины начального электрического заряда, которая может быть сколь угодно большой.

Есть основания думать, что конечное значение заряда может быть близко к заряду элементарной частицы. Такую систему в ее конечном состоянии будем называть фридмоном. Фридмон с его удивительными свойствами не является, однако, порождением поэтической фантазии – без всяких дополнительных гипотез система уравнений Эйнштейна–Максвелла содержит фридмонные решения.

Не случайно мы подчеркнули фундаментальность обсуждаемых свойств заряженного "почти фридмановского" мира: то, что полная масса нейтрального фридмановского мира может быть равной нулю, – это строгий результат теории; то, что полузамкнутый мир обладает конечной, вообще говоря, макроскопической массой, – это строгий результат теории. Утверждение же, что незамкнутость может быть микроскопической и вести к микроскопическому значению полной массы такого мира, естественно, воспринимается как далеко идущая экстраполяция. И "здоровый консерватизм" научного мышления вправе бы отнестись к такому предположению скептически. Однако то обстоятельство, что в заряженном почти фридмановском мире само собой устанавливается фридмонное состояние с действительно микроскопическими значениями заряда, внешних размеров и массы, дает нам право подчеркивать фундаментальный характер этих свойств рассматриваемых систем[13].

Фундаментальность этих свойств заключается в том, что параметры эти в конечном состоянии системы, как оказывается, одни и те же при самых различных

---

[12] Сильное электрическое поле вблизи границы этой системы вызывает рождение, в частности, электронно-позитронных пар. Если система заряжена электронами, то позитрон рожденной пары, падая на систему, уменьшает ее полный заряд, а электронная компонента рожденной пары отталкивается зарядом системы на бесконечность.

[13] Для строгости утверждения здесь мы должны сделать оговорку, а именно: что наши рассуждения ведутся в основном в рамках классической, т.е. неквантовой, теории. Правда, утверждение, что полный конечный заряд фридмонов обладает микроскопическими значениями, что величина заряда может быть и близка к заряду электрона, имеет квантово-механическое основание. Что касается микроскопичности значения полной массы, то на основании неквантовой теории мы вправе лишь строго утверждать, что полная масса фридмона меньше, чем 10^{-4}–10^{-5} г. Лишь дальнейшие исследования в рамках квантовой теории могут уточнить значение полной массы фридмона.

начальных состояниях таких полузамкнутых миров (произвольное число атомов, произвольный начальный электрический заряд).

Это дает возможность обсуждать ансамбли фридмонов как новый класс тождественных по своим свойствам частиц микромира[14].

Мы видим, что современная физика дает возможность совершенно по-новому трактовать содержание понятия "состоит из...". Вселенная в целом может оказаться микроскопической частицей. Микроскопическая частица может содержать в себе целую Вселенную...

Сама возможность такого объединения противоположных свойств – свойств ультрабольшого и ультрамалого объекта, ультрамакроскопического и ультрамикроскопического – представляется не менее удивительной, чем объединение в одном объекте свойств корпускулы и волны.

Трудно представить себе, что такая, правда пока теоретическая, возможность является случайной.

Естественно предположить, что проблемы Вселенной и проблемы элементарных частиц завязаны в один тугой узел.

Употребляя термин "Вселенная", мы имели в виду вселенную, так сказать, с маленькой буквы: содержание понятия фридмона допускает возможность неограниченного числа таких вселенных. Но в рамках развиваемых соображений возможен и своеобразный вариант Вселенной с большой буквы.

Действительно, если наше скопление галактик, наша Вселенная может оказаться фридмоном, то совокупность подобных фридмонов вместе с другими формами материи вновь может образовать Вселенную и вновь со свойствами фридмона...

Другими словами, двигаясь по этой последовательности все "выше" и "выше"[15], т.е. описывая поверхности, включающие все большее и большее число звеньев этой последовательности, мы можем получить повторяющиеся ситуации, когда полная масса ограниченной таким образом системы будет оказываться близкой к нулю.

Гравитационный дефект масс делает в принципе возможным существование такой модели Вселенной в целом. В такой концепции нет первоматерии и иерархия бесконечно разнообразных форм материи как бы замыкается на себя.

---

[14] Строго говоря, мы не можем утверждать, что фридмоны являются действительно новым классом микроскопических частиц, не можем мы также утверждать и то, что известные нам так называемые элементарные частицы не являются фридмонами или какой-то комбинацией фридмонов, если последние могут играть, например, роль так называемых кварков. Возможность для подобных гипотез является пока открытой. Ответы на последние вопросы может дать рассмотрение заряженного, почти замкнутого мира в аппарате квантовой теории. Пока такое исследование не проведено.

[15] Или "ниже" и "ниже", если мы хотим быть строго логичными до конца, со всеми вытекающими отсюда последствиями. Другими словами, Вселенная может оказаться в этом смысле симметричной и бесконечной в "обе стороны".

Если сильные взаимодействия ядерных сил могут не оставлять в ряду всех частиц места для какой-то выделенной истинно фундаментальной частицы, то в условиях сильных гравитационных взаимодействий при осуществлении известных критических плотностей материи может не оказаться выделенного "структурного" центра и в структуре Вселенной в целом: ее структурными элементами могут оказаться вселенные...

* * *

Современная физика все дальше и дальше отходит от старых механистических метафизических концепций и становится все более и более диалектической[16].

Стало естественным и обычным понимание соотношения абсолютной и относительной истины, к которому физики шли трудным путем, преодолевая наследство метафизического материализма.

Природа щедро раскрывает перед исследователем все новые и новые неожиданные проявления единства противоположных свойств материального мира. Раскрытие единства волновых и корпускулярных свойств материи, прерывности и непрерывности явилось началом новой эры в физике.

В последнее время все более и более проникает в физику понимание фундаментальной роли всеобщего взаимодействия в установлении взаимных связей единичного и общего.

Согласно современному пониманию структуры элементарных частиц, единичное – данная элементарная частица – немыслима без всех родов элементарных частиц. В конкретной ли форме "бутстрапа" или в какой-то аналогичной форме, но в этом смысле единство отдельного и общего должно неизбежно реализоваться в будущей теории.

Важно, что понимание существования такого единства уже возникло. "Все" в природе связано со "Всем". И это физически дает бесконечное число разнообразных связей, ведущих к богатству свойств единичного объекта. Можно думать, что со временем возникнет понимание единства элементарной частицы и Вселенной, ультрабольшого и ультрамалого. Будет ли это единство раскрыто в теории, подобной теории фридмонов, или на каком-то другом пути, но сама тенденция соответствует духу материалистической диалектики.

Еще раз хочется подчеркнуть, что от древнейших времен до настоящего времени существуют две альтернативные концепции о природе материи. Одна из них связана с верой в существование бесконечной иерархии форм материи. Сторонники этой концепции, говоря языком Лукреция, "никогда никакой границы дроблению не ставят". А другая концепция связана с верой в существование предела "дробления" в виде абсолютных атомов или с более общим утверждением о возможном существовании некой первоматерии. Теперь удается сформулировать совершенно новую, третью концепцию, не сводящуюся ни к одной из двух. Как и предыдущие, третья концепция лежит тоже в области веры (гипотезы), но она так же логически допустима, как и те две. Преимущество второй и третьей концепций перед первой заключается в возможности (в конце концов) их экспериментальной проверки.

В изложении проблемы первоматерии речь идет также о некотором новом, в принципе возможном физическом объекте – электрически заряженном объекте с полузамкнутой метрикой. Само по себе существование подобных массивных и заряженных относительно большим электрическим зарядом объектов не может вызвать каких-либо возражений. Такая возможность допускается решениями

[16] Это добавление было написано М.А. Марковым позднее и опубликовано впервые в книге: М.А. Марков. "О природе материи". М.: Наука, 1976. С. 146–150. – *Примеч. сост.*

уравнений общей теории относительности. Но нами часто подчеркивается одна особенность таких объектов, которая трактуется как имеющая фундаментальное значение в проблеме материи.

Это то свойство рассматриваемых объектов, в результате которого они, если даже и возникли первоначально с различными как угодно большими начальными зарядами, быстро теряют свой заряд и полную массу в процессе образования электронно-позитронных пар, превращаясь независимо от первоначальных как угодно произвольных значений зарядов в конечные, тождественные между собой микроскопические образования – фридмоны с зарядом порядка 1 и с массой 10^{-5} г. Этот возможный своеобразный механизм образования идентичных микроскопических объектов из объектов вначале макроскопических вызвал настолько большие симпатии автора, что он возвращался к нему во многих своих статьях неоднократно.

Было сделано обобщение, правда гипотетическое, недоказательное, о возможности существования фридмонов и с другими, неэлектрическими зарядами. Имеются в виду заряды различных мезонных полей. Но несколько лет спустя возможности электромагнитного процесса образования нового класса идентичных частиц, казалось, был нанесен жестокий удар работами Руфини (1970 г.) и Хокинга [3].

Теорема Руфини и Хокинга в упрощенном изложении утверждает, что масса данного объекта, о котором шла речь (типа фридмона, который, в сущности, эквивалентен так называемой черной дыре), может только возрастать и никогда не может уменьшаться. Эта теорема имеет силу и для нашего заряженного объекта. Казалось бы, идее, столь привлекательной, этим самым был нанесен смертельный удар. Но дальнейшие размышления на эту тему привели к выводу, что теорема Хокинга справедлива в классической (неквантовой) физике, тогда как явление рождения электронно-позитронных пар – это чисто квантовое явление. Более того, далее удалось представить себе наглядную картину квантового нарушения теоремы Хокинга[17]. Изложение этой возможности дано в докладе на коперниковских торжествах в Варшаве (1973 г.). Доклад этот позже был напечатан в трудах Варшавского симпозиума [6, с. 106–131]. К идее о неизбежности более общего квантового распада черных дыр пришел и сам Хокинг[18].

Возможность фридмонов, заряженных мезонным зарядом, неожиданным образом также подверглась "смертельной опасности". Действительно, согласно утверждению Уиллера, при образовании объектов, подобных рассматриваемым нами (возникновение черных дыр в результате коллапса), вне их (этих объектов) должны исчезать все поля, кроме электромагнитных и гравитационных. Согласно

[17] Речь идет о таком возможном рождении электронно-позитронных пар, когда компоненты пары находятся по разные стороны от так называемой поверхности Шварцшильда, уменьшая таким образом внутренний заряд объекта и его массу.

[18] Приводит ли хокингское излучение к полному исчезновению черных дыр или же в области максимонных масс и длин вступают в игру квантовые закономерности (например, так называемые флуктуации метрики или нулевые колебания материи, заключенные в столь малом объеме), которые делают эти конечные состояния (максимонов) устойчивыми? Это фундаментальный и пока не решенный вопрос квантовой теории гравитационного поля.

этой точке зрения, источники (заряды) различных мезонных полей как бы "захороняются" под сферой Шварцшильда без всякой возможности для их внешнего проявления. Это обстоятельство Уиллер образно формулирует фразой: "Черные дыры не имеют волос". Правда, в некоторых случаях можно было критиковать математическую строгость многочисленных исследований по этой проблеме. Критика эта излагалась в ряде работ [4]. Но многочисленность работ, утверждающих "отсутствие волос" у черных дыр, создала уже такое научное общественное мнение, что критика этих работ в общем звучала как "глас вопиющего в пустыне". Видимо, просто считалось, что те некорректности, на которые указывалось, могут быть преодолены при дальнейших исследованиях, т.е. опять-таки речь идет о той же агрессивности новых идей, в известном смысле преуспевающих, т.е. приемлемых в большом кругу исследователей. Не исключено, что эти идеи в дальнейшем окажутся действительно вполне корректно обоснованными. Но в последнее время эти идеи (захоронение барионов, но не нарушение закона сохранения барионного заряда и отсутствие соответствующих "волос") привели к существенному затруднению.

Действительно, при излучении энергии черными дырами (по Хокингу) при уменьшении масс и возможном полном исчезновении черных дыр должен нарушаться закон сохранения мезонного (вернее, барионного) заряда, что считается пока нежелательным. Таким образом, дальнейшая судьба идеи отсутствия "волос" у черных дыр, т.е. обсуждаемых нами объектов, может оказаться под вопросом. Возможно также, что для мезонных фридмонов как квантовых объектов столь малых масс закон Уиллера об отсутствии "волос" вообще "не писан".

С самого начала возникновения идей возможного существования такого рода микроскопических объектов (максимонов, 1965 г.) явилась соблазнительной и идея рассмотреть возможности использования подобных частиц в качестве структурных элементов, например адронов. Другими словами, возложить на эти частицы роль, подобную роли кварков и партонов. Здесь мы не собираемся строить конкретную модель адронов, состоящих из частиц такого рода. Мы лишь обращаем внимание на то обстоятельство, что в ряде работ, посвященных кварковой структуре адронов, предполагаются кварки как угодно тяжелых, до бесконечно тяжелых масс включительно. Мы лишь хотели привлечь внимание соответствующих авторов (если исследования в этом направлении будут продолжены), указав, что на "пути" к бесконечно тяжелым структурным объектам имеются "заранее заготовленные", возможно, реально существующие объекты. Эти объекты по сравнению с известными элементарными частицами имеют массу на много порядков большую. С другой стороны, эти объекты являются действительно микрочастицами, так как в пространственном смысле они значительно (на много порядков) меньше тех размеров, которые обычно фигурируют при обсуждении экспериментов о рассеянии лептонов на адронах. Более того, как следует из дальнейшего, число максимонов различной природы можно значительно увеличить, рассматривая, кроме нестатической, и статические метрики при описании частиц в общей теории относительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аристотель*. Метафизика. М.; Л., 1934.
2. *Фредерикс В.К., Фридман А.А.* Основы теории относительности. Л., 1924. Вып. 1.
3. *Hawking S.* // Phys. Rev. Lett. 1971. Vol. 26.
4. *Hawking S.* // Nature. 1974. Vol. 248.
5. *Hilbert D.* Gesammelt Abhandlungen. Bd. 3. Grundlagen der Physik. B., 1935.
6. *Markov M.A.* // Symp. Proc. "Gravitation, radiation and gravitational collapse" / Ed. C. De Witt-Marette. L., 1974.

МАКРО-МИКРОСИММЕТРИЧЕСКАЯ ВСЕЛЕННАЯ*

Человека всегда интересовал мир в "огромном целом" – Вселенная. Опыт человека и даже человечества ограничен во времени и пространстве, поэтому представление о мире в целом всегда являлось и является экстраполяционным представлением. Эта экстраполяция в стремлении найти обоснованное в какой-то мере суждение о мире "в целом" всегда была направлена, коротко говоря, "от меньшего к большему". В этом смысле можно говорить о "стреле" исследований, направленной на постижение характерных свойств мира как целого. Действительно, двигаясь в своем исследовании окружающего нас мира от "меньшего к большему" – от исследования земных расстояний к межпланетным, к межзвездным и далее, мы поразительно многое узнали о существенной части Вселенной.

Но, спрашивается, единственный ли это путь исследования Вселенной?

В дальнейшем речь пойдет о том, как этот путь исследования от "меньшего к большему" может действительно оказаться не единственно мыслимым путем познания Вселенной, именно Вселенной как "Мира в целом".

Во всяком случае, в рамках современных представлений о геометрических свойствах пространств, определяемых распределением плотности вещества, могут оказаться ситуации, когда исследование "от меньшего к большему" может неожиданно привести снова к "меньшему", к расстояниям и закономерностям микромира.

А исследование "от большего к меньшему", от макромира к объектам микромира может снова привести к "большим", к огромным, ультрамакроскопическим размерам, снова привести к мирам макроскопических явлений.

В этом, казалось бы, парадоксальном утверждении, как мы увидим ниже, нет никакого парадокса, оно даже не является следствием каких-либо экстравагантных гипотез, изменяющих природу физических законов, установленных или, скажем осторожнее, пока общепринятых в науке. Можно напомнить, что мечтатели, поэты с давних пор в своих фантазиях пытались в разных формах воспроизводить повторяемость явлений макрокосмоса в поэтическом микромире.

Эти поэтические картины рисовались и в глубокой древности последователями

---

* Будущее науки. М.: Знание, 1973. Вып. 6. С. 68–81.

Будды, и поэтами недавнего прошлого. Относительно недавно В. Брюсов в своем стихотворении "Мир электрона" также коснулся этой темы:

Быть может, эти электроны –
Миры, где пять материков,
Искусство, знанья, войны, троны
И память сорока веков!

Еще, быть может, каждый атом –
Вселенная, где сто планет;
Там все, что здесь в объеме сжатом,
Но также то, чего здесь нет.

Впрочем, как это часто бывает, реальность, действительность оказывается богаче поэтической фантазии.

И та картина, возможность которой возникает на основе строгих теорий, выглядит в этом смысле более фантастической, более богатой и разнообразной по своему содержанию.

Дело в том, что, согласно общей теории относительности, в физическом мире реализуются неевклидовы геометрии. И вот эти новые возможности, неизвестные мечтателям прошлого времени, естественно, отсутствуют и в поэтических фантазиях.

В настоящее время, именно после Эйнштейна (1916 г.), возникло понимание того, что геометрические свойства пространства реального мира существенным образом определяются распределением материи: что отношение длины окружности, например, к радиусу в реальном пространстве не является данной a priori. В реальной физической системе это отношение зависит от плотности вещества в данной системе. После Фридмана (1922 г.) возникло понимание и того, что сами длины, отрезки линий, радиусы, физические "линейки" могут оказаться непостоянными во времени: они могут со временем, например, увеличиваться или уменьшаться. Как известно, есть серьезные основания полагать, что в нашем реальном мире в настоящее время происходит удлинение "линеек". Это удлинение "линеек" пропорционально их длине и заметно лишь на очень больших расстояниях, где оно наблюдается как радиальное движение отдаленных звезд. Или, что то же, согласно этим экспериментальным данным, Вселенная наша нестатична, т.е. ее пространство нестатично, оно расширяется с некоторой скоростью, зависящей от расстояния.

Не исключено также, что Вселенная наша имеет конечные размеры, что пространство наше, отмеряемое от заданной точки, имеет конечный радиус. Не исключено также, что в известном смысле оно замкнуто или почти замкнуто[1], что и процесс расширения Вселенной ограничен некоторым ее максимальным радиусом[2] a_0. Этот радиус мира a_0 полностью определяется количеством материи массой M_0,

---

[1] В этом случае говорят также: "метрика" пространства является закрытой.

[2] В закрытой метрике Фридмана радиус мира зависит от некоторого параметра r в виде $a = a_0(1 - \cos\eta)$, а параметр η, в свою очередь, просто связан со временем τ: $\tau = a_0/c\,(\eta - \sin\eta)$.

содержащейся во всей Вселенной:

$$a_0 = \frac{2\varkappa M_0}{3\pi c^2}, \quad (1)$$

где $\varkappa$ – гравитационная константа, c – скорость света.

Для дальнейшего необходимо сказать несколько слов о понятии замкнутости пространства.

Пусть какая-то материальная система в данный момент характеризуется плотностью вещества, одной и той же по своему значению во всех точках системы. Если плотность вещества достаточно большая, то, согласно общей теории относительности, могут существенно измениться геометрические свойства пространства. Упомянутое выше отношение длины окружности к радиусу может, например начиная с некоторого значения, уменьшаться с ростом радиуса, которым описана эта окружность.

А в пределе при некотором радиусе r_0 это отношение может оказаться равным нулю. Именно такая ситуация возникает в закрытом пространстве, например, Эйнштейна или Фридмана.

Повторим описание обсуждаемой ситуации не в плоскости, а в трехмерном пространстве. Выбирая произвольную точку в данном пространстве, заполненном веществом, мы описываем вокруг этой точки сферы со все возрастающим радиусом, каждый раз замеряя всю поверхность данной сферы.

Если плотность вещества достаточно велика, мы можем обнаружить такую закономерность: вначале с ростом радиуса поверхность сферы возрастает, но затем после некоторого значения радиуса поверхность сферы начинает непрерывно уменьшаться[3].

Здесь мы вступаем в конфликт с наглядным привычным представлением, основанным на нашей практике. Непривычным оказывается то, что с увеличением радиуса сферы мы заключаем в описываемую сферу все большее и большее количество атомов вещества, а поверхность сферы, внутри которой находится это вещество, с ростом радиуса уменьшается. Более того, при некотором предельном радиусе r_0 вся поверхность сферы может стянуться в точку – как говорят, пространство данной системы замыкается.

Таким образом, можно очень грубо изобразить свойства пространства закрытого мира. В настоящее время обычно обсуждаются нестатические закрытые миры. Такой сферический мир способен расширяться до размеров некоторого радиуса a_0, даваемого формулой (1). Минимальная плотность вещества в этот момент

---

[3] Математически радиус в таком пространстве задается, например, величиной $r \sim a_0\chi$, где χ меняется от нуля до π, а поверхность, описываемая этим радиусом, задается выражением

$$S = 4\pi a_0^2 \sin^2\chi. \quad (2)$$

Из этой формулы видно, что с ростом радиуса при изменении χ от нуля до $\pi/2$ поверхность растет от 0 до $S = a_0^2$, но при дальнейшем увеличении радиуса (роста χ от $\pi/2$ к π) поверхность сферы начинает уменьшаться и при $\chi = \pi$ (т.е. $\sin\pi = 0$) поверхность стягивается в точку.

мгновенного покоя материи дается выражением

$$\rho_{min} \sim \frac{c^6}{\varkappa^3 M_0^2}. \qquad (3)$$

Хотелось бы подчеркнуть то очень важное обстоятельство, что закрытый мир в принципе может образоваться любых малых размеров (любых $a_0 = a_{max}$) из вещества любой массы M_0. Но необходимая однородная плотность материи должна в момент максимального расширения объекта удовлетворять соотношению (3).

Если, например, массу вещества, равную массе Галактики ($M_0 \sim 10^{44}$ г), замкнуть в такой мир Фридмана, то этот мир, согласно (1), имел бы максимальные размеры $a_{max} \sim 10^{10}$ км и минимальную плотность $\rho_{min} \sim 10^{-4}$ г/см^3.

Переходя к большим плотностям (ρ_{min}), можно ограничиться меньшими массами M_0 для образования соответствующего закрытого объекта.

Для массы, равной Солнечной ($M_0 \sim 10^{33}$ г), максимальные размеры закрытого мира становятся порядка 1 км, а плотность – близкой к ядерной: $\rho_{min} \sim 10^{18}$ г/см^3.

Если отважиться и взять массу[4] $M_0 \sim 10^{-5}$ г, то соответствующий "радиус мира" для данной замкнутой системы возникает в виде известной со времен Планка комбинации констант размерностью длины[5] $a_{max} = \sqrt{\varkappa/\hbar c} \sim 10^{-33}$ см.

Одно из характерных свойств закрытых систем заключается в том, что полная масса закрытого мира (или полная энергия) неизбежно равна нулю.

Это свойство системы интерпретируется таким образом, что гравитационное притяжение, которое действует между частицами, уменьшает полную энергию системы до такой степени, что она оказывается в точности равна нулю[6]. Или, что то же, оказывается равной нулю полная масса системы. И это при наличии огромного числа атомов в ней.

Если какой-либо сферической поверхностью вырезать часть закрытого мира, если, другими словами, описать вокруг какой-то точки сферу радиусом $r_0 \sim a_0\chi$ и удалить всю материю за пределами этой сферы, т.е. в области больших r_0, то оказывается, что в этом случае полная масса вещества внутри сферы отлична от нуля. Более того, при χ от $\chi = 0$ до $\chi = \pi/2$ полная масса непрерывно возрастает, но при радиусах $r = a_0\chi_0$, где $\chi_0 \geqslant \pi/2$, полная масса начинает уменьшаться. И когда берется все пространство системы ($\chi = \pi$), полная масса обращается в нуль[7].

---

[4] Это значение массы любопытно тем, что его можно построить из мировых констант $\sqrt{\hbar c/\varkappa} \sim 10^{-5}$ г, где $\hbar$ – постоянная Планка.

[5] Но при таких малых параметрах мы вступаем в пока не исследованную область квантовой гравитации.

[6] То есть в момент покоя всех частиц полная энергия системы равна энергии покоя всех частиц ($N = mc^2$) минус энергия гравитационного взаимодействия всех частиц друг с другом $\left(\varkappa \frac{m_i m_k}{r_{ik}}\right)$. В закрытом мире полная энергия системы равна нулю.

[7] Полная масса вещества внутри сферы радиуса $r_0 = a_0\chi_0$ равна $M_{tot} \simeq {}^4\!/_3 \pi\mu_0 a_0^3 \sin^3\chi_0$, где μ_0 – плотность вещества в этот момент.

Но здесь мы подходим к изложению одной из удивительных возможностей, реализация которой не может не поражать наше воображение.

Действительно, если в рассматриваемой системе взять χ_0 близким к π (т.е. $\chi_0 = \pi - \delta$, где δ очень мал), то полная масса системы может быть как угодно близка к нулю, она может быть в принципе равна, например, массе какой-либо элементарной частицы, например массе нейтрона. А внешняя сфера, которая окружает систему, согласно (2), при малости δ может иметь также соответствующие микроскопические размеры.

Таким образом, наблюдателю, находящемуся вне рассматриваемой сферы, система представляется микроскопической массы и микроскопических размеров.

Но эта картина не зависит от того, сколько вещества находится внутри этой малой поверхности. Ведь если бы удалось проникнуть внутрь этой малой сферы и двигаться к ее центру от $\chi = \pi - \delta$ к $\chi = \pi/2$, то соответствующие сферы быстро бы увеличивались в своих размерах. Размеры быстро стали бы макроскопическими, а затем ультрамакроскопическими. Мы могли бы встречать на своем пути звезды, галактики, небесные тела с организованной жизнью, если угодно, и цивилизации... И все это заключено во внешнюю сферу микроскопических размеров.

Правда, рассмотренный пример оставляет некое подозрение в его искусственности: операция вырезания из закрытого мира какой-то его части – это, конечно, в принципе мысленный эксперимент. Но почему такие почти замкнутые миры (будем говорить осторожнее – системы[8]) обязательно должны реализоваться в природе?

В данном случае природа удивительным образом идет навстречу этим поразительным возможностям. Кроме равенства нулю полной массы закрытого мира, как оказывается, должен быть равен нулю его полный электрический заряд.

Если, например, мы приготовили какую-то систему, которая по своим параметрам должна была бы иметь закрытую метрику, и если эту систему "подпортить" внесением электрического заряда, то система "откажется" быть закрытой. Это значит, что, описывая сферические поверхности вокруг "центра" системы, мы бы имели вначале с ростом радиуса знакомую нам картину, т.е. вначале поверхности сфер увеличивались бы, как и раньше, до $\chi = \pi/2$, затем, если электрический заряд не очень большой, как и раньше, поверхности этих сфер соответственно уменьшались бы. Но в отличие от случая незаряженной системы уменьшение сфер не идет безгранично – оно останавливается на какой-то минимальной сфере (горловине), а затем с ростом радиуса поверхности они начинают снова возрастать. На больших радиусах геометрия становится евклидовой и поверхность сферы как угодно приближается к численному выражению, даваемому привычной формулой $S = 4\pi r^2$.

Наблюдатель, находящийся в области этих больших r, на относительно больших расстояниях от системы "видит" ее в виде объекта, максимальные размеры которого характеризуются минимальной сферой.

Естественно, что величина этой минимальной сферы зависит от величины полного электрического заряда системы.

---

[8] Дело в том, что рассмотрение закрытой метрики обычно ведется в применении ко Вселенной в целом.

Расчеты дают для радиуса этой минимальной сферы (горловины) выражение $r_h = \varepsilon\sqrt{\varkappa}/c^2$, где ε – полный электрический заряд системы. Но самое поразительное, что природа еще дальше идет навстречу обсуждаемым возможностям. Оказывается, что в этом случае возникает такая ситуация, при которой система автоматически стремится уменьшить свой полный электрический заряд до некоторого минимального заряда за счет своеобразного зарядового излучения.

Как оказывается, в области вблизи минимальной сферы возникает предельно большое электростатическое поле[9], способное в пустоте порождать электронно-позитронные пары. Если система, например, вначале была заряжена отрицательным зарядом, то позитрон рожденной пары будет падать на систему, уменьшая ее полный заряд, а электрон пары излучится, уйдет в пределе на бесконечно большое расстояние от системы.

Оценки показывают, что этот процесс уменьшения полного заряда системы идет при любом начальном заряде до одного и того же конечного значения заряда[10] $Z_f < 137e$, очень возможно, близкого или даже равного e – одному заряду электрона. Полная масса всей системы в этом конечном состоянии оказывается равной $m_f \sim e/\sqrt{\varkappa} \sim 10^{-6}$ г, а размеры системы для внешнего наблюдателя (горловинная сфера) $r_h \sim 10^{-34}$ см.

Не будет назойливым напомнить, что "внутри" этого микроскопического объекта могут находиться звездные системы, галактики, цивилизации...

Подобные объекты были названы фридмонами: их метрика становится метрикой закрытого мира Фридмана при заряде, стремящемся к нулю. Пока не исключено, что подобные объекты могут возникать не только из рассматриваемых фридмановских систем, возмущенных присутствием электрического заряда. Более того, если "приготовленную" в мысленном эксперименте модель фридмановской закрытой системы (пылевидная материя без давления) привести в как угодно медленное вращение, то в силу закона сохранения момента вращения, так же как и в случае заряда, метрика системы окажется незамкнутой: ее полная масса будет определяться только энергией вращения[11] (моментом вращения), именно $M_{\text{tot}} = \sqrt{Ic/\varkappa}$, где I – момент вращения.

---

[9] Этот электростатический потенциал имеет предельно большое значение $\varphi = c^2/\sqrt{\varkappa}$, которое не зависит от величины электрического заряда. С увеличением заряда увеличивается лишь незамкнутость системы – радиус горловины. Сферы, о которых идет речь выше, выполняют как бы роль линз: с уменьшением поверхности сферы увеличивается плотность силовых электрических линий, и когда потенциал достигает значения $\varphi = c^2/\sqrt{\varkappa}$, дальнейшее увеличение плотности силовых линий становится невозможным, следовательно, становится невозможным дальнейшее уменьшение поверхности сферы.

[10] *Марков М.А., Фролов В.П.* Теоретическая и математическая физика. М., 1970. Т. 3.

[11] Хотя внешняя метрика вращающейся системы является метрикой Керра – метрикой с осевой симметрией, этот объект все же целесообразно называть "вращающимся фридмоном", так как при $I \to 0$ внутренняя метрика системы стремится к метрике Фридмана. Правда, переход к предельному случаю ($I \to 0$) требует более осторожного рассмотрения, так как при $I \to 0$ может оказаться не полностью закрытым мир Фридмана.

Как и в случае заряженной системы, которая стремится стать предельно закрытой, излучая заряд, так и вращающаяся система с такими свойствами, по-видимому, стремится различными путями свести свой момент вращения к минимальному значению $\hbar$ и полную массу – к значению $m \to \sqrt{\hbar c / \varkappa}$, очень близкому к массам различных фридмонов, о которых шла речь выше.

Таким образом, в рамках общей теории относительности могут реализоваться системы с внешними микроскопическими параметрами (массой, зарядом, размерами), внутренняя структура которых представляется ультрамакроскопическим миром. Поражает существование описанного выше автоматизма в образовании фридмонных ансамблей тождественных частиц.

Если бы Господь Бог по своему произволу начал творить вселенные с критической плотностью, вселенные, различные по числу галактик, по уровню существующих цивилизаций, по полному электрическому заряду, то через некоторое время творец увидел бы вместо различных вселенных ансамбль[12] тождественных микроскопических частиц – электростатических фридмонов...[13]

Таким образом, перед нами возникают объекты микромира типа элементарных частиц с такой удивительной внутренней макроскопической структурой. Возникает вопрос, не являются ли все так называемые элементарные частицы различными видами фридмонов. Подобная картина с некоторой точки зрения очень соблазнительна: в духе фантастических романов полагать, что в глубинах (действительно, в глубинах) какой-либо элементарной частицы на какой-то планете находится автор, который также пишет статью для своего издания "Будущее науки" о микро-макросимметрической Вселенной.

Но отождествляя элементарные частицы с фридмонными системами, мы вступаем на путь гипотетических утверждений, которые мы пока не можем сопоставить с соответствующей теорией элементарных частиц, хотя a priori нельзя утверждать, что подобная теория принципиально не может быть построена. В случае успеха мы обладали бы в высшей степени монистической концепцией всего сущего.

Хотелось бы подчеркнуть, что, анализируя возможность существования таких объектов, как различные по своей природе фридмоны, мы не строили каких-то специфических гипотез, а исследовали различные ситуации в строгих рамках

---

[12] Напомним, что ансамбль данного типа фридмонов, например фридмонов электростатических, является действительно ансамблем тождественных частиц, частиц, тождественных по своим внешним параметрам, но по своим внутренним структурам все члены ансамбля могли бы различаться между собой самым кардинальным образом. Фридмон может включать в себя целую вселенную со всеми своеобразиями этих ультрамакроскопических образований, но минимальное количество материи, которая может образовать фридмон, это где-то около 10^{-5}–10^{-6} г:

$$m^f_{\text{class}} \sim e/\sqrt{\varkappa} \sim 10^{-6}\ \text{г}; \quad m^f_{\text{quant}} \sim \sqrt{\hbar c/\varkappa} \sim 10^{-5}\ \text{г}.$$

Можно высказать гипотезу, что где-то при этом значении массы лежит верхняя граница собственной энергии элементарной частицы, максимальное значение массы, которым элементарная частица в принципе могла бы обладать (так называемый максимон).

[13] Не исключено, что все эти вселенные в конце концов оказались бы замкнутыми, т.е. излучившими свою предельную "внешнюю массу".

современной теории. Исследовались такие ситуации, для которых характерны не нарочитая надуманность и исключительность, а наоборот, автоматизм возникновения и в данных условиях своего рода неизбежность.

Теперь, после несколько затянувшегося введения, мы подходим непосредственно к обсуждению возможного своеобразного взгляда на Вселенную, на "Мир в целом". По идее, содержание предыдущих страниц призвано сделать понятным положение, анонсированное в самом начале статьи: «...могут оказаться ситуации, когда исследование "от меньшего к большему" может неожиданно привести снова к "меньшему"...».

Эта фраза, брошенная во введении, без дальнейшего, конечно, звучала как парадокс. Теперь же раскрывается в полной мере ее конкретный, по-своему обыденный и прозаический смысл.

С точки зрения изложенного выше не исключено, что окружающий нас мир представляет собой некий фридмон[14]. Это означало бы возможность существования "внешнего" по отношению к нашему фридмону пространства, с которым наш мир связан через горловинную сферу микроскопических размеров. Это значило бы, что для наблюдателя в "том пространстве" в его экспериментах наша Вселенная представляется объектом микроскопически малой массы с микроскопически малыми размерами.

Итак, призываем на помощь в мысленном эксперименте существа типа "максвелловского демона", который в своем полете от "центра" нашей Вселенной к ее горловине, пройдя ультрамакроскопические межгалактические расстояния, в горловине снова встретился бы с ультрамикроскопическими параметрами и, вылетая "наружу" через горловину, с удивлением обнаружил бы, что та Вселенная, откуда он "родом", представляется здесь микроскопическим объектом.

На этом путешествие исследователя могло бы и кончиться.

В этом случае мир как целое и его структура исчерпывались бы образом фридмона в бесконечном, например евклидовом, пространстве. Но могло бы случиться и иначе. Действительно, если в этом новом для него пространстве существуют и другие фридмоны, и другие элементарные частицы, которые здесь также группируются в макроскопические тела – планеты, звезды, галактики, то путешественник снова в своем дальнейшем полете отмеряет ультрамакроскопические расстояния в световых годах. Но средняя плотность вещества и в этом другом пространстве может оказаться близкой к критической, другими словами, это новое пространство также может оказаться почти замкнутым и снова связанным микроскопической горловиной со следующим пространством... В принципе такая повторяемость микроскопического и макроскопического может быть неограниченной. И в этом смысле мыслим своеобразный вариант бесконечной Вселенной. Но эта бесконечность с повторяемостью микро- и макромиров в принципе могла бы быть

---

[14] Если при дальнейшем экспериментальном уточнении окажется, что средняя плотность вещества в нашей Вселенной является критической (т.е. $\rho \approx 10^{-29}$ г/см^3), то в случае нейтральной материи метрика такой системы должна быть закрытой. Все соображения о такой структуре Вселенной справедливы, если квантовые эффекты не нарушат стабильность фридмонов и максимонов вообще. Правда, утверждение о замкнутости пространства имеет смысл с точностью до квантовых флуктуаций метрики.

продолжена (в смысле "стрелы" исследования, о которой шла речь в первых фразах статьи) и в другом, обратном направлении, а именно: наш исследователь, который начал путь с некоторой точки нашей Вселенной к отдаленным звездам, мог бы обнаружить при старте некий фридмон – микроскопический объект. Наделенный нетривиальной способностью проникать через горловину фридмона, путешественник мог бы обнаружить макроскопические объекты и целую Вселенную (если фантазировать, так фантазировать) – новые цивилизации.

Но среди объектов этого мира внимание мог привлечь снова какой-либо фридмон, и путешественник снова мог бы оказаться в области микромира. Но проникнув через горловину... и т.д.

Логично полагать, что, во всяком случае, в этом направлении также может не оказаться какого-то предела для такого мысленного путешествия.

Подобная возможность делает Вселенную в целом[15] симметричной в отношении "большого" и "малого", макро- и микроструктур. Такой вариант "Мира в целом" естественно назвать "Микро-Макро-Симметрической Вселенной". В этом варианте Вселенной осуществляется дальнейшая релятивизация наших понятий "макро" и "микро". Именно для нас окружающий мир представляется макросистемой, но если наш мир является своего рода фридмоном, то для наблюдателя "вне" его эта система может относиться к микромиру.

Конечно, нет никакого основания считать, что Вселенная в целом обладает именно такой структурой – это просто одна из возможностей в наших экстраполяциях, которая в принципе могла бы оказаться соответствующей действительности. Только в иллюстративных целях можно воспользоваться фантастическим путешественником, свободно вылетающим из горловины фридмонов и легко проникающим в эти своеобразные системы.

При такой "легкости" связи между мирами логично было бы обсуждать и проблему возможных коммуникационных связей между нашей цивилизацией и цивилизациями, существующими где-то внутри какого-либо другого фридмона.

Возможность подобной связи не так уж проста, как это представляется "максвелловскому демону" в его путешествиях[16]. Но надо помнить, что действительность все же может и здесь оказаться фантастичнее наших фантазий.

---

[15] В этом смысле в рамках развиваемых представлений целесообразно различать миры или вселенные с малой буквы, к ним мог бы принадлежать мир, в котором мы живем, если он представляется вовне неким фридмоном, и Вселенную с большой буквы, которая включает в себя все подобные миры, которая является истинным Миром в целом с его симметрическими макро- и микросвойствами.

[16] Например, для того чтобы достичь горловины полузамкнутой системы, внешнему наблюдателю (находящемуся в так называемой шваршильдовской системе) требуется бесконечно большое время.

О ТРЕХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯХ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

(об образовании понятия объективной реальности в человеческой практике)*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга состоит из двух частей. Часть I под тем же названием[1] была опубликована более 40 лет назад и представляет собой ответ на вопрос, дает ли появление квантовой механики какие-либо новые аргументы в пользу той или иной философской концепции, которые существовали до появления физики микромира. Здесь имеется в виду материализм[2], идеализм и позитивизм.

Этими тремя отношениями мысли к действительности, в сущности, исчерпывается все *гносеологическое* многообразие философских систем. Так как наше знание всего содержания микромира исчерпывается макроявлениями, вызываемыми взаимодействием микромира с макромиром, то можно сформулировать тезис, что *изучение микромира сводится к изучению особого класса макроявлений. Таким образом, отношения субъекта и объекта в этом смысле остаются отношениями субъекта и объекта, характерными для физики классической. Другими словами, к материализму, идеализму, позитивизму принципиально не добавляются ни новые ...измы, ни новые аргументы в пользу той или иной философской системы.*

В части I книги подчеркивается принципиальная познаваемость микромира.

Так как изучение микромира представляет собой изучение особого класса макроявлений (пузырьки в камере Вильсона, показания "стрелок" различных макроприборов и т.д.), то в части I книги эти явления именуются "проекциями микромира на макромир".

Изучение различных (всех) проекций свойств данного микрообъекта на макромир дает *исчерпывающее* представление о *данной* объективной реальности на языке макроскопических понятий (на языке наблюдаемых классической макроскопической физики). Исчерпывающее описание (познание) свойств микрообъекта макронаблюдателем, в частности, иллюстрируется примером возможности полного описания (познания) трехмерного конуса "плоскими жителями" плоскости. Изучение всех возможных *взаимно исключающих* пересечений (проекций) конуса с плоскостью дает представление "плоским жителям" о трехмерном конусе (объективной реальности) как объекте, обладающем в их плоском мире совокупностью противоречивых свойств (окружности, эллипса, параболы, линии).

В части I книги нами вводится специальный термин "кентавр" ("кентаврообраз-

---

* М.: Наука, 1991. 386 с.

[1] Статья "О природе физического знания", составляющая часть I, помещена в настоящей книге (см. с. 365–407), поэтому здесь она опущена и изложение начинается с части II. – *Примеч. сост.*

[2] Под материализмом нами понимается философская концепция, возникшая после Фейербаха, суть которой сформулирована Марксом в его "Тезисах о Фейербахе" (К. Маркс, Ф. Энгельс. Соч. Т. III. С. 1). Она отличается от метафизического материализма, в котором действительность рассматривается только в форме объекта, т.е. не в аспекте человеческой практики.

ность") для описания микрообъекта, если его свойства характеризуются в макроскопических понятиях противоречивыми свойствами, например электрон обладает свойствами волны и корпускулы ("кентавр").

Моя статья (1947 г.) вызвала ожесточенную дискуссию; ей был посвящен раздел в журнале "Вопросы философии"[3]. В последующие десятилетия в литературе не встречались даже упоминания об этой дискуссии. Лишь спустя почти 20 лет (1966 г.) Мюллер-Маркус в статье «Нильс Бор во "мраке" и "свете" советской философии» попытался сделать, в частности, обзор дискуссии 1947 г. Мне хотелось бы заметить, что тезис Бора о том, что "как бы далеко ни выходили явления за рамки классического объяснения, все опытные данные должны описываться при помощи классических понятий", пока не нашел своей теоретико-познавательной интерпретации ни в нашей, ни в зарубежной литературе.

1. Почему в такой категорической форме диктуется эта необходимость?

2. Почему такое описание гарантирует исчерпывающее знание природы исследуемых явлений?

3. Что собой представляет объективная реальность в рамках такого описания?

Именно эти проблемы трактуются в данной книге.

Следует также заметить, что, как показала прошедшая в 40-х годах дискуссия по поводу моей статьи, в основу дискуссии, на мой взгляд, легло непонимание тезиса Маркса о Фейербахе, непонимание несостоятельности метафизического материализма и процесса своеобразности познания действительности *в человеческой практике.*

Во всех многочисленных выступлениях, как критиковавших мою статью, так и поддерживавших ее, ни разу даже не упоминался тезис Маркса о Фейербахе, который был взят эпиграфом к моей статье и был основой ее содержания. Это замечание относится также к статье Мюллера-Маркуса.

Именно непонимание основной идеи статьи о возникновении представления об объективной реальности в естественных рамках *человеческой практики*[4] познания объективного мира явилось причиной того, чтобы возобновить давнишнюю дискуссию.

Конечно, можно было бы внести существенные коррективы в прежнюю статью, не ограничиваясь, как это видно из старого текста, несколькими фразами, снабдить статью Мюллера-Маркуса рядом комментариев, но часть II книги в какой-то мере выполняет эти функции.

Часть II книги, в сущности, начинается с раздела, озаглавленного "Вселенная как огромный игорный дом. Случайность и необходимость". С точки зрения автора этот раздел посвящен, может быть, самому неожиданному и в то же время самому фундаментальному открытию человека в науке о реальном мире, именно: открытию в природе существования случая – случайного явления, возникающего не в результате еще не познанной нами необходимости, а в результате *чистого* случая.

Причина, по которой мы начинаем изложение интерпретаций квантовой теории с обсуждения природы, скажем, абсолютной случайности, заключается в том, что

[3] Дискуссия о природе физического знания // Вопр. философии. 1948. № 1. С. 203–238.

[4] Отсюда и второе название книги: "Об образовании понятия объективной реальности в человеческой практике".

она присутствует во всех трех интерпретациях квантовой теории: копенгагенской, статистической и так называемой многомировой. В части II главным образом обсуждаются проблемы, связанные с так называемой редукцией волнового пакета.

ЧАСТЬ II. К РЕДУКЦИИ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

Переход от представлений классической физики, в частности классической механики, к физике квантовой механики исторически был не прост. Парадоксом выглядит утверждение, что В. Гейзенберг, которому принадлежит высокая честь открытия фундаментального для квантовой теории соотношения неопределенностей, или, что то же самое, принципа неопределенностей, согласно которому неточности в измерении импульса (p) частицы и одновременно ее координаты (q) связаны соотношением

$$\Delta q \Delta p \geqslant \hbar,$$

где $\hbar$ – постоянная Планка, сам допустил принципиальное непонимание этого принципа в существенной области его применения. В его чикагских лекциях 1929 г. можно прочесть:

"Заметим, однако, уже сейчас, что соотношение неопределенностей, очевидно, не относится к прошлому, так как если сначала известна скорость электрона, а затем будет точно измерено положение, то возможно и для времени *перед* измерением положения точно вычислить положение электрона. Для прошедшего времени произведение $\Delta q \Delta p$ меньше, чем обычная граница. Однако это знание прошлого имеет чисто умозрительный характер, так как оно никоим образом не входит как начальное условие в какое-либо вычисление будущей судьбы электрона и вообще не играет роли ни в каком физическом эксперименте" [8, с. 21].

Цитированное утверждение Гейзенберга ошибочно по существу как со стороны физического содержания относительно того, что одно знание прошлого не имеет отношения к знанию будущего, так и с точки зрения понимания новизны физических представлений о своеобразной реальности свойств частицы в микромире.

На первый вопрос, имеет ли отношение знание прошлого к знанию будущего, отвечает статья Эйнштейна, Толмана, Подольского [10, с. 631; 16, с. 780]. Авторы в описании некоторого мысленного эксперимента показали, что если воспользоваться утверждением Гейзенберга о возможности знания прошлого одной частицы, то, согласно приводимой ими схеме эксперимента, можно предсказать будущее некой второй частицы. Авторы полагали, что таким образом критикуются основы квантовой механики.

Мной было написано (в 1935 г.) письмо Н. Бору с критикой цитированного положения Гейзенберга. Н. Бор согласился с этим утверждением[5]. Вторая ошибка Гейзенберга, связанная с первой, относится к неправильному истолкованию специфичности квантовой физики и ее физических объектов. Гейзенберг, в сущности, допускает такое толкование обсуждаемой ситуации, согласно которому электрон *на*

[5] Моя статья с критикой цитированного утверждения Гейзенберга и переписка с Н. Бором опубликованы в [6].

самом деле обладает одновременно точными значениями импульса и координаты, но *мы не можем* их одновременно измерить.

Как это подробно развивалось в части I нашей книги, такое истолкование принципа неопределенностей, если бы оно было правильно, вело бы к философскому агностицизму.

Появление квантовой теории и ее многолетнее развитие характеризуются еще одним любопытным на первый взгляд парадоксом. Квантовая механика частиц со скоростями, меньшими скорости света, так называемая нерелятивистская квантовая механика, в известном смысле заключена в одном уравнении Шредингера $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi$, где $\hat{H}$ представляет собой, как говорят, *оператор*[6] кинетической и потенциальной энергии. Решение этого уравнения, т.е. функция ψ, в простом случае свободного движения частицы описывает некоторую волну. Поэтому ранее часто квантовую механику называли волновой механикой.

Мы знаем, что представляет собой волна в различных средах, в частности звуковая волна, волна в оптике.

Но как же физически интерпретировать решение уравнения Шредингера – ψ-функцию, волну в квантовой физике?

Со времени появления уравнения Шредингера (1926 г.) и до настоящего времени идут дискуссии физического толкования ψ-функции, физического толкования решения уравнения Шредингера. Упомянутый парадокс заключается в том, что, несмотря на отсутствие единого мнения о физическом толковании решения уравнения Шредингера, квантовая механика (в частности, уравнение Шредингера) бесконечно обогатила наше знание о микромире. Такая ситуация, другими словами,

---

[6] Мы употребили термин "оператор". Какой смысл имеет этот термин? Построение математического аппарата волновой (квантовой) механики носит, если можно так сказать, "рецептурный характер", как в сказке, когда волшебница изрекает: "Возьми то-то и то-то, поступай так-то и так-то, и ты достигнешь цели". Только появление этой рецептуры – не результат указаний волшебницы, а результат сложной познавательной деятельности поколений физиков-теоретиков, математиков и экспериментаторов. Для того чтобы получить уравнение Шредингера, представляющее собой математический аппарат нерелятивистской квантовой теории, рекомендуется слагающей импульса, например по оси x, сопоставить производную по x: $p_x \to \hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$; знак $\wedge$ над p_x означает, что речь идет не о числе, а об операции дифференцирования. Соответственно классическому соотношению кинетической энергии частицы $E_x = p_x^2/2M$, где M – масса частицы, сопоставляется *оператор* кинетической энергии $\hat{E}_x = -\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$. Полной энергии H (кинетическая $E = p^2/2M$ плюс потенциальная энергия $U(\mathbf{r})$) сопоставляется оператор

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \hat{U}(\mathbf{r}).$$

Операции дифференцирования по времени $\partial/\partial t$ сопоставляется оператор энергии $i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \to \hat{H}$. Умножая правую и левую части "операторного" равенства на ψ, мы получаем написанное в тексте уравнение Шредингера.

такая возможность в существенной части связана с тем, что квантовая физика возникла главным образом как физика атома, атомных систем. Была необходимость в объяснении количественных значений энергетических спектров атомных, молекулярных систем. Квантовая механика – уравнение Шредингера, а в релятивистской области (где v – скорость электрона, близкая к скорости света) уравнение Дирака – блестяще справилась с этой задачей. Решение волновых уравнений дает вместе с математическим видом функции ψ спектр оператора энергии $\hat{H}$ в данном "состоянии системы", т.е. ψ. От функции ψ часто требуется лишь свойство, чтобы интеграл от $\psi^*\psi$ (где ψ^* – функция, комплексно-сопряженная функции ψ) по всему пространству равнялся бы единице:

$$\int \psi^*\psi \, dv = 1.$$

Этот интеграл представляет собой в известном смысле "гробницу" физических свойств волновой функции ψ. Это свойство ψ-функции выполняется независимо от различных возможностей толкования ее физического смысла.

Перед тем как перейти к обсуждению различных физических интерпретаций квантовой физики, целесообразно уделить некоторое внимание проблеме "случайности". С открытием новых физических явлений (здесь мы имеем в виду явление радиоактивности начиная с α-распада) возникли такие формы случайных событий, которые вошли в противоречие с привычным толкованием случайности как непознанной необходимости. Как-то так получилось, что как философы, так и физики не обратили внимания на это обстоятельство, которое, по-видимому, представляет собой нечто самое важное и наиболее фундаментальное новое даже по сравнению со всеми последующими открытиями в физике микромира.

Итак, "случайность и необходимость".

Вселенная как огромный "игорный дом". Случайность и необходимость

Понятие "случайность" нам знакомо по ситуациям из нашей повседневной жизни. Анализируя конкретные примеры какого-либо так называемого случайного происшествия, мы обычно находим цепочку событий, которая необходимо приводит к данному происшествию. Мы даже часто говорим, что это происшествие возникло с необходимостью в результате известной цепочки событий. Так возникла интерпретация "случайности" как "непознанной необходимости". Такое представление о случайности уживается с понятием "вероятности" в рамках статистической механики.

Случайность в рамках статистической механики могла бы формулироваться как результат непознанной необходимости. Согласно этой точке зрения, никакой случайности в природе нет, а также ее нет и в коллективе как угодно большого числа взаимодействующих между собой частиц. Другими словами, если бы были известны начальные данные всех частиц коллектива (даже во Вселенной) в какой-то определенный момент времени, то все последующие события и явления в этом коллективе могли бы быть в принципе вычислены и предсказаны.

Этот так называемый лапласовский детерминизм и его предполагаемая осуществимость не нарушали привычную детерминистическую картину физических явлений и позволяли без дальнейших раздумий принимать "дары" вероятностных оценок явлений там, где это оказывалось возможным. Но в явлениях радиоактивного распада, в частности распада нейтрона на протон, электрон и нейтрино, мы не можем утверждать, что данный случай распада нейтрона, последовавший, например, через 15 с после его появления, определяется какими-либо определенными начальными характеристиками именно этого нейтрона. Более того, мы не можем приписать каких-то специфических параметров возникающим в этом акте распада протону, электрону и нейтрино, зная которые, мы могли бы вычислить неизбежность распада данного нейтрона именно через 15 с; так, протон, электрон и нейтрино рождаются именно в процессе распада нейтрона и даже не содержатся в нейтроне до его распада. При открытии явлений α- и β-распада мы молча прошли мимо чего-то фундаментально нового в закономерностях явлений в природе. В этих явлениях природа как бы играет с нами в кости[7], на гранях которых отмечены различные моменты времени возможного распада атомного ядра. Мы молча прошли мимо, может быть, самого необычно нового, с чем человек встречался до сих пор в своем изучении природных явлений, даже в последующих открытиях в физике микромира.

Пытливый ум может задать вопрос: "А не является ли такое состояние теории радиоактивного распада просто ее недостатком?" Иначе говоря, не следует ли полагать, что в какой-то будущей, более совершенной теории найдется ответ, почему данный нейтрон распался именно через 15 с? Не существуют ли какие-то скрытые от нас явления, которые управляют обсуждаемым процессом? Современный ответ на эту возможность, если быть крайне осторожным, скорее отрицательный. Если в α-распаде перед фактом распада имеется система, состоящая из α-частиц и потенциального барьера, который предстоит преодолеть α-частицам (и в принципе возможны какие-то, правда, как известно, сомнительные, модели, ведущие к существованию неких скрытых параметров, определяющих скрытый детерминизм квантового эффекта), то в распадающемся нейтроне до распада нет будущего протона, электрона и нейтрино, и ситуация здесь в этом смысле сложнее. Другими словами, можно сказать, что в физике давно обнаружены фундаментального значения эффекты, согласно которым следует признать существование в некоторых событиях в природе случайности не как непознанной необходимости, а как абсолютного шанса, появление которого регулируется лишь в среднем по множеству событий (в случае β-распада – энергией распада, фазовым множителем, определяющим число возможных состояний распадающегося нейтрона, и т.д.).

После очень важных для дальнейшего сведений о существовании в природе случайности как абсолютного шанса, т.е. принципиально не связанного цепочкой необходимостей, мы можем рассмотреть существующие интерпретации квантовой механики. При всем их различии общим для них оказывается существование случайности как абсолютного шанса.

---

[7] Здесь мы перефразировали известное выражение Эйнштейна, сказанное им при обсуждении квантовой механики: явления такого же класса интерпретируются им, как если бы "Бог играл со Вселенной в кости".

Выше мы не совсем удачно характеризовали проявление абсолютного случая в природе, говоря, что в этих явлениях "Бог как бы играет со Вселенной в кости". Было бы точнее сказать, что природа играет в кости сама с собой. Правильнее в этом смысле рассматривать природу саму по себе без какого-либо наблюдателя. В качестве примера проявления абсолютного шанса мы назвали только распад нейтрона. Но при изображении материи Вселенной как совокупности взаимодействующих так называемых элементарных частиц вся природа и все элементарные взаимодействия в ней предстают перед нами как мир господства абсолютного случая. Возбужденные атомы и молекулы излучают свет по закону, аналогичному распаду нейтрона. Возникающие во взаимодействии фотонов с веществом позитроны образуют с электронами позитроний, который распадается на два γ-кванта в пределах среднего времени жизни позитрония непредсказуемым образом. Угол рассеяния элементарных частиц друг на друге тоже в известных пределах подчиняется абсолютному шансу. Мы с полным правом могли бы озаглавить этот раздел так: «Вселенная как огромный игорный дом (казино), где роль естественных "рулеток" играют элементарные физические процессы».

Общим для всех трех интерпретаций квантовой механики является принятие двух положений Бора.

I. *Для толкований всех измерений в собственном смысле необходимо пользоваться классическими представлениями, несмотря на то что классическая теория не может сама по себе объяснить тех новых закономерностей, с которыми мы имеем дело в атомной физике* [5, с. 190].

II. *Как бы далеко ни выходили явления за рамки классического объяснения, все опытные данные должны описываться при помощи классических понятий*[8].

Именно эти положения Н. Бора формулируют точку зрения о наших восприятиях микроявлений как особого класса макрособытий, регистрируемых макроприборами, что оставляет неизменными при изучении микромира старые гносеологические проблемы, давно сформулированные в нашей макроскопической практике.

Общим для всех трех интерпретаций квантовой теории является принятие существующих уравнений квантовой механики (уравнений Шредингера, Дирака) без каких-либо их модификаций.

Описывает ли квантовая механика единичные объекты микромира или она способна описывать только какие-то ансамбли, не лишне напомнить, что в ранних изданиях книг по квантовой механике речь шла об описании в квантовой (волновой) механике единичных объектов, возникших еще в классической механике, таких как осциллятор, ротатор и атом Бора. Так, Зоммерфельд (1928 г.) подробно обсуждает осциллятор, ротатор, атом Бора и кеплерову проблему, имея в виду, в частности в этих системах, одну движущуюся микрочастицу.

Но классические свойства частицы модифицируются существенно в рамках квантовой механики. Забегая несколько вперед, заготовим для будущего рассмотрения своеобразные свойства локализации микрочастицы в основном состоянии кван-

[8] Если в первом тезисе подчеркивается ситуация, с которой "мы имеем дело в атомной физике", то второй тезис, повторяя мысль предыдущего тезиса, в известном смысле обращен в будущее физики – "как бы далеко мы ни выходили за рамки классического объяснения".

тового линейного осциллятора. Этот несколько абстрактный пример можно сопоставить с реальным атомом водорода, в котором электрон находится в основном состоянии (S-состоянии).

Пусть ставится эксперимент в случае классического линейного осциллятора, находящегося в покое (т.е. в основном, невозбужденном состоянии), целью которого является определение положения осциллирующей частицы. Пусть аккуратно проведенное единичное измерение показывает, что частица находится точно в начале выбранной системы координат. Последующие измерения при том же осцилляторе, допустим, через очень долгое время, когда возможные возмущения осциллятора, вызванные первым наблюдением, затухнут, неизбежно дадут значение, полученное в первом измерении. Если же повторное измерение случайно не совпадает с первым, то эта случайность окажется вполне причинно объяснимой в истории колебаний возбужденного классического осциллятора.

Но повторные измерения положения одной и той же осциллирующей частицы квантового осциллятора, каждый раз приводимого в основное состояние, вообще говоря, дадут несовпадающие результаты. Именно распределение положений частицы опишется известной функцией Гаусса

$$\varphi(x) \sim e^{-x^2/a^2},$$

где a – константа, характеризующая упругую силу осциллятора. Если первое измерение координаты осциллирующей частицы дает $x_1 = 0$, а второе измерение $x_2 > 0$, то эти результаты несут такие черты случайности, которые не имеют причинного объяснения. Здесь случайность в этом смысле для наблюдателя возникает не в форме непознанной необходимости, а в форме случайности, так сказать, "абсолютного шанса", беспричинной случайности. Правда, набор этих случайных событий (статистика) не абсолютно хаотичен в том смысле, что он укладывается в данном случае в гауссову функцию.

В классическом осцилляторе в основном состоянии частица покоится, т.е. обладает нулевым импульсом. В квантовой физике среднее положение частицы, ее координата x, т.е. Δx, связано со средним значением ее импульса p, т.е. Δp, известным соотношением неточностей Гейзенберга

$$\Delta x \Delta p \geqslant \hbar/2; \quad \Delta x = \sqrt{\overline{x}^2}, \quad \Delta p = \sqrt{\overline{p}^2}.$$

Обычно говорят, что наблюдение координаты квантовой частицы неконтролируемым образом меняет ее импульс. Это верно, но упоминание о наблюдателе и вся фраза в целом совместимы с таким содержанием, что частица объективно имеет какое-то точное значение координаты, но наблюдение этого состояния наблюдателем, вмешательство наблюдателя существенно меняет состояние частицы и ее импульса. *Но это не так.* Приведенный нами пример с квантовым линейным осциллятором показывает, что квантовая частица не обладает свойством классической частицы всегда иметь определенное положение в пространстве. И это свойство представляет собой не результат вмешательства наблюдателя, а новые по сравнению с классической физикой свойства самой микрочастицы.

Можно напомнить, что атомы кристалла, "сидящие" в узлах кристаллической решетки, на самом деле не имеют точного положения – они совершают так называемые нулевые колебания относительно геометрической точки узла. И благодаря этим свойствам квантовых частиц эти нулевые колебания совершаются и при абсолютном нуле температуры кристалла.

Возвращаясь к случаю квантового линейного осциллятора, можно определить среднее расстояние частицы от начала в основном состоянии квантового осциллятора. Его можно обозначить той же буквой λ, которой мы обозначили среднее время жизни нейтрона. В отличие от распада нейтрона здесь следует признать существование абсолютного шанса уже не в локализации во времени, а в локализации квантовой частицы в пространстве. Об этом примере, характеризующем специфические отличия в свойствах квантовой частицы от частицы классической, мы вспомним в свое время в дальнейшем.

К этому следует добавить ту информацию о свойствах отдельной микрочастицы (электрона), которую доставляют нам эксперименты, проводимые с отдельными электронами.

Характерная квантовая характеристика – дифракция электронов – могла бы в принципе быть явлением, возникающим в коллективе взаимодействующих друг с другом электронов, но прямые опыты показывают, что это совсем не так.

"Дифракция поочередно летящих электронов"

Под таким названием появилась (1949 г.) статья трех авторов: Бибермана, Сушкина и Фабриканта [1, с. 185]. Авторы поставили своей задачей наблюдать волновые свойства электрона (дифракцию электрона) в условиях, когда в реальном эксперименте наблюдаются волновые свойства, говоря определеннее, наблюдается дифракционная картина в условиях, когда она вызывается отдельно одним электроном, проходящим через кристаллическую решетку данного кристалла. Для этого авторам эксперимента было необходимо создать такие условия, когда в приборе, фиксирующем явление, заведомо проходит один электрон. В этом эксперименте среднее время между прохождением в приборе двух электронов равнялось $2{,}4 \cdot 10^{-4}$ с. Электроны разгонялись наложенным потенциалом до такой энергии (72 000 эВ), что они проходили весь прибор от катода до фотопластинки, где фиксировалась дифракционная картина, за $8{,}5 \cdot 10^{-9}$ с, т.е. время движения электрона в приборе было в $3 \cdot 10^5$ раз меньше среднего промежутка времени между попаданиями двух последовательных электронов в любую точку фотопластинки. Большая разница этих времен делает маловероятной флуктуацию, в результате которой через прибор пролетали бы одновременно даже два электрона. Дифракционная картина, т.е. расположение колец, в этом случае совпадала с расположением колец, которое возникало на фотопластинке при одновременном падении на кристалл большого числа электронов, когда интенсивность электронных пучков увеличивалась на 7 порядков.

Другими словами, опыт показывает, что дифракция электрона не есть свойство коллектива частиц. Во избежание недоразумений следует подчеркнуть, что при прохождении одного электрона через систему на фотопластинке возникает

только пятно, а не дифракционная картина колец. Дифракционная картина в виде колец возникает от последовательного и независимого падения электронов на фотопластинку.

О ТРЕХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯХ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

В настоящее время, в сущности, можно обсуждать три различные интерпретации квантовой механики. Они сводятся к трем различным физическим интерпретациям ψ-функции – решения уравнений квантовой механики.

Наиболее распространенная из них – это так называемая копенгагенская интерпретация, обязанная в основном Н. Бору. Достаточно распространена и так называемая статистическая интерпретация, идущая от Борна, в каком-то смысле от Эйнштейна, и поддерживаемая широким кругом физиков-теоретиков, использующих аппарат квантовой теории для практических применений. Третья интерпретация, обязанная своим появлением Эверетту (так называемая многомировая интерпретация, возникшая значительно позже двух предыдущих – в 1957 г.), имеет малое, но постепенно увеличивающееся число сторонников, точнее, в научной литературе стало возрастать число упоминаний о ней.

Копенгагенская интерпретация

В этой интерпретации ψ-функция рассматривается как список возможностей, из которых при взаимодействии микрообъекта с макрообъектом реализуется только одна. Если отдельные возможности в состояниях квантовой системы описываются волновыми функциями ψ_n с амплитудами a_n, то полная ψ-функция представляет собой суперпозицию этих состояний, а амплитуды (вернее, их квадраты) характеризуют относительную вероятность реализации этого состояния ψ_n: $\psi = \Sigma a_n \psi_n$, т.е. ψ-функция представляет собой суперпозицию всех состояний ψ_n. В частности, n может быть равно единице. Вероятностная (или, говоря острожнее, *статистическая*) интерпретация коэффициентов a_n присуща всем трем интерпретациям квантовой теории, о которых идет речь.

Во всех интерпретациях функция $\psi(x, t)$ удовлетворяет уравнению квантовой механики и, следовательно, во времени развивается причинным образом, как и решения уравнений классической физики. Уравнение вместе с начальными данными о ψ-функции в момент t_0 определяют вид ψ-функции к любому другому моменту t.

Физические наблюдения микроявления осуществляются с помощью макроприбора, и каждое взаимодействие макроприбора с микроявлением регистрируется показанием стрелки макроприбора. Положение стрелки отвечает лишь *одной* возможности, содержащейся в ψ-функции; такая однозначность принципиальна: стрелка прибора одновременно не может находиться в разных положениях. В этой интерпретации существенно, что причинное развитие ψ-функции (список возможностей) происходит до взаимодействия прибора с микрообъектом. Во время одноактного взаимодействия микрообъекта с макроприбором из всех возможностей, которые

описываются ψ-функцией, происходит отбор всегда лишь одной возможности, и подчеркнем, *по закону абсолютной случайности.*

Происходит, как говорят, "редукция" волнового пакета, сведение всех его возможностей к одной, к одному показанию стрелки макроприбора. Все другие возможности в списке, которые составляют волновую функцию, не реализуются в этом взаимодействии микрообъекта с макрообъектом. У физика-реалиста, воспитанного на уравнениях классической механики, термин "список возможностей" вызывает опасения, не порывается ли здесь с представлением об объективном существовании описываемых явлений. Но в конкретных случаях ψ-функций проявляется их объективный смысл уже в том, что для осциллятора этот список выглядит совершенно по-другому, чем, например, для ротатора, для свободного движения частицы или атома водорода. Существование различной объективной реальности диктует различный перечень возможностей для описания того или иного объекта микромира. Может быть, более удивительным является то, что, согласно уравнению Шредингера, "список возможностей" (т.е. ψ-функция) развивается причинным образом во времени. Если ψ-функция задана в момент t_0, то уравнение Шредингера определяет однозначным образом вид ψ-функции в любой последующий момент. В этом смысле, повторяем, уравнения квантовой теории не менее детерминистичны, чем уравнения классической механики. Но квантовая теория как теория микромира, кроме ее математического аппарата, скажем для определенности – уравнения Шредингера, включает в себя также проблему измерений, связанную с проблемой наблюдений. Именно здесь возникают различия в интерпретациях квантовой теории и понимании физического смысла ψ-функции.

Приведем простой пример, с которого начинается обсуждение, как оказывается в дальнейшем, совсем не простой проблемы редукции в копенгагенской трактовке.

Если нами получена информация, заключающаяся в одной фразе:

"На темном небе взошла луна",

то в связи с этой фразой в нашем сознании возникает "список различных возможностей", так как фразой не конкретизируется состояние луны. Этот "список возможностей" содержит все возможные состояния луны – от тончайшего серпа нарождающейся луны до ущербного серпа луны исчезающей. Среди них особо выделяется состояние полнолуния. Начинаем эксперимент. Для этого достаточно посмотреть в окно. Эксперимент обнаруживает полную луну. Таким образом, весь "список возможностей" различных состояний в данном случае свелся (редуцировался) к единственному состоянию "полнолуния". В нашей макроскопической практике мы все время встречаемся со случаями редукции первоначально заданного "списка возможностей". В дальнейшем проблема редукции будет нами обсуждаться с точки зрения различных интерпретаций квантовой механики. Важно упомянуть, что в лекциях по общей физике раздел, посвященный акустике, часто сопровождается демонстрацией, которая состоит в том, что на столе располагается ряд полых сосудов, которые резонируют (т.е. начинают звучать) на какие-то различные звуковые частоты или группы частот. Производится некий звуковой сигнал, и часть из стоящих на столе сосудов начинает звучать. Звучание отдельных резонаторов свидетельствует о том, что звуковой сигнал реально содержит в своем составе такие

звуковые волны. Обозначая звуковой сигнал через φ, можно сказать, что в данной демонстрации он разлагается на ряд звуковых сигналов φ_i, который записывается в виде

$$\varphi = \sum_{1}^{n} a_i \varphi_i,$$

если оказывается n звучащих резонаторов. В частном случае может оказаться, что $n = 1$. Значения a_i свидетельствуют о той или иной интенсивности данной звуковой частоты. Демонстрация акустического опыта очень поучительна для понимания интерпретации волновой квантовой функции как записи различных возможностей.

Лектор по своему усморению может ставить набор полых сосудов, отвечающих на различные звуковые составляющие исходного звукового сигнала. Естественно, что в условиях нахождения на столе в данный момент только *другого* набора детекторов *возможности* предыдущего опыта не реализуются.

Но на этом аналогия акустической волновой функции и волновой функции квантовой механики кончается. В квантовой механике наборы детекторов в "первом" и "втором" случаях могут оказываться физически несовместимыми, когда наблюдаемые ими величины не коммутируют.

Роль макроскопического прибора в регистрациях квантовых событий. Согласно всем трем интерпретациям, микромир квантовых объектов наблюдается нами как особый класс макроявлений, который появляется в макросистемах, в частности приборах, когда эти системы находятся в столь нестабильном состоянии, что очень слабые их взаимодействия с микрообъектом способны изменить состояние макросистемы, в конце концов возбудить какое-то положение "стрелки" макроприбора.

Один такой поучительный пример взаимодействия микрочастицы с макросистемой приводится Блохинцевым [3]. Обсуждается взаимодействие микрочастицы массой μ с макрошариком массой M, находящимся в неустойчивом положении – в неглубоком "горном" кратере. В данном примере "стрелкой" является сам макроскопический шарик. Приведенный Блохинцевым пример иллюстрирует, в чем заключается роль макроскопического прибора. Решение уравнения Шредингера находится для системы, состоящей из падающей микрочастицы, которая в момент t_0 до взаимодействия описывается волновой функцией

$$\psi_0(\xi) = A^+ e^{ik\xi} + A^- e^{-ik\xi},$$

где ξ – координата микрочастицы, k – ее импульс, и макросистемы – шарика массой M, состояние которого до взаимодействия с частицей μ описывается волновой функцией

$$\psi_0(Q) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-Q^2/2a^2}, y$$

где $a = \sqrt{\hbar / M\omega_0}$, ω_0 – частота колебаний шарика в воронке очень неглубокого кратера, Q – координата шарика. Задача эксперимента – определить импульс ча-

стицы μ по ее столкновениям с шариком M. Волновая функция всей системы до столкновения в момент t_0 записывается в виде

$$\Phi(Q,\xi,0)=\Phi_0(Q,\xi)=\psi_0(Q)\psi_0(\xi),$$

где Q – координата шарика, ξ – координата частицы. Гамильтонианом уравнения Шредингера, описывающим эту систему, будет выражение

$$H(Q,\xi)=-\frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial Q^2}+U(Q)-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}+W(Q,\xi).$$

Микрочастица μ считается свободной; шарик M находится в потенциальном поле $U(Q)$. Величина $W(Q, \xi)$ – энергия взаимодействия микрочастицы с шариком, которое будем считать точечным:

$$W(Q,\xi)=g\delta(Q-\xi).$$

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Phi}{\partial t}=H(Q,\xi)\Phi$$

ищется в виде

$$\Phi(Q,\xi,t)=\Phi_0(Q,\xi)+\Phi^{+}(Q,\xi,t)+\Phi^{-}(Q,\xi,t).$$

Далее конкретный вид Φ^{+} и Φ^{-} получен Блохинцевым в первом приближении теории возмущений.

В результате вычислений оказывается, что функция $\Phi^{+}(Q, \xi, t)$ отлична от нуля только в области $0 < Q < \infty$. В этом случае шарик падает из кратера направо. В случае $\Phi^{-}(Q, \xi, t)$ шарик падает из кратера налево, т.е. при значениях $-\infty < Q < 0$. Плотность вероятности

$$\rho(Q,\xi,t;\ Q',\xi',t)=\Phi^{*}(Q,\xi,t)\Phi(Q',\xi',t)$$

записывается в общем виде с помощью девяти слагаемых:

$$\begin{aligned}\rho(Q,\xi,t;\ Q',\xi',t)&=\Phi_0^{*}(Q,\xi,t)\Phi_0(Q',\xi',t)+\Phi_0^{*}(Q,\xi,t)\Phi^{+}(Q',\xi',t)+\\&+\Phi_0^{*}(Q,\xi,t)\Phi^{-}(Q',\xi',t)+\Phi^{\overset{*}{+}}(Q,\xi,t)\Phi_0(Q',\xi',t)+\Phi^{\overset{*}{-}}(Q,\xi,t)\Phi_0(Q',\xi',t)+\\&+\Phi^{\overset{*}{+}}(Q,\xi,t)\Phi^{-}(Q',\xi',t)+\Phi^{\overset{*}{-}}(Q,\xi,t)\Phi^{+}(Q',\xi',t)+\Phi^{\overset{*}{+}}(Q,\xi,t)\Phi^{+}(Q',\xi',t)+\\&+\Phi^{\overset{*}{-}}(Q,\xi,t)\Phi^{-}(Q',\xi',t).\end{aligned}$$

Вычисления показывают, что при $Q'\to+\infty$ все функции зануляются, за исключением Φ^{+} и, следовательно, ей сопряженной $\Phi^{\overset{*}{+}}$. Функция Φ^{+} описывает ситуации, связанные с движением шарика, падающего справа от кратера (при $Q'\to\infty$). Функции Φ^{-} и $\Phi^{\overset{*}{-}}$ описывают движение шарика, падающего налево от кратера (при

$Q' \to -\infty$). Плотность вероятности ρ, которая только и отлична от нуля, записывается в виде двух слагаемых:

$$\rho(Q,\xi,Q',\xi',t) = \overset{*}{\Phi}{}^{+}(Q,\xi,t)\Phi^{+}(Q',\xi',t) + \overset{*}{\Phi}{}^{-}(Q,\xi,t)\Phi^{-}(Q',\xi',t).$$

Функции Φ_0 исчезают при $Q' \to \pm\infty$, так как при больших Q' исчезает функция, описывающая положение шарика в кратере как $e^{-Q^2/2a^2}$ при $Q' \to \pm\infty$. Именно на этом основании исчезают три первых члена в выражении плотности вероятности. Вычисления показывают, что Φ^- исчезает при $Q' \to +\infty$: она описывает ситуацию, при которой шарик оказывается слева от кратера, т.е. при отрицательных значениях координаты Q'. Наоборот, Φ^+ обращается в нуль при отрицательных значениях Q'.

Таким образом, дается описание взаимодействия квантового объекта, скажем частицы μ, с макрообъектом – шариком массой M (которая при его большой неустойчивости в кратере может быть макроскопически большой). Именно, квантовое описание с помощью уравнения Шредингера показывает, что при взаимодействии микрочастицы μ с макросистемой со временем исчезает интерференция состояний типа $\overset{*}{\Phi}{}^{+}\overset{*}{\Phi}{}^{-}$. Физически это означает понятное утверждение, что макроскопический шарик не может одновременно находиться справа и слева от кратера после своего выпадания из него. Но уравнение Шредингера, описывающее взаимодействие микрочастицы с макроприбором, в котором шарик играет роль стрелки, указывающей на результат взаимодействия, предоставляет *две* возможности для выпадания шарика, вообще говоря, с различной вероятностью. Но предсказать результат единичного измерения квантовые уравнения не могут.

В рамках копенгагенской интерпретации, как обычно говорят, вводится постулат о редукции (стягивании) волнового пакета во время взаимодействия микрообъекта с макросистемой.

Так как показание макроприбора – его стрелки, фиксирующей результат, может иметь лишь одно положение, а волновая функция Φ содержит различные возможности, то утверждается, что во взаимодействии микрочастицы с макроприбором случайным образом реализуется лишь одна единственная возможность. В данном случае вторая возможность (падение шарика в другую сторону), а в общем случае множество других возможностей не реализуются.

Редукция пакета. Природа редукции волнового пакета при взаимодействии микросистемы с макросистемой, находящейся в крайне нестабильном состоянии, являлась и является предметом многочисленных обсуждений. Иногда проблема формулируется в следующем виде: до взаимодействия систем состояние (волновая функция), согласно уравнению Шредингера, развивается причинным образом. Макроприбор является сложной совокупностью микросистем. Казалось бы, взаимодействие микросистем, точнее микрочастицы с макроприбором, сводится к взаимодействию множества микросистем; и именно в результате такого квантового взаимодействия "должно" было бы возникнуть данное однозначное показание стрелки макроприбора без наложения нового требования в виде постулата редукции.

В стремлении вывести этот постулат из уравнений квантовой теории делались

даже (безуспешные) попытки модифицировать каким-то (в частности, нелинейным) образом существующие уравнения Шредингера.

Заключение по копенгагенской интерпретации. Основная неудовлетворенность копенгагенской трактовкой квантовой механики обычно связывается с необходимостью принятия ею постулата о редукции волновой функции в момент макроскопического наблюдения микрособытия.

Говорят, что детерминистическое описание явления до момента взаимодействия микрообъекта с прибором, протекающего согласно уравнению Шредингера, в момент взаимодействия нарушается. Квантовая механика становится неприменимой к описанию объективного явления – взаимодействия микрообъекта с макроприбором. Кстати, такое описание ситуации не совсем точно. Более того, оно просто неверно: рассмотренный нами эксперимент взаимодействия микроявления с макроприбором описывается непрерывно уравнением Шредингера, т.е. *причинным* образом до конца, до $t = \infty$.

Аппаратом теории при $t \to \infty$ автоматически исключались ("занулялись", как это следует из вычислений) интерференции макроскопических состояний, которые не реализуются в макрофизике, например одновременное пребывание шарика после взаимодействия как налево, так и направо от прибора. Другими словами, квантово-механическое описание взаимодействия микрообъекта с макроприбором не перестает действовать – в обсужденном примере оно дает две функции макроскопического состояния прибора, каждая из которых может реализоваться в макромире, т.е. описание взаимодействия микрообъекта с макроприбором ведется в рамках квантовой механики. Но опыт показывает, что из этого "списка возможностей" на опыте реализуется лишь одна. Тем не менее нам представляется, что эта редукция является результатом квантового описания явления. При обсуждении редукции волнового пакета часто задается вопрос: в какой момент в аппарате наблюдения происходит редукция? Из обсуждаемого нами эксперимента Блохинцева, строго говоря, эта возможность редукции возникает при $t \to \infty$, а практически в момент t, когда недиагональные члены типа $\psi_\mu \psi_\nu^*$ при $\mu \neq \nu$ ненаблюдаемы.

Иногда место редукции "помещают" даже в мозг наблюдателя. Чтобы избежать этих недоразумений, целесообразно при обсуждении редукции вообще исключить наблюдателя и даже построенный им прибор. Редукция в природе возникает всякий раз, когда возникает взаимодействие микроявления с макрообъектом: пузырьки – след заряженной частицы – видны не только в камере Вильсона, построенной человеком, но и в природе в прозрачных кристаллах минералов.

Строго говоря, квантово-механическое описание взаимодействия микроявления с макрообъектом никогда не нарушается. И в примере Блохинцева оно справедливо до $t = \infty$. В этом случае, согласно уравнению Шредингера, имеются два волновых пакета, связанных с Φ^+ и Φ^- при $t = \infty$. Именно обращение в нуль при $t = \infty$ недиагональных элементов ($\Phi^+\Phi^- = 0$) ведет к невозможному существованию Φ^+ и Φ^- в момент $t = \infty$, т.е. к редукции, которая происходит для Φ^+ или Φ^- по закону абсолютного случая. То, что реальный эксперимент заканчивается при конечном t, означает лишь малость интерференционных членов. Очень важно подчеркнуть, что рассмотрение редукции волновой функции на фундаментальном уровне законно

лишь при $t \to \infty$ и что рассмотрение реально (в эксперименте) возникшей редукции при $t < \infty$ и анализ ситуации при замене t на $-t$ с отбрасыванием за малостью интерференционных членов совершенно незаконны.

Заключая *квантовое* описание всего процесса измерения в своем примере, Блохинцев [3] замечает: "Этого следовало ожидать от хорошего прибора: его стрелка должна занимать одно из возможных определенных положений. В нашем примере стрелкой служит тяжелый макроскопический шарик".

Это утверждение справедливо и в общем случае, когда речь идет о функции

$$\psi = \sum_{1}^{n} a_i \psi_i,$$

где имеется для редукции n возможностей. В общем случае можно сформулировать теорему: если при взаимодействии микрообъекта ($\psi = \Sigma a_i \psi_i$) с макросистемой к какому-то времени t практически зануляются все недиагональные элементы матрицы плотности:

$$\psi_i \psi_k^* = 0, \quad \psi_i^* \psi_k = 0 \quad \text{при} \quad i \neq k,$$

то в результате взаимодействия микросистемы с макросистемой (прибором) может реализоваться по закону случая лишь одно и только одно состояние, т.е. какое-то состояние $\psi_l \psi_l^*$, и возникнуть лишь одно показание стрелки прибора. Справедливость теоремы доказывается от противного. Допустим, что, кроме состояния $\psi_l \psi_l^*$, оказывается отличным от нуля состояние $\psi_\mu \psi_\mu^*$, где $\mu \neq l$. Но тогда должно быть отличным от нуля одновременное появление как состояния ψ_l, так и состояния ψ_μ, т.е. должен быть отличен от нуля в матрице плотности недиагональный член, именно

$$\psi_l \psi_\mu^* \neq 0,$$

что противоречит исходному условию.

Иначе говоря, случайную редукцию волновой функции в этом смысле следует рассматривать не как принципиально новое в физике, а лишь как один из частных случаев реализации в природе "абсолютного шанса" – случайности, за которой *нет* непознанной необходимости.

Статистическая интерпретация

Решению уравнения Шредингера – ψ-функции – первое время пытались придать смысл некоего физического поля в какой-то, может быть очень далекой, аналогии с известными полями, скажем, типа электромагнитного, или даже трактовать его в рамках каких-то гидродинамических свойств материи. Общее математическое свойство ψ-функции во всех физических приложениях – именно

интеграл

$$\int \psi^* \psi dv = 1.$$

Интеграл, привычный в теории вероятности, в статистике наводил на мысль о том, что в интерпретации волновой функции и в существенной части физики микромира должна каким-то образом играть роль вероятность, статистика. М. Борн впервые обратил внимание на возможность или желательность привлечения статистики к интерпретации функции ψ.

Имеется прекрасный пример использования методов статистики в проблеме многочисленных ансамблей частиц в классической статистической механике. В книге Д.И. Блохинцева [3] сказано, что квантовая механика изучает законы движения микрочастиц в квантовом ансамбле. Но сразу возникает вопрос, а что же такое "квантовый ансамбль", как его определить физически. Является ли квантовая теория, говоря попросту, классическая статистическая механика, подправленная соотношением неточностей Гейзенберга, теорией многих микрочастиц или это что-то совсем другое?

Другой важный вопрос: применима ли квантовая механика к описанию единичного объекта?

В обстоятельной статье Баллентайна [12, с. 359, 361] утверждается, что "квантовое состояние представляет собой ансамбль одинаково приготовленных систем, но не обеспечивает полное описание одной индивидуальной системы". Такой точки зрения до конца своей жизни придерживался и А. Эйнштейн.

В книге Блохинцева лейтмотивом является статистическая интерпретация квантовой теории, но принятая им в литературном отношении своеобразная, посвоему блестящая, форма изложения помогает ему в ряде случаев уходить от категорических суждений. По последнему фундаментальному вопросу в книге Блохинцева можно прочитать следующее:

«В связи с дальнейшим мы хотели бы отметить, что вопрос о том, относится ли вероятность $W(p, q)$ к одной частице или она является характеристикой многих частиц (вопрос, который задают из соображений главным образом сектантских: "Како веруюши?"), не имеет большого значения» [3, с. 26].

Как известно, Эйнштейн полагал, что квантовая механика, понимаемая как теория ансамбля, должна в дальнейшем иметь в своей основе описание единичного объекта. Баллентайн не утверждает столь категорично, но, в сущности, солидаризируется с Эйнштейном. В конце концов идет речь о возможном существовании скрытых параметров. У Баллентайна мы читаем:

"Статистическая интерпретация, в которой рассматривается квантовое состояние как описание ансамблей тождественно приготовленных систем, совершенно открыта в отношении скрытых параметров. В этой интерпретации не требуются скрытые параметры, но полагаются поиски их разумными (что соответствует точке зрения Эйнштейна (1949 г.)). С другой стороны, копенгагенская интерпретация рассматривает вектор состояния как исчерпывающее описание индивидуальной системы, так как идея скрытых параметров, т.е. более подробное описание, чем это дает вектор состояний, входит в противоречие с данной интерпретацией" [12, с. 344].

Блохинцев, которого Баллентайн зачисляет в последовательные сторонники статистической интерпретации, вообще говоря, скептически относится к возможности обнаружения скрытых параметров.

«Кажется, ничто не обнаруживает поиски подобного, *более тонкого* (курсив мой. – *М.М.*) описания истории микрочастицы: в самом деле, нельзя указать ни одного опытного факта, который указывал бы на неполноту квантовой механики в том круге атомных явлений, который образует подвластная ей территория микромира. Но будем все же осторожными и вспомним Козьму Пруткова: "Кто мешает выдумать порох неподмокаемый"» [3, с. 157].

Другими словами, с помощью характерного для Блохинцева литературного приема он опять уходит от определенного ответа. Хотя, казалось бы, начальные фразы цитированного текста даны в полной солидарности с копенгагенской трактовкой и "поиски более тонкого описания", по существу, означают поиски строго причинного описания, против чего так яростно выступает Блохинцев с начала до конца своей книги. Ведь книгу он начинает с параграфа, озаглавленного "Иллюзия детерминизма". Им в § 2 критикуется даже причинность в классической механике, в теоретических рамках которой уместен лапласовский детерминизм.

Сильная сторона статистической интерпретации состоит в том, что в большом количестве случаев экспериментатор, изучая квантовые явления, имеет дело действительно "с ансамблем одинаковым образом приготовленных систем". Но как быть с предельными случаями "ансамбля", состоящего из одной системы, даже из одной микрочастицы? Баллентайн лишь упоминает о возможности таких предельных случаев, но не анализирует физику взаимодействия с макрообъектом таких ансамблей, т.е., в сущности, одиночных микрочастиц. У Баллентайна нет даже упоминания об экспериментах типа Бибермана, Сушкина и Фабриканта, которыми мы не случайно предварили обсуждение различных интерпретаций квантовой теории. Но опыты показывают, что единичные электроны, проходя через дифракционную решетку, интерферируют "сами с собой". Это свойство единичных микрочастиц. Такими же свойствами обладают, как показывает опыт, и единичные кванты света. В уже цитированной нами книге Блохинцева (1966 г.) также нет упоминания об эксперименте с единичными электронами, а в его же учебнике, изданном почти на двадцать лет ранее (1949 г.), цитируются опыты Бибермана, Сушкина и Фабриканта и сопровождаются таким текстом:

«Этот факт показывает, что "каждый из электронов дифрагирует независимо от других", поэтому существование волновых явлений нельзя связывать с наличием одновременно большого числа частиц... Чтобы еще больше подчеркнуть это обстоятельство, заметим, что волновые явления в движении микрочастиц проявляются и в таких случаях, когда говорить о среде, образованной совокупностью частиц, не приходится. Действительно, такие свойства проявляют электроны, движущиеся в атомах, где их число невелико (один в водороде, два в гелии и т.д.)» [2, с. 43].

Но в книге Блохинцева можно прочитать, что «во многих курсах квантовой механики подчеркивается, что волновая функция есть характеристика состояния *отдельной частицы* (курсив мой. – *М.М.*). Если это так, то, будьте любезны, укажите такое измерение на отдельной частице, скажем на электроне, которое поз-

волило бы определить его "персональную" волновую функцию. Такого измерения не существует».

Убедительность этого рассуждения так понравилась Баллентейну, что он приводит его в своей статье.

Но ранее нами обсуждалась волновая функция одной частицы в S-состоянии осциллятора.

С другой стороны, на с. 59 Блохинцев пишет: "Для определенности мы можем представить себе, что дело идет об измерении $\rho(x)$ и $\theta(x)$ в атоме или ионе с *одним электроном* (курсив мой. – *М.М.*), находящемся в S- или P-состоянии. В первом случае волновая функция сферически-симметрична и токи отсутствуют, так что

$$\psi(x) = \sqrt{\rho(x)},$$

и измерение дает нам прямо значение волновой функции".

Могут возразить, что у Блохинцева речь идет о единичном измерении, а измерение плотности требует ансамбля измерений, чтобы определить функцию $\psi(x)$. Это верно. Но такая же ситуация была бы в классическом случае атома Бора в P-состоянии, когда требовалось бы определить не волновую функцию электрона, а его P-орбиту. Единичным измерением измерить "классическую" орбиту электрона (или нашей планеты) также нельзя. Другими словами, в квантовой физике здесь нет отличия от "классики".

В квантовых явлениях процесс измерения наблюдаемой величины, как правило, возмущает (меняет) состояние наблюдаемой микросистемы. Но в то же время имеется класс измерений, которые не меняют состояния системы, и тогда в принципе имеется возможность провести повторные измерения на том же единичном микрообъекте.

Напомним наш пример с измерением координаты осциллятора в S-состоянии.

Так, если в аккуратном единичном измерении зарегистрировано, что z-компонента спина электрона или атома равна $\hbar/2$, то, спрашивается, какое предсказание дает статистическая теория для вторичного измерения z-компоненты спина данного единичного микрообъекта? Казалось бы, ответ на этот вопрос находится вне рамок статистической интерпретации как вопрос, относящийся к единичному наблюдению единичного микрообъекта. Но не значит ли это, что согласно статистической интерпретации, если она по своей физической сути отлична от статистики копенгагенской интерпретации, результат первого измерения не обязательно должен повториться? Другими словами, не может ли явиться проведение подобного характера повторных измерений критерием правильности существенных черт статистической интерпретации, в котором действительно нет места эксперименту над единичным микрообъектом?

Представляет интерес, что как Блохинцев, так и Баллентайн не приводят, не обсуждают и не критикуют определение понятия физической реальности, сформулированное в работе Эйнштейна, Подольского и Розена (далее – Э.П.Р.), взамен также не дают своего определения, справедливого в квантовой механике.

Спор Эйнштейна с Бором. Хотя в нашей статье о понятии физической реальности (1947 г.) речь шла о содержании многолетнего спора Эйнштейна с Бором,

последующие многочисленные обсуждения различных сторон этого спора, которые продолжаются и до настоящего времени, показали, что пока недостаточно поняты изложенная нами гносеологическая суть и значение этого спора.

Именно в работе Э.П.Р., появившейся еще в 1935 г., дана формулировка понятия физической реальности. Эта формулировка содержится в следующей фразе:

"Если мы можем без какого-либо возмущения системы предсказать достоверно (т.е. с вероятностью, равной единице) значение некоторой физической величины, то существует элемент реальности, соответствующий этой физической величине" [15, с. 777; 10, с. 604]. Обсуждаемые мысленные эксперименты показывают, что подобные ("косвенные") возможности сохраняются и в аппарате квантовой механики, но возникающая здесь ситуация приходит в противоречие с определением физической реальности, данным авторами приведенной работы. Возникает вопрос, в чем же заключается порок их определения понятия физической реальности? Дело в том, что это понятие дано авторами, как следует из приводимого нами тезиса Маркса о Фейербахе[9], в рамках понятий "дофейербаховского материализма включительно", т.е. в рамках метафизического материализма. В то время как (повторяем фразу из тезиса, о котором идет речь) "главный недостаток всего предшествующего материализма, – включая и фейербаховский – заключается в том, что *предмет, действительность,* чувственность, берется только в форме *объекта* или в форме созерцания, а не как *человеческая чувственная деятельность... не субъективно*" (курсив мой. – *М.М.*).

В описании и понимании квантовой физики создалась такая ситуация, что "предмет", "действительность" описывается в классических понятиях механики: в импульсах, координатах и т.д., но на совместную применимость которых в явлениях микромира наложено соотношение неточностей Гейзенберга. Здесь реальность дается не "сама по себе", а в различных условиях макрообстановки. *Момент субъективности формулировки понятия реальности,* о котором говорит Маркс, здесь заключается в том, что *наблюдатель может менять макрообстановку* по своему усмотрению, а это, в свою очередь, ведет к тому, что действительность принимает другие черты, следуя выбранной макроскопической обстановке, говоря точнее, согласно тому классу приборов наблюдения, через которые наблюдатель "смотрит" на микрообъект.

Поэтому естественный в классической физике вопрос, как выглядит электрон сам по себе ("в форме объекта"), когда на него не смотрят, в квантовой теории теряет свой, казалось бы, ясный смысл. Но вопрос получает однозначный смысл, если указан прибор, с помощью которого наблюдается эта реальность: реальность принимает действительно ясный объективный смысл лишь в данной макроскопической обстановке[10].

Авторы Э.П.Р. приводят пример системы, состоящей из двух частиц, состояние

---

[9] См. статью в настоящей книге "О природе физического знания" (с. 365–407) . – *Примеч. сост.*

[10] Так же, как траектория падающего тела в вагоне движущегося поезда лишена смысла "сама по себе" без указания системы координат, в которой находится наблюдатель – пассажир поезда или стрелочник, стоящий на платформе станции, – эти аналогии следует повторять многократно.

которой описывается функцией

$$\psi_I(x_1, x_2) \sim 2\pi\delta(x_1 - x_2 - x_0).$$

Это значит, что дан реально существующий объект, состоящий из двух одинаковых частиц с равными и противоположно направленными импульсами. Другими словами, ψ-функция, о которой идет речь, описывает объективно существующую систему двух частиц с полным импульсом, равным нулю. Если в данном состоянии системы мы измерим импульс первой частицы и получим его конкретное значение

$$p_1 = p_0,$$

то из написания ψ-функции следует, что импульс второй частицы равен

$$p_2 = -p_0.$$

Здесь авторами Э.П.Р. подчеркивается, что знание импульса второй частицы получено без какого-либо взаимодействия с ней. И если бы мы измерили импульс второй частицы непосредственно, мы могли бы, согласно квантовой теории, подтвердить наш предварительный теоретический вывод. Но в то же время координата второй частицы (x_2) остается полностью неизвестной. Вместо импульса мы могли бы также измерять координату первой частицы (x_1). Пусть мы получили значение

$$x_1 = x.$$

Тогда из записи ψ-функции следует, что волновая функция второй частицы

$$\psi_{II} \sim \delta(x_1 - x_2 - x_0),$$

что соответствует

$$x_2 = x + x_0.$$

Мы определили координату второй частицы (x_2), не входя с ней в какое-либо взаимодействие. Но, согласно функции ψ_{II}, импульс второй частицы теперь делается полностью неопределенным.

В своем анализе обсуждаемого мысленного эксперимента авторы Э.П.Р., исходя из своего определения физической реальности, пришли к выводу, что квантовая механика неполна, так как она не дает возможности определить одновременно p_2 и x_2; хотя при измерениях на вторую частицу прибором не воздействовали, но *при этом приходится менять прибор*.

Н. Бор, исходя из толкования ψ-функции как записи реальных возможностей эксперимента, истолковывает результаты эксперимента таким образом, что эксперимент только изменит "список возможностей" – как говорят, редуцирует состояние. А макроскопический эксперимент (макроскопический прибор), который только имеется в виду в копенгагенской интерпретации квантовой теории, обладает свойством точного измерения либо импульса, либо координаты.

Таким образом, квантовая механика полна, так как полностью отвечает процедуре измерения описываемых возможностей. Другими словами, определение понятия физической реальности, даваемое авторами Э.П.Р., противоречит толкованию ψ-функции как "списка возможностей" будущих экспериментов, регулируемых соотношением неточностей Гейзенберга.

Излагать проблему спора можно и поучительно на аналогичном по сути мысленном эксперименте, предложенном Д. Бомом [4, с. 700]. Предположим, что мы имеем молекулу со спином, равным нулю, содержащую два атома в состоянии, в котором спин каждого атома равен $\hbar/2$. Грубо говоря, это значит, что спин одного атома направлен точно противоположно спину другого атома, поскольку можно говорить, что спин имеет определенное направление.

Предположим, что молекула расщепляется на атомы при помощи такого процесса, который не меняет полного момента количества движения. Атомы начинают отдаляться друг от друга и через какое-то время практически перестанут взаимодействовать. Но их суммарный момент количества движения (сумарный спин) остается равным нулю. Предполагается, что извне на систему не действует никакой вращательный момент. В классической картине между векторами спиновых моментов должна быть определенная корреляция. После того, как атомы отдалились друг от друга, корреляция сохранилась динамическими уравнениями движения для отдельных векторов спина, что приводит к сохранению каждой компоненты обоих векторов спинового момента. Если измеряется спиновый момент какой-нибудь одной из этих частиц, скажем, первой частицы, то вследствие существования корреляции можно заключить, что вектор момента количества движения второй частицы равен и противоположен тому же вектору первой частицы. Таким образом, можно измерить *косвенно* момент количества движения второй частицы, измеряя только соответствующий вектор первой частицы.

Существенно, что знание момента второй частицы получается без какого-либо взаимодействия с ней. Так описывается возможность косвенного наблюдения в классической физике. На первый взгляд может показаться странным, что такая же возможность косвенных измерений сохраняется и в квантовой теории. Именно это обстоятельство вызвало пристальное внимание Эйнштейна к обсуждаемому типу мысленных экспериментов. Но, приступая к обсуждению подобного мысленного эксперимента, авторы ограничили определение понятия физической реальности, смысл и недостаток которого обсуждался нами ранее.

Обсуждаемые мысленные эксперименты показывают, что подобные косвенные эксперименты сохраняются и в квантовой теории, но возникающая ситуация приходит в противоречие с определением понятия физической реальности, данным авторами выше.

В квантовой теории компоненты спина σ_x, σ_y, σ_z *не коммутируют друг с другом*. В одном опыте экспериментатор может измерить точно только одну из компонент спина первой частицы. Но выбор компоненты находится во власти экспериментатора. Другими словами, в то время, когда атомы разлетелись на относительно большие расстояния друг от друга, экспериментатор может решить измерять компоненту спина первого атома по своему выбору по оси x, y или z. Существенно, что тем самым должна определяться соответствующая слагающая спина второй частицы по той же оси. Другими словами, если экспериментатор нашел, что слагающая спина первого атома по оси y равна $+\hbar/2$, то, делая затем измерение со вторым атомом, он убедится, что спин его направлен по оси y и имеет значение $-\hbar/2$. Вся, казалось бы, острота ситуации заключается в том, что экспе-

риментатор мог вдруг решить измерять спин по оси x и, допустим, получаст значение $+\hbar/2$. Но спин второго атома, с которым не было никакого взаимодействия, окажется соответствующим образом равным $-\hbar/2$ по оси x. Другими словами, в каждом случае экспериментатор всегда может по своему желанию переориентировать аппаратуру в произвольном направлении, когда атомы уже разлетаются, и таким образом получить определенное (но заранее непредсказуемое) значенис компоненты спина в любом избранном им направлении. Поскольку это может быть выполнено без какого-либо возмущения второго атома, то, следовательно, если применим критерий понятия физической реальности Э.П.Р., во втором атоме должны как-то сосуществовать вполне определенные элементы реальности, соответствующие трем компонентам его вектора спина.

Этот мысленный опыт рассмотрен Бомом в рамках математического аппарата квантовой механики. Существенно напомнить, что система двух атомов, имеющих результирующий спин, равный нулю, описывается волновой функцией

$$\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_c - \psi_d),$$

где $\psi_c = u_+(1)u_-(2)$; $\psi_d = u_-(1)u_+(2)$. Здесь u_+ и u_- – спиновые волновые функции одного атома, представляющие соответственно спины $+\hbar/2$ и $-\hbar/2$, относящиеся к частице, имеющей этот спин. Функции ψ_c и ψ_d представляют два возможных состояния, в которых каждая частица имеет определенную z-компоненту спина в направлении, противоположном z-компоненте другой частицы. Кстати, полный спин системы, равный $\hbar$, описывается функцией, также состоящей из ψ_c и ψ_d, но теперь она имеет вид

$$\psi_\hbar = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_c + \psi_d).$$

Таким образом, если полный спин имеет определенное значение, то тогда неправильно считать (и в этом ошибка Э.П.Р.), что любой атом имеет определенное значение своего собственного момента. Если для первого атома в результате измерения оказывается состояние u_+ (1), то для второго атома остается u_- (2). Возвращаясь к случаю ψ_0, следует напомнить, что эта функция аналогичным образом выражается через слагаемые спина по оси x $v_+(1)$ $v_-(2)$ и $v_-(1)$ $v_+(2)$:

$$\psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_+(1)v_-(2) - v_-(1)v_+(2)).$$

Другими словами, если бы мы захотели измерить слагающую спина по оси x у первого атома и получили бы состояние $v_+(1)$, то, не измеряя состояние второго атома, мы могли бы с уверенностью сказать, что его слагающая спина имеет значение $-\hbar/2$. Но в данный момент для нас важно, что Эйнштейн, в сущности, согласился с возражениями Бора, т.е. с тем, что в рамках аппарата квантовой теории такого внутреннего противоречия, на которое указывала бы работа Э.П.Р., нет. Но Эйнштейн сохранил неприятие копенгагенской интерпретации, рассматривая ее философски как позитивистскую. Это свое отношение к боровской интерпретации в целом Эйнштейн четко излагает в своей последней статье (1953 г.) [10].

В этой статье Эйнштейна, подводящей итог дискуссии, говорится: «Своеобразие современной ситуации в квантовой механике состоит в том, что сомнениям подвергается не математический аппарат теории, а физическая интерпретация ее утверждений. Каково отношение ψ-функции к конкретной единичной ситуации, т.е. к индивидуальному состоянию некоторой отдельно взятой системы? Иными словами: что говорит ψ-функция об (индивидуальном) "реальном состоянии"? Прежде всего можно усомниться в том, что такой вопрос вообще имеет какой-нибудь смысл. Действительно, можно встать на такую точку зрения: "реальное" – есть только результат отдельного наблюдения[11], а не то, что объективно *существует в пространстве и времени, независимо от акта наблюдения*. Принимая эту чисто позитивистскую точку зрения, можно, очевидно, не думать о том, как понимать "реальное состояние" в рамках квантовой теории. Тогда попытка ответить на поставленный вопрос напоминает борьбу с призраками» [10, с. 617].

Другими словами, разногласия между Бором и Эйнштейном об интерпретации квантовой теории, начавшиеся в чисто физическом аспекте, закончились аспектом чисто философским. Эйнштейн считает копенгагенскую трактовку квантовой теории ведущей к философкому позитивизму. С другой стороны, Бор, несмотря на его часто неудачную терминологию в изложении копенгагенской интерпретации, также не приемлет (по свидетельству бесед Бора с Фоком) позитивистскую основу для своей интерпретации квантовой теории.

Эйнштейн в своей статье "Физика и реальность" [14; 11, с. 200] справедливо подчеркивает, что проблема реальности тесно связана с проблемой познаваемости. В этом смысле Эйнштейн высоко ценил заслугу Канта: "Одна из заслуг Канта, – писал Эйнштейн в упомянутой работе, – состоит в том, что он показал бессмысленность утверждения о реальности внешнего мира без его познаваемости". Ранее мы подробно обсуждали макроскопические проявления микромира. Повторяя, мы можем сказать: "Так как явления микромира проецируются на макромир, проявляются в макроскопических эффектах, то познаваемость макроскопических явлений обеспечивает познаваемость микромира, и таким образом решается и вопрос о его реальности".

Поучительно привести отрывок из статьи Эйнштейна "Квантовая механика и действительность" (1948 г.) [10, с. 613], в которой почти точно изложено содержание копенгагенской трактовки квантовой механики:

---

[11] Эйнштейн согласен, что при такой интерпретации понятия реальности нет предмета спора:

а) действительно ли такое понятие реальности содержится в копегагенской трактовке?

б) если да, то является ли такая точка зрения позитивистской?

В копенгагенской трактовке "реальное" есть действительно результат *отдельного* наблюдения, если в словах "отдельное наблюдение" содержится смысл "наблюдение в данной макроскопической обстановке", т.е. с данными измерительными приборами, приспособленными в случае примера Э.П.Р. к измерению только импульса первой частицы или к измерению только ее координаты.

Если пользоваться аналогией классической механики – понятием реально существующей траектории падающего предмета в вагоне движущегося поезда, то это понятие имеет смысл отдельного наблюдения (т.е. отдельно, специально, указана система координат, в которой рассматривается траектория падающего тела в вагоне движущегося поезда). Не существует понятия траектории в пространстве и времени без указания места "отдельного наблюдения". В этом определении реальности нет никакого позитивизма. Оно содержит лишь элемент относительности.

"...б) Частица не имеет в действительности ни определенного импульса, ни определенного положения в пространстве, описание с помощью ψ-функции является в принципе полным. Точное местонахождение частицы, которое я получаю в результате его измерения, не может быть интерпретировано как местоположение частицы *до* измерения. Точная локализация, которая обнаруживается при измерении, будет проявляться только через неизбежное (не существенное) воздействие измерения. Результат измерения зависит не только от *реального положения частицы*, но и от принципиально *неполного знания природы* (курсив мой. – *М.М.*) механизма измерения. Аналогично обстоит дело и в том случае, когда измеряется импульс или некоторая другая относящаяся к частице наблюдаемая величина. Это, пожалуй, наиболее предпочтительная у физиков современная интерпретация; следует признать, что в рамках квантовой механики только она естественным образом согласуется с эмпирическими фактами, выраженными в принципе неопределенности Гейзенберга.

Согласно этому толкованию, две различные (не только тривиально) ψ-функции описывают всегда две различные реальные ситуации, например частицы с точно определенным положением в пространстве и соответственно частицы с точно определенным импульсом".

Неточность изложения копенгагенской интерпретации содержится только в выделенных нами словах "реального положения частицы", которые вступают в противоречие с начальной фразой этой цитаты: "Частица не имеет в действительности ни определенного импульса, ни определенного положения в пространстве...".

В цитате, с одной стороны, говорится о реальности, соответствующей понятию реальности в послефейербаховском материализме, в определении которой существенное значение имеет та или иная макроскопическая обстановка реализации микрореальности, а в конце концов и субъективные моменты "практики", которой Эйнштейн же, вспоминая Канта, придает важнейшее значение в обосновании понятия объективного существования. С другой стороны, он употребляет слова "реального положения частицы", т.е. чего-то без указания макроскопической обстановки наблюдения частицы. Настойчивая мысль о возможном существовании точного положения частицы "самого по себе" все время незримо присутствует между строками текста. Эйнштейн никак не может выйти за пределы метафизического материализма. Создается впечатление: если бы Эйнштейн знал о часто цитируемом нами тезисе Маркса о Фейербахе, то – трудно отделаться от этой мысли – не стал бы он считать Маркса просто не материалистом? Но спор Эйнштейна с Бором высветил очень важную черту квантовой теории. Ведь возможность косвенных измерений, вернее, косвенных заключений о значении некоторых физических величин без прямых взаимодействий с ними, осуществляется в классической физике на основе законов сохранения. Если известно, что суммарный импульс системы, состоящей из двух макроскопических тел, равен нулю, если измерение импульса одного из этих тел дает значение $+p$, то без всякого измерения следует, что импульс второго тела $-p$. Если момент количества движения одного из микроскопических тел этой системы оказывается равным $+\hbar$, то без всякого измерения следует, что момент количества движения второго тела этой системы равен

$-\hbar$. Это следствие законов сохранения должно выполняться и выполняется в математическом аппарате квантовой теории. В частности, в основном состоянии атома гелия два электрона, согласно принципу Паули, доложны быть в состояниях с противоположными спинами, и наблюдение над спином одного из них должно давать заключение о спине другого без всякого взаимодействия с ним. В противном случае нарушался бы принцип Паули. Возможность в аппарате квантовой теории косвенных измерений – не порок, а большой триумф теории.

С другой стороны, этот триумф теории с некоторой точки зрения тривиален, так как в аппарате квантовой теории заложены законы сохранения. В эксперименте Э.П.Р. речь идет о законе сохранения импульса системы двух частиц; во втором случае – о законе сохранения суммарного момента двухатомной молекулы. Если бы в квантовой механике не были бы возможны косвенные измерения, то не выполнялись бы законы сохранения. А формализм квантовой теории инвариантен относительно соответствующих преобразований.

Понятие квантового ансамбля. В статистической трактовке с самого начала возникает некоторая неясность с определением самого понятия квантового ансамбля. Согласно Баллентайну, "квантовое состояние представляет собой некоторый *ансамбль* одинаково приготовленных систем".

На примере вводимого академиком Мандельштамом "микромеханического коллектива" (или "электронного коллектива") академик Фок показывает, казалось бы, несостоятельность такой трактовки квантовой теории. Свое возражение Мандельштаму Фок формулирует следующим образом [9, с. 461]:

"Элементами статистических коллективов, рассматриваемых в квантовой механике, являются не сами микрообъекты, а результаты опытов над ними, причем определенная постановка опыта соответствует определенному коллективу. Поскольку же получаемые из волновой функции распределения вероятностей для разных величин относятся к разным постановкам опыта, они относятся к разным коллективам. Таким образом, *волновая функция ни к какому определенному коллективу относиться не может*" (курсив мой. – *М.М.*).

И далее:

"Более глубокая причина того, что волновой функции нельзя сопоставить никакого статистического коллектива, состоит в том, что понятие волновой функции относится к потенциально возможным (к не произведенным еще) опытам, тогда как понятие статистического коллектива относится к осуществившемуся наблюдению (к результатам уже произведенных опытов)".

Блохинцев также настаивает на определении квантового ансамбля как "ансамбля одинаково приготовленных систем". При более внимательном рассмотрении формулировок понятий квантового ансамбля Фока и Баллентайна–Блохинцева можно сформулировать ситуацию в следующем виде.

В.А. Фок, в сущности, обсуждает смысл волновой функции с точки зрения теоретика как решение уравнения Шредингера. Здесь ψ-функция дает возможность распределения вероятностей для разных величин. Но чтобы получить их реально и записать в записной книжке в виде ансамбля, надо в соответствии с каждой наблюдаемой величиной использовать соответствующий аппарат измерения. И эти аппараты измерения исключают друг друга, если операторы, соответствующие

наблюдаемым величинам, не коммутируют друг с другом. Другими словами, исключают возможность одновременно записать результаты наблюдения в виде статистических ансамблей. Блохинцев, как кажется с первого взгляда, хочет все время, описывая смысл волновой функции, оставаться в рамках эксперимента.

Блохинцев пишет: "Правильно ли представление о том, что волновая функция есть записная книжка наблюдателя?.."[12].

В этом полемическом вопросе неясно, чью формулировку Блохинцев обсуждает. Если речь идет о приведенной выше формулировке Фока (т.е. Бора)[13], то там как раз не говорится о том, что волновая функция есть записная книжка наблюдателя, в которой наблюдатель записывает результаты своих измерений. Волновая функция – это "список возможностей" будущих экспериментов; если можно говорить о записной книжке, то речь идет о записи не результатов эксперимента, а записи только различных возможностей будущих экспериментов.

Волновая функция может быть получена как в результате решения соответствующего уравнения Шредингера, так и в результате измерений. Функция Гаусса, описывающая S-состояние осциллятора, может быть получена как соответствующее решение уравнения Шредингера; с другой стороны, эта же функция может быть получена в результате эксперимента и записана в записной книжке. Но эта же функция *дает возможность* вычислить и (таким образом) предсказать результаты возможного эксперимента по наблюдению, например, импульса частицы в S-состоянии осциллятора.

"Книжка, в которой он записывает результаты своих измерений, произведенных над микросистемой?"

Здесь опять "литературный прием", который помогает автору критиковать изложение вопроса, данное Фоком. Ведь речь идет не о записной книжке, а о результатах эксперимента, записанного в записной книжке. Данная реальность, описанная в записной книжке, ничем (в смысле существования объективной реальности) не отличается от записи, например, наблюдений орбиты Луны астрономом в его записной книжке.

Более того, если очистить текст Блохинцева от незаслуженных Бором гносеологических упреков, изложение Блохинцева становится очень близким к копенгагенской трактовке[14]. Остается только противоречивое утверждение автора о

---

[12] "Следует напомнить, что были попытки изложить квантовую теорию, не используя волновую функцию, а используя так называемую матрицу плотности, которая квадратична относительно ψ-функции. Вместо уравнений Шредингера писались соответствующие уравнения для матрицы плотности. Но, ограничиваясь матрицей плотности, можно описать лишь некоторую группу явлений микромира. В квантовой механике фундаментальную роль играет принцип суперпозиции состояний, т.е. именно ψ-функции" (см.: [3, § 7. "Можно ли обойтись без ψ-функции?"]).

[13] Статья Фока появилась на 10 лет раньше книги Блохинцева, но она не цитируется в его книге.

[14] Во-первых, им принимаются тезисы Н. Бора о классическом языке описания микромира. Термин "макроскопический язык" описания микромира фактически введен нами в статье, которая появилась на 20 лет ранее книги Блохинцева. Развернутый смысл этого термина обсуждается на многих страницах и с разных сторон в этой статье (см. с. 403 в настоящей книге. – *Примеч. сост.*). Во-вторых, по поводу ответа Н. Бора на утверждения Э.П.Р. Блохинцев пишет: "В этом объяснении нет никакой неправды".

неприменимости или применимости квантовой механики к описанию индивидуального микрособытия ("Како веруюши?"). В этом смысле Баллентайн более последователен в своих утверждениях о неприменимости квантовой теории к описанию единичных объектов.

Вопрос же о редукции волновой функции в рамках статистической интерпретации сводится к сведению одного статистического ансамбля к другому [12].

Книга Блохинцева в основном содержит критику философских положений Н. Бора. Что касается философских высказываний самого Нильса Бора, то он настолько небрежен в своей терминологии при описании отношения субъекта к объекту, что иногда его можно упрекнуть в агностицизме, иногда субъективном идеализме, но чаще всего в позитивизме. Здесь если что и представляет интерес, так это ответы самого Нильса Бора на прямо поставленные ему вопросы. В этом случае известны свидетельства профессора Л.А. Слива, который некоторое время проходил стажировку в Копенгагене в Институте Нильса Бора. Профессор Слив сказал Бору, что в Советском Союзе Н. Бора часто считают субъективным идеалистом. Затем следовал прямой вопрос: считает ли Бор, что микрообъект, пусть электрон, существует объективно вне нашего сознания. Н. Бор, по словам Л.А. Слива, даже не сразу понял вопрос. Но поняв, Н. Бор ответил: "Как же иначе... конечно, существует объективно, независимо от нашего сознания". И далее продолжал: "И в нашей стране иногда приписывают мне такую же точку зрения, какую, как Вы говорите, приписывают у вас". Мюллер-Маркус также говорит "о концепции теории познания Бора", элементы которой будто бы исправлял В.А. Фок[15].

У Н. Бора нет какой-либо специфической концепции теории познания – у него есть физическая интерпретация содержания квантовой механики, сформулированная в приведенных его двух тезисах плюс соотношение Гейзенберга и связанный с ним принцип дополнительности. Но диалог В.А. Фока и Н. Бора, о котором пишет Мюллер-Маркус, важен в том отношении, что, по свидетельству В.А. Фока, Бор категорически отрицал свою принадлежность к позитивистам.

Заключение по статистической интерпретации. Главное отличие статистической интерпретации квантовой теории от копенгагенской состоит в утверждении, что квантовая механика не описывает единичный объект микромира. В этой книге мы привели доводы против такого утверждения. Но, уступая высказываниям сторонников статистической интерпретации, мы должны сформулировать ситуацию, возникающую в физике в случае справедливости их утверждений. В этой ситуации возникает основной вопрос: как все-таки складывается в этом случае проблема описания единичных объектов микромира?

1. Надо ли стремиться все-таки к поискам теории, способной описывать единичные объекты микромира?

2. Необходима ли такая теория?

3. В случае невозможности создания такой теории не будет ли это означать ограничение нашей познавательной способности?

---

[15] Что касается того, что будто бы Бор в результате обсуждения с Фоком изменил что-то в своем толковании квантовой теории, то это недоразумение, которое выяснилось в результате прямого вопроса Бору во время его пребывания в нашей стране.

В статье Баллентайна [12] сказано: «Статистическая интерпретация, которая рассматривает квантовое состояние как описание ансамбля одинаково приготовленных систем, полностью открыта в отношении "скрытых параметров"».

Эту фразу, по-видимому, следует рассматривать как несколько робкое утверждение неудовлетворительности поисков теории более совершенной. Блохинцев более критичен по отношению к возможностям скрытых параметров. Его книга содержит раздел, озаглавленный "Возможна ли индивидуальная история частицы?", о содержании которого следует сказать "мудрствует лукаво": "Есть люди, которых беспокоит невозможность методами современной квантовой механики описать судьбу одного электрона. Такая тревога за судьбу отдельной микрочастицы, отдельного индивидуума микромира кажется все же здоровым ханжеством, так как на самом деле и в макромире судьба конкретного объекта не может быть предсказана на длительное время".

А. Эйнштейн в своем последнем высказывании по этому вопросу в письме Л. де Бройлю от марта 1954 г. пишет прямо, "не мудрствуя лукаво":

«Дорогой де Бройль!

Вчера я прочел уже знакомую мне переведенную на немецкий язык Вашу статью по проблеме "кванты и детерминизм", и доставила большое удовольствие ясность Вашей мысли… На самом деле я точно так же, как и Вы, убежден, что надо искать субструктуру, тогда как современная квантовая механика искусно прячет эту необходимость, применяя статистическую форму» [Из переписки А. Эйнштейна и Л. де Бройля // Вопр. истории естествознания и техники. 1981. № 1. С. 58].

По-видимому, не исключена, если так можно сказать, "последовательная" статистическая интерпретация. Именно, если квантовая теория неприменима к описанию единичного объекта, то в принципе возможен такой повторный эксперимент над единичным объектом, который всегда исключал бы повторяемость результата. Если, допустим, в данном одиночном, предельно аккуратном эксперименте обнаруживается, что электрон или атом имеет слагающую спина по оси x: $S = \hbar/2$, то, спрашивается, какое предсказание даст статистическая теория для повторного эксперимента, т.е. каково продолжение этого эксперимента над этим же электроном рядом стоящей установкой? Казалось бы, если теория неприменима к единичному объекту, то она не в состоянии ответить на этот вопрос, т.е. следует обратиться в этом случае к эксперименту. Здесь в принципе возможен другой результат, чем копенгагенский. Так что повторные эксперименты над единичным объектом в этой связи могли бы стать арбитром между *таким* вариантом статистической интерпретации и копенгагенской интерпретацией.

Здесь уместно сравнить точки зрения на определение объективной реальности Маркса, Бора и Эйншейна, совместив соответствующие цитаты, которые уже имеются в тексте.

Маркс: "Главный недостаток всего предшествующего материализма – включая и фейербаховский – заключается в том, что предмет, действительность, чувственность, берется только в форме *объекта* или в форме *созерцания*, а не как *человеческая чувственная деятельность, практика,* не субъективно. Отсюда и произошло, что *деятельная* сторона, в противоположность материализму, развивалась идеализмом, но только абстрактно..."

Другими словами, "предмет, действительность..." должны рассматриваться обязательно "не только в форме объекта", а и "субъективно", в рамках человеческой "практики".

Бор: "1. Для толкования всех измерений в собственном смысле необходимо пользоваться классическими представлениями, несмотря на то что классическая теория не может сама по себе объяснить тех новых закономерностей, с которыми мы имеем дело в атомной физике.

2. Как бы далеко ни выходили явления за рамки классического объяснения, все опытные данные должны описываться при помощи классических понятий".

Классические понятия – это понятия импульса, координаты, времени, энергии, которые сформулировались у человека в его макроскопической (классической) практике, и ψ-функция уравнения Шредингера во всех интерпретациях является функцией именно этих переменных. Эти понятия связаны с существованием самого человека как макроскопического объекта. Микромир изучается человеком в его "проекциях" на макромир, которые составляют специфический класс макроявлений (цепочка пузырьков в камере Вильсона – свидетельница траектории микрочастицы и т.д.). В результате *человеческой практики* выясняется, что в одной макроскопической обстановке (при участии одного класса приборов) электрон, например, обладает свойством иметь определенное положение и не иметь определенного импульса. В других макроусловиях (другие приборы наблюдения) электрон может обладать определенным импульсом, но не иметь определенного положения. В своей практике человек волен менять макроусловия эксперимента. Таким образом, *субъективность* в описании реальных свойств микромира связана с макроскопическим своеобразием познания его человеком (его практикой). Необходимость описывать объективную реальность микромира в макроскопических (классических) понятиях *идет от человека* (от его практики) как макросущества, но она не ограничивает познание объективной реальности. Но эта реальность описывается в классических понятиях в соответствии с классом макроскопических проекций микроявлений подчас очень своеобразным образом.

Следует подчеркнуть, что некоторые свойства объекта микромира в смысле отношения субъекта и объекта укладываются в гносеологические рамки "дофейербаховского материализма включительно". Например, такие объективные свойства электрона, как его масса покоя, его электрический заряд, его спин, всегда существуют в форме объекта и не требуют для своего истолкования привлечения обсуждаемого нами тезиса Маркса о Фейербахе, т.е., говоря образно, "субъективных моментов". Последние слова мы взяли в кавычки, ибо на самом деле они означают также объективные отношения объекта и познающего его субъекта: положение субъекта в определенной системе координат (если речь идет о траектории падающего в вагоне предмета) или учет аппарата средств наблюдения импульса или координаты электрона, избираемые *субъективно* по воле наблюдателя.

Нам представляется, что тезисы Бора интерпретируют на частном случае реальности микрообъектов недостаточность понимания метафизическим материализмом того понятия объекта, которое возникает (согласно Марксу) в рамках человеческой практики. Кажется, что Н. Бору было бы близко толкование Марксом

материализма и "субъективных" моментов объективной реальности в человеческой практике.

Эйнштейн. Эйнштейн фактически требует, чтобы понятие объективной реальности всегда формулировалось вне рамок человеческой практики, чтобы предмет, действительность всегда брались только "в форме объекта". В классической механике это значило бы требовать описания (как выглядит?) траектории частицы, не указывая систему координат, в которой определяется (наблюдается) траектория частицы. В квантовой механике это значило бы требовать описания свойств микрочастиц вне макроскопических условий их наблюдения (существования).

Познаваемость объекта человеком свидетельствует, согласно еще Канту[16], об объективном существовании предмета познания. Но познаваемость представляет собой *элемент человеческой практики*, которая вносит в понятие объективной реальности некоторые черты в какой-то степени субъективизма, что и подчеркивается тезисом Маркса о Фейербахе. Мы уже приводили в части I нашей книги, что вид траектории тела, падающего в вагоне движущегося поезда, не имеет реальной формы "самой по себе", "когда на нее не смотрят", – важно указание системы координат, в которой находится наблюдатель и где производится на практике наблюдение формы траектории. Примеры справедливости поправки Маркса к определению понятия реальности, даваемые Э.П.Р., можно бесконечно множить.

Однажды у меня с моим знакомым зашел разговор о понятии объективной реальности. Мой знакомый был известный химик. Он яростно утверждал, что субъект должен отсутствовать в понятии объективного существования физической реальности. Мою ссылку на то, что речь идет о понятии физической реальности в человеческой практике, где только и проявляется познаваемость объективного мира, мой оппонент не посчитал убедительной.

Мы сидели напротив друг друга на песчаном пляже одного из прибалтийских курортов. Я нарисовал на песке изображение одной цифры и спросил его, какую цифру я изобразил. Он, пожав плечами, нехотя сказал: "Ну, девять, ну и что?" Я с небрежным видом парировал его утверждение: "А по-моему, шесть". "Теперь уйдемте отсюда. И я Вас спрошу, предположим, какая цифра *истинно* нарисована на песке? Имеет ли мой вопрос объективный смысл?". Мой собеседник произнес только что-то невнятное и недоуменно почесал затылок. А я продолжал разговор, предлагая ему заменить нас – наблюдателей – приборами, например говорящими компьютерами: каждый из них неизменно повторял бы свое, и они не могли бы перекричать друг друга. Мой простой житейский пример как-то так подействовал на собеседника, что при дальнейших встречах неоднократно, улыбаясь, он вспоминал: "Значит и шесть, и девять...". Любопытно: и шесть, и девять... Это действительно "кентавр". Электрон – частица и волна, в человеческой практике – это "кентавр".

---

[16] Важность этого критерия объективного существования предмета познания особенно подчеркивается Эйнштейном.

Многомировая интерпретация

Несколько меньше года после смерти А. Эйнштейна Эверетт в черновом варианте тезисов сформулировал новую интерпретацию квантовой теории. В 1957 г. на ту тему появилась статья Эверетта под заглавием "Relative state formulation of Quantum Mechanics" [17, с. 254]. Современное название этой интерпретации принадлежит Б. де Витту. Оно впервые дано в его лекциях по квантовой механике [13], затем опубликованных в сборнике, изданном Б. де Виттом и Н. Грахамом под названием "Многомировая интерпретация квантовой механики" [18]. В этом сборнике содержится и полный текст диссертации Эверетта, статья Уилера, поддержавшего в свое время эту деятельность Эверетта, и статьи других авторов, в какой-то мере принимавших участие в развитии этой интерпретации. В литературе по квантовой механике в нашей стране эвереттовская интерпретация практически не излагалась.

Множество вселенных Эверетту понадобилось для истолкования редукции волновой функции. Если в копенгагенской интерпретации из всех возможных состояний, содержащихся в начальной волновой функции, в макроскопическом приборе реализуется лишь одно значение наблюдаемой величины, все другие возможности оказываются не реализованными, то, согласно Эверетту, данное значение наблюдаемой величины соответствует эксперименту в данной вселенной. Все другие возможности реализуются в других вселенных. Напомним, что геттингенская интерпретация редукции волновой функции заключается в том, что в макроскопическом приборе реализуется лишь одно состояние, одно показание (в примере, о котором речь шла выше, шарик падал из кратера либо налево, либо направо). Квантовое состояние – волновая функция, описывающая налетающие на прибор квантовые μ-частицы и макроприбор, состоит из двух членов. Один из них описывает состояние шарика, падающего налево, а другой – направо. Шарик не может одновременно падать налево и направо – реализуется одна из двух возможностей.

Дадим слово одному из горячих сторонников многомировой интерпретации квантовой механики Дэвиду Дейчу:

"Если мы будем искать в квантовой теории, т.е. нашей лучшей и наиболее глубокой физической теории, ответ на вопрос о том, что есть реальность, мы обязаны идти глубже, чем констатировать правильность приближенного согласования результатов (квантовой и классической) физики. Мы должны найти интерпретацию предсказания теории в случае, когда измеряется наблюдаемая, которая принимает более одного значения (т.е. когда эти значения заметно отличаются в разных вселенных)".

Если иметь в виду волновую функцию обсужденного выше эксперимента с действием квантовых μ-частиц на макроскопический шарик, когда вся система описывается уравнением Шредингера, то, согласно Эверетту, эта волновая функция описывает две различные возможности, реально возникающие в двух разных вселенных. Нельзя не признать, что идея полагать реальными все слагаемые волновой функции как до измерения макроприбором, так и после может быть соблазнительной. Но такая действительно соблазнительная интерпретация физического смысла волновой функции требует немалой оплаты. Дело в том, что

макроскопический эксперимент свидетельствует о том, что стрелка макроприбора показывает лишь одно значение наблюдаемого состояния (помним однозначный результат с падением шарика), а квантовая теория (та волновая функция, которая описывает прибор и взаимодействующий с ним микрообъект) дает в принципе много состояний ($\psi = \Sigma a_n \psi_n$). Согласно копенгагенской интерпретации, все возможности, кроме одной, не реализуются в эксперименте. Д. Дейч так формулирует описанную выше ситуацию в копенгагенской интерпретации:

«Именно в этом пункте копенгагенская интерпретация оставляет попытки придания смысла квантовой теории и принимает радикально новую аксиому: *квантовая теория несправедлива в момент измерения*. Более конкретно, утверждается, что при проведении любого измерения состояние мира мгновенно прекращает подчиняться детерминистическим законам эволюции состояний квантовой теории, внезапно переходя в одно из собственных состояний измеряемой величины. Собственное состояние, в которое осуществляется переход, выбирается *случайно* (курсив мой. – *М.М.*). Эта случайность и есть то, что делает копенгагенскую версию квантовой теории антидетерминистичной. Именно с этой чертой теории никогда не мог согласиться Эйнштейн; именно этот пункт является главным в знаменитых его продолжительных дискуссиях с Бором по вопросу об основаниях квантовой теории. По его словам: "Бог не играет в кости со Вселенной". Следовательно (предполагает профессор Брайс де Витт), Эйнштейн, возможно, положительно оценил бы многомировую интерпретацию».

В многомировой интерпретации явление продолжает развиваться согласно уравнению Шредингера и во время обсуждаемого взаимодействия и после него, но различные значения наблюдаемой оказываются "просто" в различных вселенных. Мы заключили слово "просто" в кавычки, потому что эта "простота" связана с тем, что если в копенгагенской интерпретации "все возможности", кроме одной, "просто" не реализуются в природе, то в многомировой интерпретации все остальные состояния, кроме одного, реализуются в природе, но не в данной вселенной, а соответственно во многих других вселенных, которые, однако, "просто" из данной вселенной не наблюдаются. Вселенная в целом оказывается очень своеобразной и далеко не "простой" реальностью. Лучше здесь опять процитировать Д. Дейча:

«Многомировая интерпретация утверждает, что состояние мира не является само по себе наблюдаемой величиной, однако оно по-прежнему описывается в любой момент времени набором (ненаблюдаемых) значений, а закон его эволюции по-прежнему *детерминистичен*. Этот набор величин и закон их изменения есть "истинная реальность" мира, его *состояние*. То, что мы непосредственно наблюдаем вокруг себя и о чем мы привыкли думать как о реальности, – "Вселенная" – есть на самом деле лишь проявление более грандиозной реальности (в которой существует и взаимодействует множество вселенных, *каждая* из которых содержит копию нашей).

Стоит повторить, что в квантовой теории, так же как и в классической физике, эволюция состояния мира *полностью определяется* (курсив мой. – *М.М.*) законами физики. Отличие от классической физики состоит в том лишь, что квантовое состояние непосредственно не наблюдается».

В цитате из статьи Дейча выделено слово "детерминистичен". Собственно говоря, цель многомировой интерпретации – придать аппарату квантовой теории последовательно детерминистический смысл и, таким образом, приблизить квантовую теорию к теории классической – как в смысле "объективного реализма" (термин, употребляемый Дейчем), так и в смысле детерминизма. Имея в виду последнее замечание, теперь настал момент в нашем изложении вспомнить ранее сформулированные нами положения о роли "случайности как абсолютного шанса" в квантовых явлениях. Мы даже анонсировали в начале нашего изложения положение, состоящее в том, что общим для всех трех интерпретаций является признание существования случайности не как непознанной необходимости, а как абсолютного шанса. То, что данный нейтрон в данной вселенной у данного наблюдателя распался именно через 15 с, – предсказывается ли в многомировой интерпретации именно такое фактическое время жизни данного нейтрона? Ответ однозначен: *нет*. Многомировая интерпретация также не дает детерминистического описания этому квантовому явлению, она должна также в рамках своей интерпретации признать существование случайности не как непознанной необходимости, но как абсолютного шанса.

Вспомним наш пример повторного наблюдения координаты частицы в основном состоянии квантового осциллятора и того, что экспериментатор при повторном наблюдении координаты находит другое значение этой наблюдаемой. Как интерпретировать эту ситуацию в многомировой концепции? Мы ранее интерпретировали эту ситуацию как проявление абсолютной случайности, как явление, не содержащее в своей физической природе какой-то непознанной необходимости. В многомировой интерпретации можно, правда, утверждать, что экспериментатор оказался на этот раз в другой вселенной. Но не придется ли тогда признать, что наблюдатель оказался в результате повторного измерения именно в данной новой вселенной благодаря опять же *абсолютной случайности*? Таким образом, абсолютная случайность, по-видимому, может содержать даже антропоморфный смысл.

В самом простом случае ψ-функции, когда ею описывается пакет волн, когда наблюдаемые (координата частицы и импульс частицы) принимают континуум значений, по-видимому, приходится признать существование континуума вселенных... Более того, детерминистическое развитие волновой функции во времени, согласно уравнению Шредингера, касается только возможности определить вид ψ-функции в любой момент t по заданной функции ψ_0 в момент t_0. Но расплывание волновой функции волнового пакета означает увеличение значения $\Delta x \Delta p \geqslant \hbar/2$. А это значит возникновение новых значений наблюдаемых p и x, которых не было в ψ_0 при t_0. Правда, всегда можно сказать, что данные значения наблюдаемых существовали и ранее, но в очень малом количестве вселенных, состояние которых множилось на малую амплитуду a_n[17]. Но увеличение a_n означает увеличение на какое-то число вселенных данного типа, которые в таком количестве ранее не

---

[17] В копенгагенской интерпретации коэффициенты a_n ($\psi = \Sigma a_n \psi_n$) связаны вероятностью ψ_n состояний. В многомировой интерпретации $a_n = A_n/N$ – это отношение данного числа вселенных A_n к полному числу вселенных N.

существовали. Можно ли утверждать, что появление их, рождение их не является также абсолютной случайностью в многомировой интерпретации? Конечно, расплывание волнового пакета происходит детерминистично – оно подчиняется уравнению Шредингера. Но это расплывание характеризуется ростом неопределенностей наблюдаемых величин, например соотношение неточностей ($\Delta x\Delta p$) становится, как правило, много больше $\hbar$: $\Delta x\Delta p \gg \hbar$. Другими словами, изменение со временем величин a_n, определяющих к данному моменту число вселенных данного сорта, заложено в образе волновых функций в начальный момент ($\psi(t_0)$) взаимной недетерминированностью канонически сопряженных величин, например импульса и координаты ($\Delta x\Delta p > \hbar$). Если детерминизм в классической физике представляет собой детерминистическое описание изменения канонически сопряженных наблюдаемых, то детерминистическое изменение со временем волновой функции представляет собой детерминистическое описание роста величин, характеризующих возрастающее отклонение от строгого детерминизма развития во времени классических величин (в частности, импульса и координаты). Надо помнить, что в многомировой интерпретации в каждой из огромного числа вселенных имеется свой наблюдатель и этот наблюдатель не является простой копией данного наблюдателя в данной конкретной вселенной, опыт (измерение) которого обсуждается. Так, все другие наблюдатели обладают другими измерительными приборами – другими показаниями стрелок.

Таким образом, кроме пакета волн, пакета вселенных, необходимо допустить существование "пакета наблюдателей", а главное, измерение сопровождается редукцией пакета наблюдателей к данному наблюдателю, который (повторяю) оказался в данной вселенной по закону абсолютного случая, и все другие (в данном случае даже трудно употребить термин "копии"), по крайней мере во время проведения его эксперимента, ненаблюдаемы.

Не исключено, что в многомировой интерпретации еще многое не понято и со временем ее можно изложить в каком-то более совершенном, вернее, подробном виде.

Следует подчеркнуть, что любая новая теория завоевывает свое признание тем, что она приводит к предсказанию существования в природе чего-то нового, что не только не предсказывается, но и не укладывается в рамки старых теорий. Пока нельзя констатировать, что многомировая интерпретация квантовой теории проявила себя как теория такого типа, хотя некоторые сторонники многомировой интерпретации не оставляют надежды в "более тонких"[18] экспериментах осущест-

[18] Какие соображения можно высказать о содержании "более тонких" экспериментов, которые могли бы обнаружить существование других миров? Если полагать, что эти эксперименты должны обнаружить какое-то сосуществование другой вселенной с данной, то единственная возможность, на которую непосредственно указывает детальное описание процесса измерения (например, опыт Блохинцева), – это отличие от нуля недиагональных элементов матрицы плотности при малых временах. Это значило бы возможность одновременного падения шарика как направо, так и налево. В конкретном случае эксперимента Блохинцева эти члены при более точном вычислении зануляются при как угодно малых временах. Но если в каких-то особых физических ситуациях недиагональные элементы окажутся отличными от нуля, то это совсем не обязательно будет свидетельствовать об обнаружении другого класса вселенных, если найдет свое естественное описание в рамках геттингенской интерпретации как такой вид реализации из пакета возможностей волновой функции.

вить экспериментальное подтверждение существования в "грубых" экспериментах ненаблюдаемых миров[19]. Возможное преимущество многомировой интерпретации иногда связывают с описанием начальной стадии развития Вселенной. Дело в том, что свойства квантовых объектов изучаются нами в проявлениях особого класса макроскопических явлений. По общему мнению, начальная стадия Вселенной имеет существенно квантовый характер. При переводе квантового характера микроявлений в эту эпоху на макроскопический язык необходимо взаимодействие начальной стадии Вселенной с макроприбором наблюдателя. Но, спрашивается, существует ли такая даже мыслимая возможность? Макроприбор – это в конечном счете значит и существование наблюдателя...

Правда, есть одно кардинальное решение этой проблемы в том случае, если все наши макроскопические наблюдаемые, с помощью комбинации которых мы описываем и макроскопические проявления микромира (скажем, в частности, наблюдаемые p, t и x, E), теряют свой физический смысл. Соответственно теряют свой смысл (т.е. попросту нарушаются) все законы сохранения, и абсолютный случай достигает своего предельного могущества. Возможно, что такая ситуация возникает, например, при взрыве сверхновой звезды, когда она превращается в коллапсирующую черную дыру. И если по каким-либо причинам коллапсирующая материя не достигает сингулярности, то объект имеет в принципе возможность инфляционного расширения в новую вселенную в пространстве, находящемся в абсолютном будущем по отношению к пространству, в котором произошел взрыв сверхновой [7]. По-видимому, в своем развитии коллапсирующий объект должен проходить размеры (объемы) порядка планковских, что дает известные основания полагать, что такие макроскопические наблюдаемые, как x, t, p, E, могут действительно лишиться своего смысла, и возникающая вселенная в новом пространстве может иметь абсолютно случайно самые разнообразие параметры. Таким образом, хотя классические понятия (x, t, E, p) и в этом предельном случае используются для описания физической реальности, их отношение друг к другу может претерпевать дальнейшие изменения. Например, x и t могут оказаться некоммутирующими и даже в какой-то области терять свой смысл без замены какими-то новыми понятиями, не встречающимися в макроскопической ("классической") деятельности человека.

Следует подчеркнуть, что множественность и многообразие по своим параметрам начальных вселенных, описываемых соответствующей волновой функцией, может не иметь какого-либо отношения к эвереттовской множественности вселенных в обычной квантовой механике. Может, например, оказаться лишь то, что конкретные значения параметров, характеризующие данную вселенную, взятую из целого множества вселенных, непредсказуемы, но они могут определяться

Для утверждения интерпретации многомирового формализма необходимо найти такие экспериментальные возможности обнаружения "других вселенных", которые не могли бы быть интерпретированы в рамках геттингенского толкования. Обсуждение подобных экспериментов требует большой аккуратности. Из прошлого опыта мы знаем, сколько труда тому же Бору стоило "опровержение" полноты квантовой теории в многочисленных мысленных экспериментах.

[19] В случае неудачи этой возможности в многомировой интерпретации возникает опасность сойти на позиции философского агностицизма.

макроскопическим наблюдателем в дальнейшей истории данной вселенной, если в ней возникает в какой-то фазе ее развития макроскопический наблюдатель. A priori нельзя утверждать, что в будущей теории начальных состояний вселенных обязательно возникнут какие-то закономерности в их распределении по характеризующим их параметрам.

Заключение по многомировой интерпретации. Основная цель многомировой интерпретации – сохранение детерминизма в истолковании редукции ψ-функции. Но следует подчеркнуть, что при таком описании полностью игнорируется фундаментальное открытие – существование в природе недетерминированного случая (β-распад нейтрона и т.д.). Не надо ли вспомнить известную пословицу: "Снявши голову, по волосам не плачут"? Обращение к часто упоминаемому детерминизму волновой функции в уравнении Шредингера не сопровождается конкретным анализом этого детерминизма. Этот детерминизм волновой функции не сопровождается детерминистическим развитием наблюдаемых величин, на что указывает расплывание волновых пакетов со временем. Более того, когда данная наблюдаемая имеет много значений (даже континуум значений), то, по-видимому, следует считать, что только по закону абсолютного случая данный наблюдатель в этот момент оказался во вселенной с данным значением измеряемой наблюдаемой. Последняя фраза значит, что при признании существования в природе абсолютного случая копенгагенская и многомировая интерпретации оказываются в некотором смысле тождественными: если в первом случае наблюдатель в результате абсолютного случая регистрирует данное значение наблюдаемой величины, то в многомировой интерпретации данный наблюдатель в результате абсолютного случая находится именно в той вселенной, где данная наблюдаемая имеет данное значение. Многомировая интерпретация еще требует своего дальнейшего развития. И может быть, самая главная ценность многомировой интерпретации заключается не в установлении в частном явлении квантовых событий обсуждаемого довольно узкого детерминизма (т.е. детерминизма волновой функции, а не наблюдаемых), а в возможности при дальнейшем развитии этой интерпретации квантовой теории открыть все-таки новые эффекты, подтверждающие реальное существование множества вселенных. Да и описание сверхранней вселенной, т.е. "квантовой" вселенной, может внести свои коррективы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Биберман Л., Сушкин Н., Фабрикант В.* // Докл. АН СССР. 1949. Т. 66.
2. *Блохинцев Д.И.* Основы квантовой механики. М.: Гостехиздат, 1949.
3. *Блохинцев Д.И.* Принципиальные вопросы квантовой механики. М.: Наука, 1966.
4. *Бом Д.* Квантовая теория. М.: Наука, 1965.
5. *Бор Н.* Избранные труды. Т. 2. М.: Наука, 1971.
6. *Марков М.А.* Размышляя о физике. М.: Наука, 1988.
7. *Марков М.А.* Комплекс звезд как возможный источник замкнутых и полузамкнутых вселенных // Докл. на конф., посвящ. столетию А.А. Фридмана. Л., 1988.
8. Физические принципы квантовой теории. Л.; М.: Гостехиздат, 1932.
9. *Фок В.А.* // Успехи физ. наук. 1957. Т. 62, вып. 4.

10. *Эйнштейн А.* Собрание сочинений. Т. 3. М.: Мир, 1966.

11. *Эйнштейн А.* Собрание сочинений. Т. 4. М.: Мир, 1967.

12. *Ballentine L.E.* // Phys. Rev. 1970. Vol. 2.

13. *De Witt B.* Foundation of quantum mechanics. N.Y.: Acad. press, 1971.

14. *Einstein A.* Physik und Realität // J. Franklin Institute. 1936.

15. *Einstein A., Podolsky B., Rosen N.* // Phys. Rev. 1935. Vol. 47.

16. *Einstein A., Tolman R., Podolsky B.* Knowledge of past and future in quantum mechanics // Phys. Rev. 1931. Vol. 37.

17. *Everett H.* // Rev. Mod. Phys. 1957. Vol. 29.

18. The many-world interpretation of quantum mechanics. Princeton (N.J.): Princeton Univ. press, 1974.

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Абов Ю.Г. 320
Аристотель 442
Арновит Р. 273
Асанов Р.А. 318, 319
Аскарьян Г.А. 299–301

Бааде В. 309
Баллентайн Л.Е. 477–479, 486, 488, 489
Барашенков В.С. 318, 319
Белоусов А.П. 140, 148
Бернардини 315
Бете Г. 159, 309
Бечер Р. 309
Биберман Л. 469, 478
Бладман С.А. 315
Блох Ф. 112, 129, 224
Блохинцев Д.И. 315, 319, 472, 475–479, 486–489, 495
Боголюбов Н.Н. 284, 321, 437
Бом Д. 482, 483
Боннор В. 273
Бор Н. 33, 35, 84, 312, 375, 376, 395, 396, 407, 434, 462, 463, 467, 470, 479, 481, 483–486, 488–490, 493, 496
Борн М. 470
Брейт Г. 73–75
Бройль Л. де 313, 489
Брюсов В. 453
Будда 453
Будини П. 347

Вавилов С.И. 308
Вайскопф В. 103, 150
Валлер И. 151, 156, 159
Валуев Б.Н. 318, 319
Ван-Хов Л. 317
Ватагин Г. 100
Векслер В.И. 314
Венцель Г. 131, 149, 191
Вильямс Е. 73, 75
Вирасоро М. 303
Владимиров В.С. 497
Вольтерра В. 147

Гайтлер В. 100, 133–135, 161, 179, 427
Гандельман Г.М. 320
Гейзенберг В. 33, 35, 79, 84, 91, 92, 95, 102, 108, 136, 161, 164, 245, 270, 271, 310, 311, 313, 375, 434, 440, 442, 463, 468, 477, 480, 481, 485
Гелл-Манн М. 230, 231, 236–240, 245, 247, 251–254, 311, 312
Герштейн С.С. 320
Гильберт Д. 424, 425, 440, 441
Глешоу С.Л. 256
Грахам Н. 492
Грейзен К. 315
Гусев Г.А. 299, 317

Дайсон Ф. 434
Даллапорта Н. 244
Де-Витт Б. 407, 492, 493
Деденко Л.Г. 299
Дезер С. 273
Дейч Д. 492–494
Демокрит 408, 409, 419, 439, 442
Дидро Д. 398
Дирак П.А.М. 78, 91, 94, 95, 102, 112, 131, 132, 138, 143, 145, 160, 169, 179, 186, 310, 384, 402, 427, 467
Домогацкий Г.В. 260, 316

Евклид 440

Жданов Г.Б. 311
Железных И.М. 251, 299, 314, 315, 317–319, 339
Жолли Ф. 424

Зацепин Г.Т. 278, 301, 315, 316, 347
Зельдович Я.Б. 264, 268, 311, 320
Зенон 442
Зоммерфельд А. 467

Иваненко Д.Д. 264, 309, 310, 313, 314
Иордан П. 313

Камефучи С. 262
Кант И. 425, 440, 484, 485, 491
Киношита Т. 256
Коккель Б. 73–75
Комар А.А. 261, 265
Конопинский Е. 311
Кронинг Л. 313
Кузьмин В.А. 316
Курдгелаидзе Д.Ф. 264

Ландау Л.Д. 278, 279, 314, 319, 320
Лаплас 424
Леви М. 236, 251
Ледерман Л. 315
Лейпунский А. 311
Ленин В.И. 416
Лобашев В.М. 320
Ломоносов М.В. 426
Лоу Ф. 312
Лукреций Кар 318, 408, 409, 411, 417, 419, 424, 433, 442, 449
Лукьянов С. 320

Майорана Э. 310, 320
Максвелл Дж. 384, 419, 424
Мандельштам Л.И. 310, 486
Манько В.И. 261, 302
Маркс К. 461, 462, 480, 485, 489, 490, 491
Маршак Р. 236, 251, 318
Мах Э. 410
Махмуд Х. 311
Мёллер К. 153
Мигдал А.Б. 278
Мигулин В.В. 301
Мизнер Ч. 273
Милликен П. 424
Мюллер-Маркус 462, 488

Наджаков Г. 284
Нишиджима Н. 318
Ньютон И. 33, 371, 384, 419, 424, 425, 440

Окунь Л.Б. 313
Оствальд В. 410

Пайс А. 233, 238
Пановский В. 317, 431
Папапетру А. 271, 273
Паули В. 79, 84, 91, 92, 95, 102, 103, 108, 279, 309, 312–314, 319, 416, 434, 486
Пенг Х. 133–135
Петухов В.А. 311
Пинаев В.С. 320
Пифагор 426
Платон 387, 397
Подольский Б. 34, 35, 112, 169, 186, 463, 479
Полкинхорн А. 230, 241, 243
Полубаринов И. 313, 318, 319
Поманский А.А. 278, 347
Померанчук И.Я. 278
Понтекорово Б.М. 237, 252, 308, 311, 312, 315, 319, 320
Примаков 315
Прока П. 310, 311
Прутков К. 478

Рейнес Ф. 347
Розен Н. 479
Розенфельд Л. 35, 84
Румер Ю.Б. 308, 309
Руфини Р. 450
Рындин Р.М. 319

Саката Ш. 313, 318
Салам А. 230, 241, 243
Слив Л.А. 320, 488
Смородинский Я.А. 320
Соколов А.А. 313
Спивак П.Е. 311
Стаханов В. 312
Стейнбергер Дж. 311
Струминский Б.В. 321
Сушкин Н. 469, 478
Сянь Дин-чан 319

Тавхелидзе А.Н. 315, 321, 347, 437
Такахаши Я. 262
Тамм И.Е. 138, 309, 310
Таффара Л. 244
Толмен Р. 34, 35, 463
Томонага С. 166, 182, 186
Туманов Ю. 284

Уиллер Дж. 73–75, 450, 451
Усачев Ю.Д. 339

Фабрикант В. 469, 478
Факиров Д.Г. 314, 315, 317
Фарри 320
Фейербах Л. 461, 462, 480, 485, 490, 491
Фейнберг 315
Ферми Э. 191, 236, 238, 245, 248, 251, 266, 309, 310, 313, 411
Фирц М. 309
Фишер Я. 319
Фок В.А. 95, 112, 169, 186, 313, 484, 486–488
Франк И.М. 284
Фредерикс В.К. 441
Фридман А.А. 269, 441, 446, 453–455, 457
Фролов В.П. 457

Хинкс Е.П. 311
Хокинг С. 320, 450, 451
Христиансен Г.Б. 301

Чудаков А.Е. 315, 347
Чулли И. 319
Чулли С. 319

Шапиро И.С. 319, 320
Шварц М. 315
Швингер Дж. 166, 182, 186, 318
Шерцер О. 87, 100, 313
Шредингер Э.Э. 35, 310, 311, 384, 464, 467, 471, 472, 474–476, 486, 487, 490, 492–494, 497
Штюкельберг Э. 134, 161

Эверетт Г. 470, 492
Эйлер Л. 408, 409, 423
Эйнштейн А. 34, 35, 149, 307, 376, 396, 407, 424, 425, 440, 453, 454, 463, 466, 470, 477, 479, 482–485, 489, 491, 493
Эмпедокл 408, 409, 439, 443, 444
Энгельс Ф. 461
Эпикур 419
Эренфест П. 310

Юкава Х. 160, 187, 200, 204, 310, 318
Юст К. 263

Янг Ц. 191, 236, 238, 245, 248, 251, 266, 313, 315

Ambartsumyan V.A. 298
Asanov R.A. 325, 330
Askaryan G.A. 357

Barashenkov V.S. 326, 327
Bartlett 26, 32
Bernardini 328
Bessel-Hagen 40
Bethe H. 208
Bjorken J.D. 281
Bloch F. 32
Bludman S. 329
Bohr N. 225
Born M. 207, 209, 225, 226
Broglie L. de 60

Cayley A. 29–31
Chou Kuang-chao 327, 337

Dirac P.A.M. 26, 32, 50, 51, 60, 64, 66, 117, 125, 227, 288

Fakirov D.G. 326, 331
Feinberg 329
Fermi E. 207, 212, 313
Fock V.A. 117, 125
Frauenfelder 329

Glashow S. 338
Goldhaber M. 285
Gordon W. 36, 41, 43, 44, 91
Ginzburg V.L. 208, 209

Heisenberg W. 32, 313, 336
Heitler W. 19, 32
Hsien Ding-chang 326, 327
Hyams 329

Infeld L. 226
Ioffe B.L. 325

Kinoshita T. 338
Klein O. 285
Komar A.A. 282
Kuzmin V.A. 338, 339

Landau L.D. 230, 350
Landé A. 45
Lederman L. 329
Lee T.D. 326
Lifschiz M. 62
London F. 19, 32

Mie G. 226
Migdal A.B. 350
Minardi E. 209
Mulliken R.S. 19

Neumann I. 60
Noether E. 36–38, 40, 51, 54, 125

Okun L. B. 337
Oppenheimer J.R. 345

Pauli W. 37, 49, 63, 66, 230
Podolsky B. 117, 125
Polubarinov I. 326
Pomeranchuk I.Ya. 337, 350
Pontecorvo B. 325, 326, 329, 330
Primakoff 329

Rayski J. 209, 211
Reines F. 317
Rosenfeld L. 225
Rumer G.B. 19, 25, 63
Ryndin R. 326

Salpeter E. 208
Schwartz M. 326, 328
Shirokov Ju.M. 209
Silin V. 209

Tamm I.E. 208
Teller E. 32
Tetrode H. 40, 42
Tomonaga S. 206

Valuev B.N. 325, 330
Volkoff G.M. 345

Weisskopf V. 37, 49, 63, 66

Yakawa H. 207, 209, 211
Yang C.N. 212, 326, 328

Zatsepin G.T. 331, 338, 339
Zheleznykh I.M. 328, 330, 331, 334, 336, 339, 348

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 5

Моисей Александрович Марков (1908–1994). *А.А. Комар* 7

I. КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

On the Quantum Mechanical Stability of Benzol Molecule (1933) 19

A Contribution To Dirac's Theory of Permutations (1934). Co-author *G. Rumer*........ 26

Знание "прошлого" и "будущего" в квантовой механике (1936) 33

Zur Diracschen Theorie des Elektrons. I Teil (1936) 36

Zur Diracschen Theorie des Elektrons. II Teil. Die Ideen Pauli–Weisskopfs und die Diracschen Gleichungen zweiter Ordnung (1937) 63

Неупругое рассеяние фотонов на ядрах с рождением пар (1938) 73

Замечание к квантовой теории поля (1939) 76

О "четырехмерно протяженном" электроне в релятивистской квантовой области (1940) 80

Das Mehrkörperproblem in der klassischen relativistischen Theorie (die Methode von Dirac, Fock, Podolsky in der klassischen Elektrodynamik) (1943) 117

Об одном критерии релятивистской инвариантности (1946) 127

Об обратном действии электромагнитного поля движущегося электрона (1946) 138

Письмо в редакцию. О предельном λ-процессе (1947) 149

Классический аналог квантовой теории возмущений (1948) 150

Собственная энергия движущегося заряда (1948) 156

О нелокализуемых полях (1951) 160

Динамически деформируемый формфактор элементарных частиц (1953) 165

О нелокальных полях и сложной природе "элементарных" частиц (динамически деформируемый формфактор) (1953) 179

К теории динамически деформируемого формфактора (1955) 202

On Dynamically Deformable Form Factors In the Theory of Elementary Particles (1956) 206

Об одном варианте нелокальной теории электромагнитного поля (1959). Соавтор *А.А. Комар* 217

Summary Talk at Azau Symposium (1970) 224

II. ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

О систематике элементарных частиц (1955) 233

Гипероны как возбужденные состояния нуклонов. Возможный механизм множественного рождения частиц (1955) 246

Замечание к систематике гиперонов и тяжелых мезонов (1956) 250

Об одной возможности детектирования промежуточного мезона с массой большей двух нуклонных масс (1965). Соавтор *И.М. Железных* 254

О возможности существования кваркового состояния вещества в звезде (1966). Соавтор *В.И. Манько* 261

Элементарные частицы максимально больших масс (кварки, максимоны) (1966) 266

Form Factors and Total Cross Sections of Weak and Electromagnetic Interactions (1969) 280

On Baryon Asymmetry of the Universe (1980) 285

Mistery of Large and Small Nubmers In Cosmology (1980) 288

On the Upper Limit of the Cosmic Ray Energy Spectrum (DUMAND Type Experiments) (1981) 292

О возможности исследования космических лучей супервысоких энергий (> 10^{20} эВ) (1982). Соавторы *Г.А. Гусев, Л.Г. Деденко, И.М. Железных* 299

О возможном числе различных сортов нейтрино (1986). Соавтор *В И Манько* 302

О "максимоне" и "минимоне" в свете возможной формулировки понятия "элементарной частицы" (1987) 305

Ранние работы по слабым взаимодействиям в СССР (1985) 308

III. ФИЗИКА НЕЙТРИНО

On High-Energy Neutrino Physics (1960) 325

On High-Energy Neutrino Physics In Cosmic Rays (1961). Co-author *I.M. Zheleznykh* 330

On High-Energy Neutrino Physics In Cosmic Rays (1962). Co-authors *V.A. Kuzmin, G.T. Zatsepin, I.M. Zhelezhykh* 339

On Possible Existence of Neutrino Superstars (1964) 345

Large-Scale Cherenkov Detectors In Ocean, Atmosphere and Ice (1986). Co-author *I.M. Zheleznykh* 348

IV. ФИЛОСОФСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ

О природе физического знания (1947) 365

О современной форме атомизма (о понятии элементарной частицы) (1960) 408

О современной форме атомизма (о будущей теории элементарных частиц) (1960) 423

О понятии первоматерии (1970) 438

Макро-микросимметрическая Вселенная (1973) 452

О трех интерпретациях квантовой механики (об образовании понятия объективной реальности в человеческой практике) (1991) 461

Авторский указатель 499

Научное издание

Марков Моисей Александрович

ИЗБРАННЫЕ ТРУДЫ

Том I

Квантовая теория поля,
физика элементарных частиц,
физика нейтрино,
философские проблемы физики

Утверждено к печати
Ученым советом
Института ядерных исследований РАН

Зав. редакцией *А.А. Фролова*
Редактор *Т.А. Николаева*
Художник *В.Ю. Яковлев*
Художественный редактор
Технический редактор *А.Л. Шелудченко*
Корректоры *Г.В. Дубовицкая, А.В. Морозова*

Набор и верстка выполнены в издательстве
на компьютерной технике

ЛР № 020297 от 23.06.1997

Подписано к печати 30.10.2000
Формат 70 × 90 1/16. Гарнитура Таймс
Печать офсетная
Усл.печ.л. 37,4. Усл.кр.-отт. 39,1. Уч.-изд.л. 37,2
Тираж 1000 экз. Тип. зак. 767

Издательство "Наука"
117864 ГСП-7, Москва В-485, Профсоюзная ул., 90

ППП "Типография "Наука"
121099, Москва, Шубинский пер., 6



Моисей Александрович МАРКОВ

I



КЛАССИКИ НАУКИ



Моисей Александрович

МАРКОВ

«НАУКА»

КЛАССИКИ НАУКИ

Моисей
Александрович
МАРКОВ

«НАУКА»